

# UVOD U BIOMEHATRONIKU

# DEFINICIJA BIOMEHATRONIKE

Po jednoj od definicija, Mehatronika predstavlja sinergetsku integraciju tehničke mehanike sa elektronikom i inteligentnim računarski podržanim upravljanjem u cilju optimalne usaglašenosti sastavnih delova proizvoda i procesa.

Biomehatronika predstavlja novu naučnu oblast koja je nastala daljom sintezom Mehatronike sa različitim disciplinama biologije i medicine, koje se smatraju "naukama o životu". Prema definiciji koju je dao Univerzitet u Twenteu (Holandija), Biomehatronika se bavi intelligentnim elektromehaničkim sistemima koji pomažu poremećene funkcije ljudskog organizma.

# DEFINICIJA BIOMEHATRONIKE

Biomehatronika je interdisciplinarna oblast, koja obuhvata robotiku, automatsko upravljanje, biomedicinska i biomehanička istraživanja, interfejs čovek - mašina, medicinsku rehabilitaciju, inteligentne proteze, opremu za operacije kojoj asistiraju roboti i mikrotehnički alat za invazivnu hirurgiju.

Obrazovanje u oblasti Biomehatronike posebno tretira integraciju budućih inženjera u proces «davanja» medicinskih usluga, tj. efikasnu interakciju i komunikaciju sa medicinskim stručnjacima.

# DEFINICIJA BIOMEHATRONIKE

Znanje koje treba da steknu inženjeri iz oblasti Biomehatronike sadrži tri dela:

- prvi deo: poreklo električnih i neelektričnih signala na osnovu kojih se može dijagnosticirati stanje pojedinih organa i funkcija,
- drugi deo: znanja koja treba da omoguće inženjerima da se uključe brzo i efikasno u klinički i tehnički rad medicinskih tehnologija i kliničku praksu,
- treći deo: osnova istraživačkog i projektantskog znanja u oblasti medicinskog inženjerstva i tehnologija.

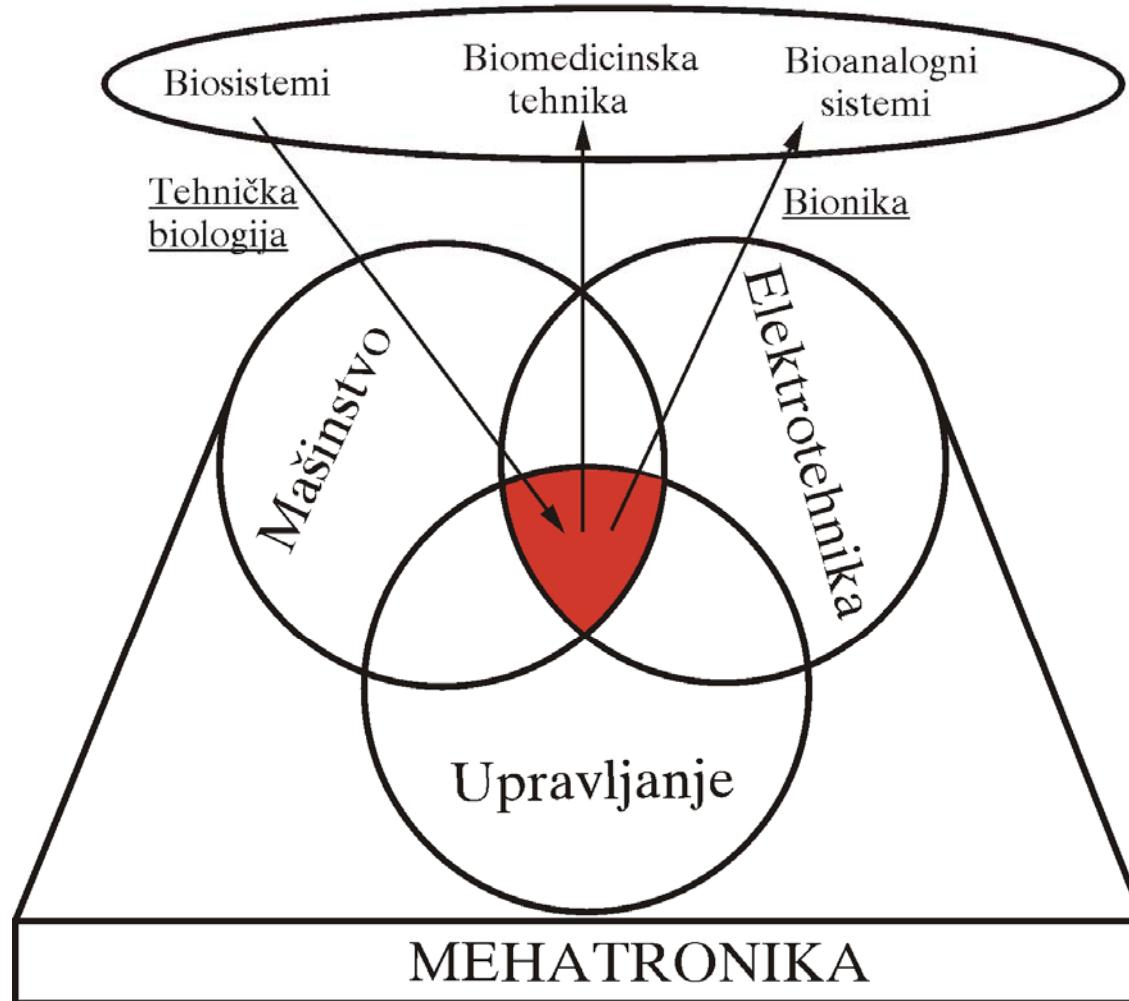
# DEFINICIJA BIOMEHATRONIKE

Predmet izučavanja Biomehatronike može da se podeli na dve grupe oblasti:

- oblasti koje su fokusirane na biološke i fiziološke sisteme treba da osiguraju da studenti nauče terminologiju i procedure; ove oblasti treba da studente nauče kako se pripremaju studije u osnovnim i kliničkim istraživanjima,
- oblasti čija je osnovna tema medicinska tehnologija; ove oblasti treba da pruže studentima operativnu mogućnost prihvatanja postojećih tehnologija u medicini, ali i sposobnost razvoja novih eksperimenata i istraživanja u laboratorijskim i kliničkim uslovima; ove oblasti treba da doprinesu da studenti ne samo da umeju da reše, već umeju i da definišu i uoče probleme i mogućnosti prevazilaženja biomedicinskih problema.

# DEFINICIJA BIOMEHATRONIKE

## BIOMEHATRONIKA



# KIBERNETIČKI SISTEM

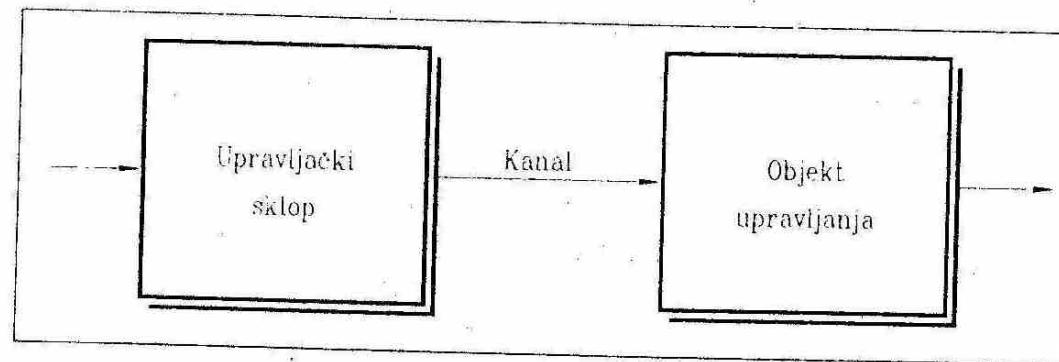
Za biomedicinske nauke od posebnog su značaja tzv. kibernetički sistemi, koji čine osnovni objekt istraživanja u kibernetici.

Reč „kibernetika“ potiče od grčke reči „kibernetis“ što znači „krmanoš“, tako da bi ona etimološki označavala „veštinu upravljanja brodom“. Ovaj termin je koristio još starogrčki filozof Platon za „veštinu upravljanja društvom“. U XVIII veku francuski fizičar Amper, sastavljući opštu klasifikaciju naučnih disciplina, izdvojio je kibernetiku kao „nauku o upravljanju“. Danas se *Kibernetika* definiše kao nauka o upravljanju složenim sistemima, tj. onako kako je predložio Amper. *Upravljanje* nekim sistemom predstavlja niz dejstava na taj sistem, kojim se usled nastalih promena u njemu postiže određeni cilj upravljanja.

# KIBERNETIČKI SISTEM

*Kibernetički sistem predstavlja sistem koji kao celina ostvaruje unapred postavljeni cilj.* Kibernetički sistem mora da sadrži dva osnovna dela (podistema):

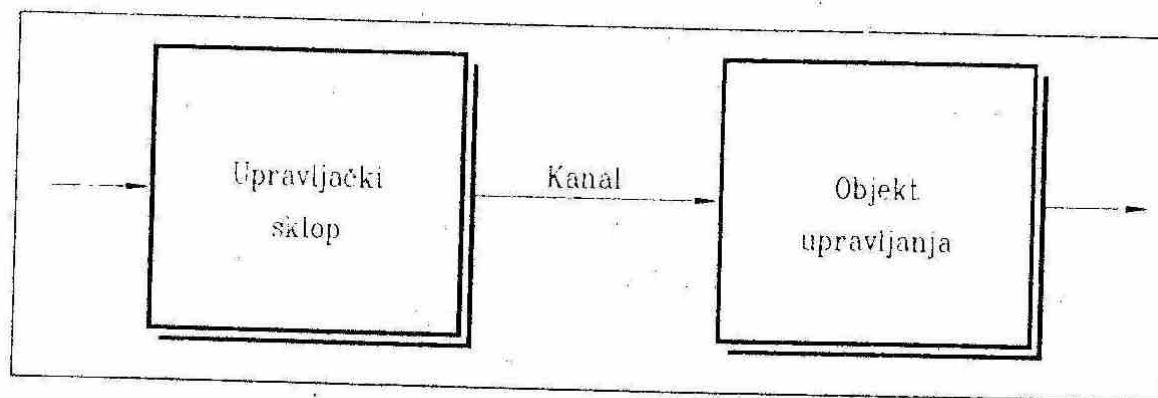
- *Objekt upravljanja*, koji sam za sebe predstavlja sistem u kome se realizuju željene promene,
- *Upravljački sklop (ili sklop za upravljanje)*, koji takođe predstavlja sistem čije delovanje na objekt upravljanja dovodi do željenih promena u njemu.



# KIBERNETIČKI SISTEM

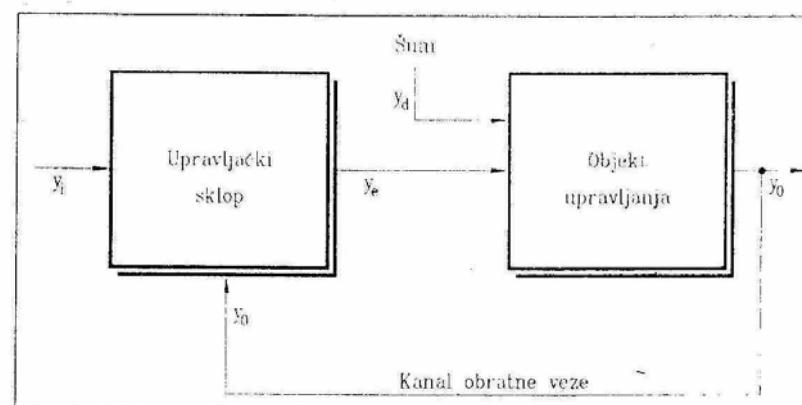
Da bi se upravljalo nekim objektom neophodno je menjati upravljačka dejstva, tj. dejstva upravljačkog sklopa na objekt. To se postiže *signalom upravljanja* koji duž kanala veze prenosi saopštenja (informaciju, komande) o zahtevima ovog sklopa.

Upravljanje je, pre svega, svojstvo žive prirode i društva. Ono je svojstveno i tvorevinama koje je načinio čovek od nežive materije. Pri tom se zahteva da je čovek u te tvorevine ugradio mehanizme koji obezbeđuju upravljačka dejstva na objekt upravljanja.



# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

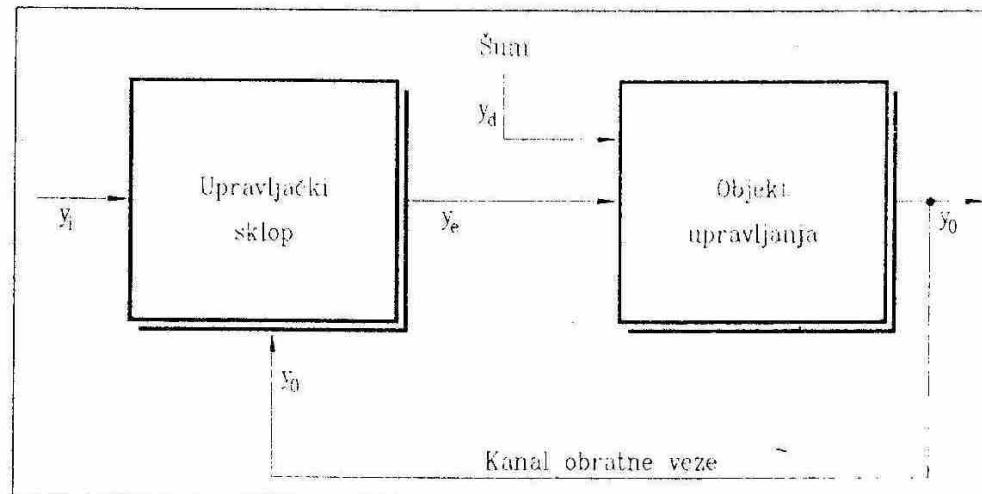
Pored *otvorenih*, postoje i *zatvoreni kibernetički sistemi*, koji su za biomedicinske nauke važniji. *Sistem s обратном vezом (ili с повратном спрегом)* predstavlja zatvoren kibernetički sistem u kome se rezultat upravljanja, postignut na objektu upravljanja, vraća preko *kanala обратне везе* na upravljački sklop. Ovaj *обратни сигнал* zavisi od *одступања стања* objekta upravljanja od unapred određenog stanja i utiče na upravljačko delovanje upravljačkog sklopa u smislu *korekcije резултата управљања* objektom.



# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

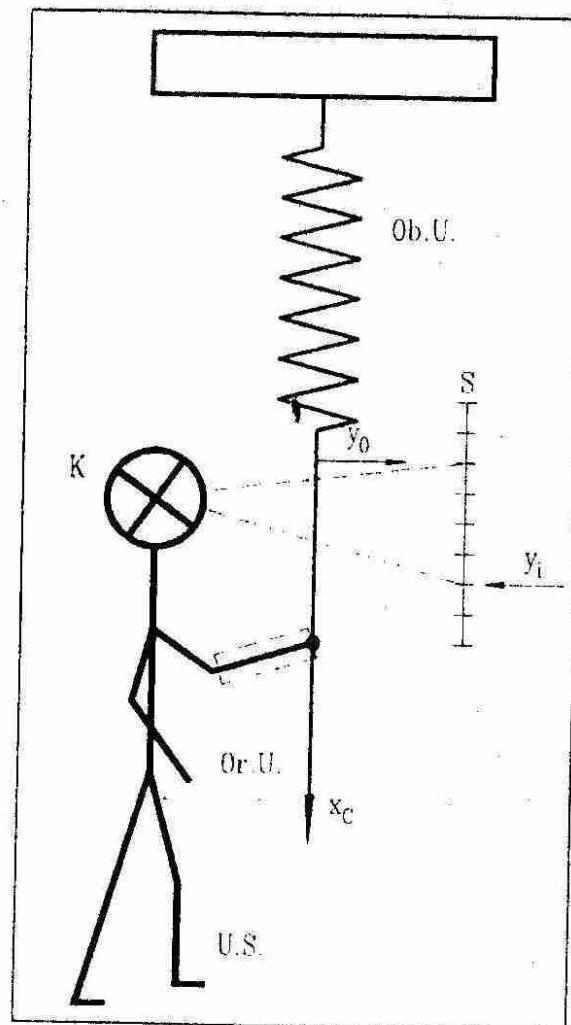
Ako se pod uticajem obratnog signala prvobitno odstupanje stanja objekta upravljanja smanjuje, kaže se da se radi o *negativnoj obratnoj vezi*; u protivnom je reč o pozitivnoj obratnoj vezi.

U biomedicinskim naukama uglavnom se sreću dva osnovna tipa kibernetičkih sistema s obratnom vezom: *sistemi za praćenje (odn. navođenje) i regulacioni sistemi* (odn. *regulatori stabilnosti sistema*, koji se u fiziologiji nazivaju i *homeostati*).



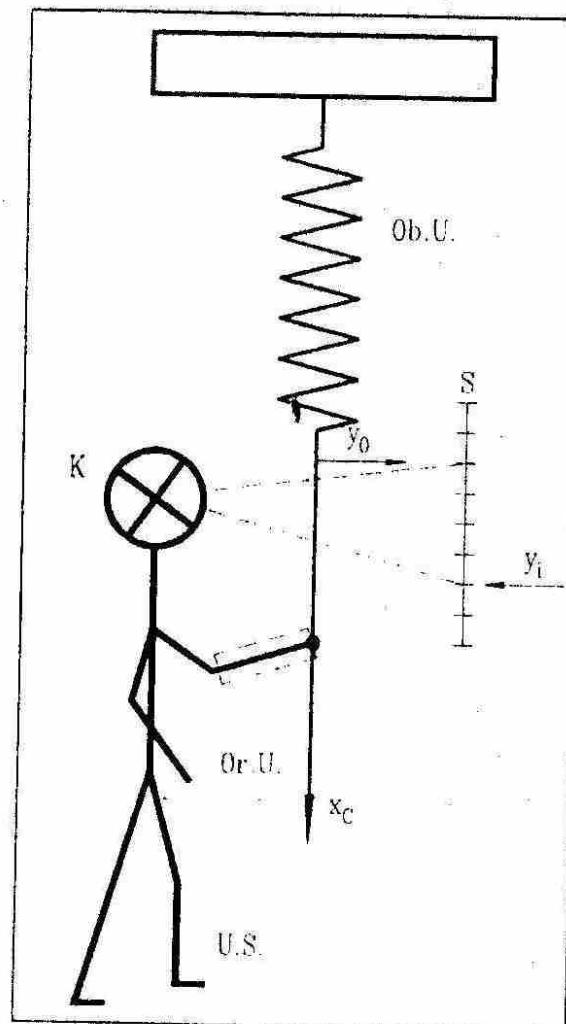
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Svaki kibernetički sistem može se adaptirati tako da postane sistem s obratnom vezom. Posmatrajmo, na primer, oscilovanje opruge, koja će ovde predstavljati *objekt upravljanja* ObU. Veličina deformacije opruge pratiće se preko položaja kazaljke  $y_0$  na skali S. Ovde se  $y_0$  naziva *izlazni ili obratni signal*.



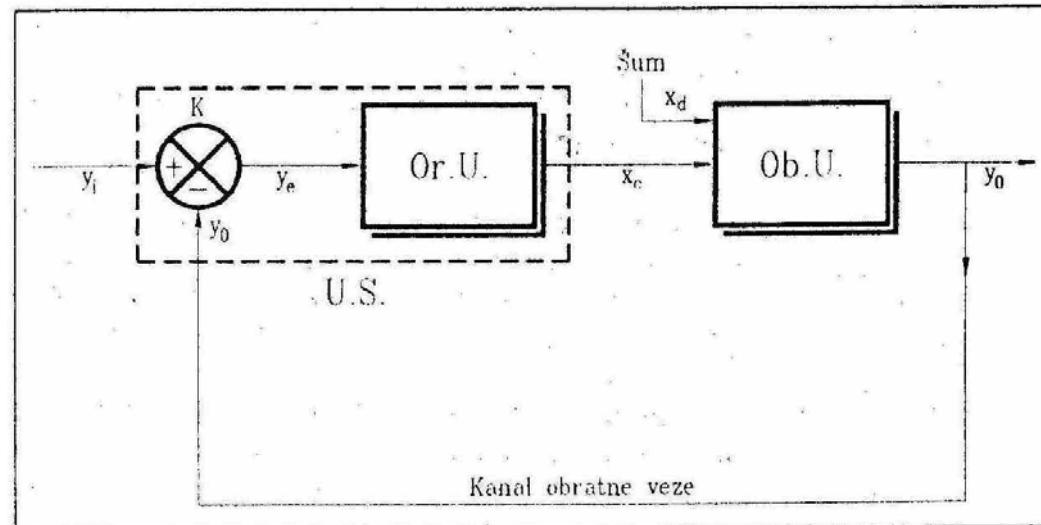
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Ovaj sistem se može upotpuniti s dva elementa: 1) Dodana je još jedna kazaljka koja se po skali pomera nezavisno od prve, prema nekom unapred određenom zakonu ili na proizvoljan način. Njen položaj je određen preko vrednosti  $y_i$  na skali, što odgovara *zadanom signalu*. 2) Čovek kao element sistema dobio je uputstvo da sve vreme nastoji da istezanjem ili sabijanjem opruge dovodi kazaljku  $y_0$  na nivo kazaljke  $y_i$  tj. da tako prati njeno kretanje.



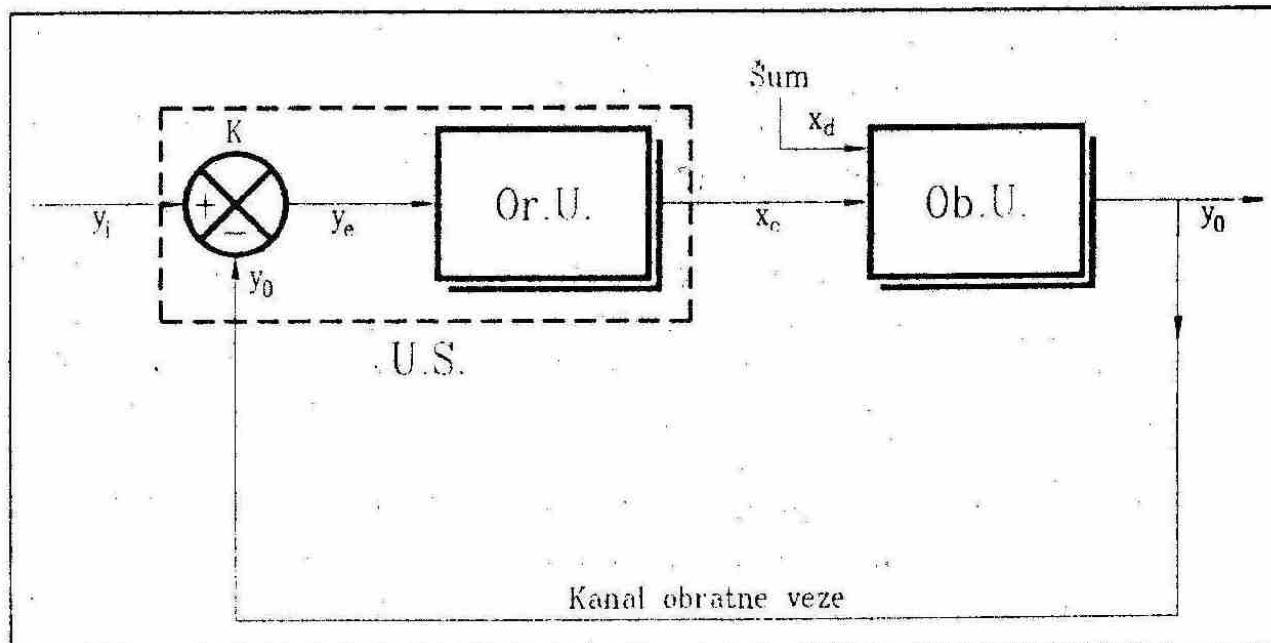
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Pošto čovek istovremeno prati položaje dveju kazaljki, oni za njega predstavljaju dva nezavisna ulaza. Čovek svojom svešću komparira ova dva položaja tako da ovde čovekova svest igra ulogu posebnog elementa kibernetičkog sistema koji se može nazvati *komparator* (ili *detektor greške*) K. On se prikazuje krugom izdeljenim obično na 4 jednaka isečka (sektora). Na dva takva isečka dovodi se zadani i obratni signal.



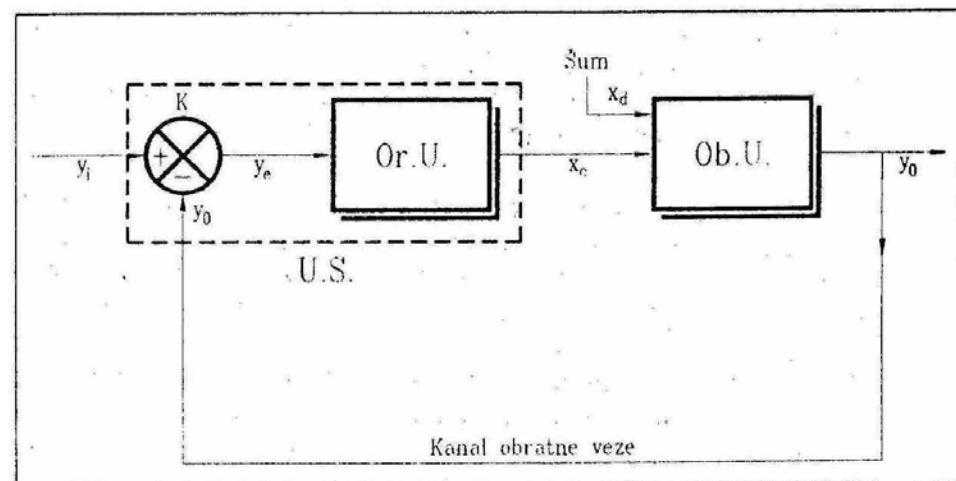
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Kao rezultat ovog poređenja dobija se signal greške  $y_e$  na izlazu komparatora. Ovaj signal je jednak *razlici* ulaznih signala  $y_e = y_i - y_0$  ako se radi o *negativnoj obratnoj vezi* (što je naznačeno pozitivnim i negativnim znacima u sektorima komparatora), ili *zbiru* ovih signala, kada je reč o *pozitivnoj obratnoj vezi*.



# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

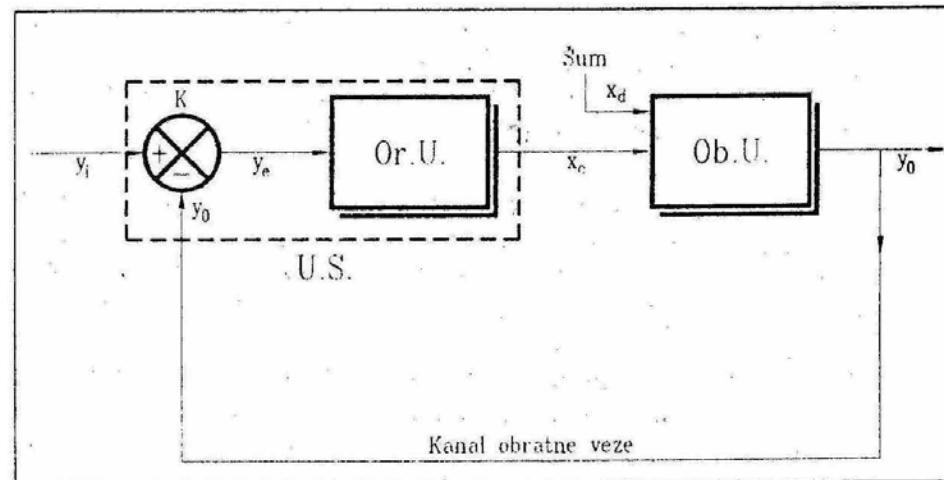
Signal greške  $y_e$  dospeva na ulaz *organa upravljanja* OrU. Ovaj organ na svom izlazu daje upravljački signal  $x_c$ . Naime, što je  $y_e$  veće, tj. što je prema zapažanju posmatrača veća udaljenost između kazaljki, time on svojoj ruci, tj. organu upravljanja komanduje da više istegne ili sabije oprugu, tj. veća je po apsolutnoj vrednosti sila  $x_c$  koja dejstvuje na objekt upravljanja, a rezultat tog dejstva, tj. položaj kazaljke  $y_0$ , prenosi se kanalom obratne veze opet na ulaz komparatora itd.



# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

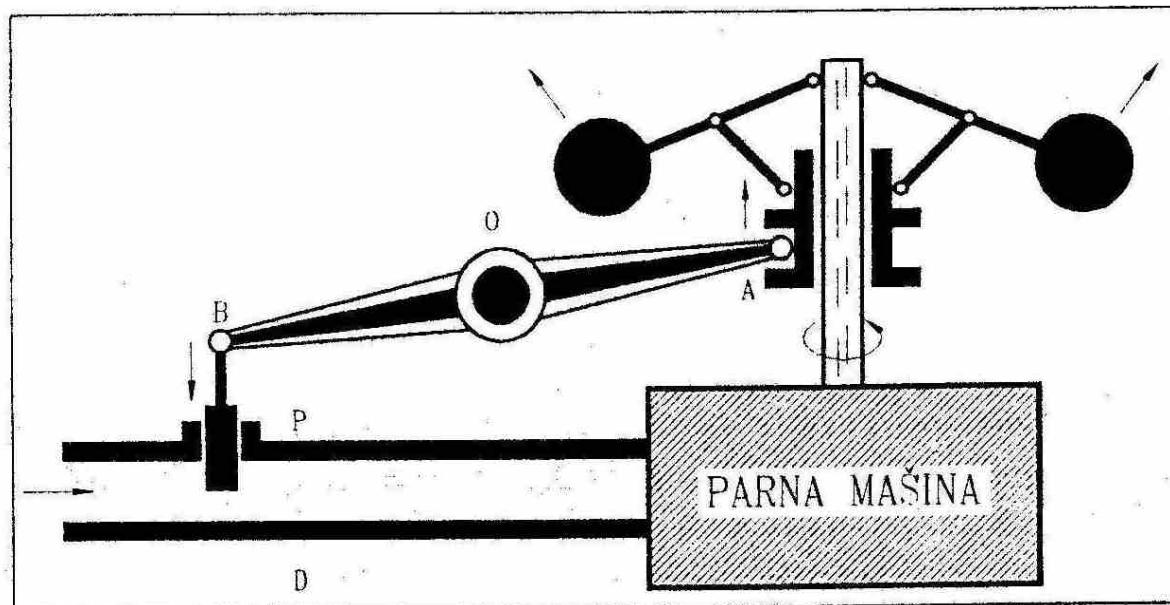
Ova dva elementa vezana zajedno čine *upravljački sklop* US, koji je zagrađen isprekidanim dužima.

Ako je zadnji signal  $y_i$  stalan, a na objekt upravljanja dejstvuju nekontrolisani poremećaji (tzv. „šum“) koji neprekidno menjaju stanja ulaza ovog podsistema, kibernetički sistem koji treba da u toku vremena automatski održava istovetnost signala  $y_0$  i  $y_i$ , (tj. da realizuje zahtev da je  $y_e = 0$ ) predstavlja *regulacioni sistem*.



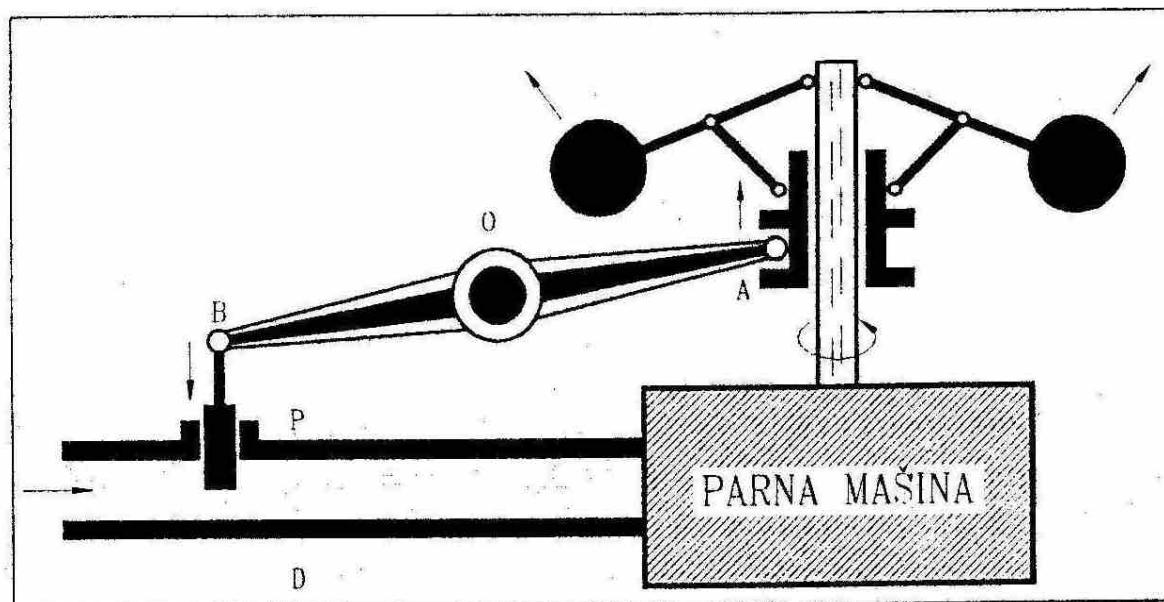
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Na primer, Vatov centrifugalni regulator služi da obezbedi konstantnost pritiska  $y_i$  vodene pare u kotlu parne mašine. Ako se, međutim, iz nekontrolisanih uzroka poveća pritisak pare u kotlu, mašina će početi da radi brže, te će se i vertikalna osovina početi da brže obrće.



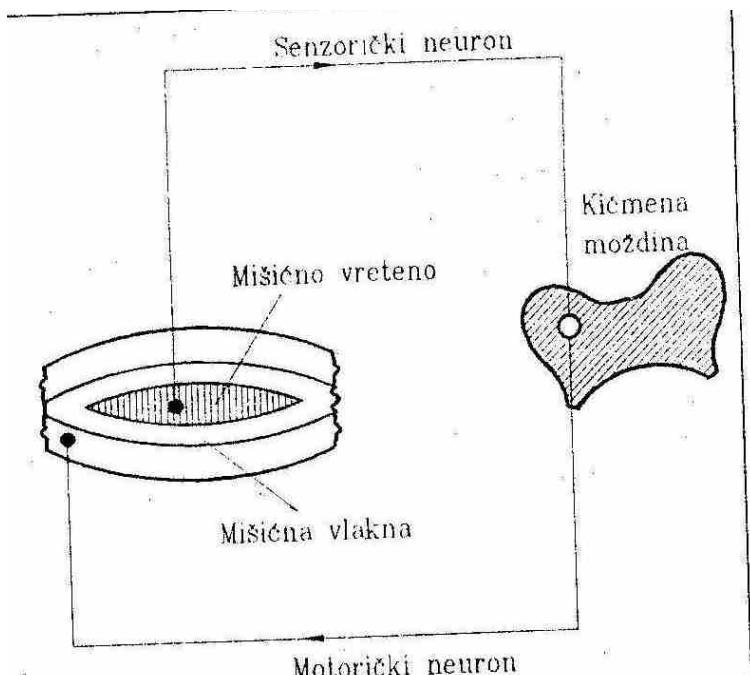
# SISTEMI S OBRATNOM VEZOM

Usled povećane centrifugalne sile simetrični par kugli pomeraće se u smeru strelica, što će polugu AB obrtati oko osovine O tako da se tačka B pomera naniže. Time će se spuštanjem pregrade P automatski smanjiti priliv vodene pare u kotao mašine. Ovde se, očigledno, radi o primeru negativne obratne veze.



# PRIMERI OBRAVNTE VEZE

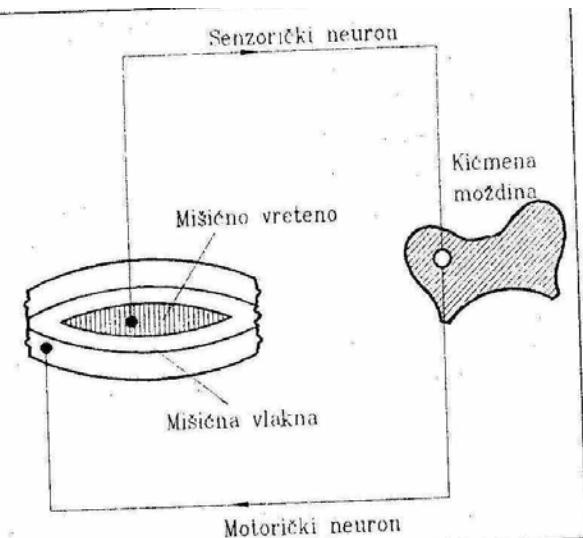
**Refleks istezanja.** Poznato je da većina regulacionih sistema u organizmu deluje putem refleksa. *Refleks istezanja (ili miotatički refleks)* predstavlja jedan od najjednostavnijih regulacionih mehanizama s negativnom obratnom vezom. Refleksni luk počinje mehano-receptorm koji se naziva *mišićno vreteno*. Ono se nalazi između mišićnih vlakana skeletne muskulature i svojim krajevima je povezano sa susednim, paralelnim vlaknima.



# PRIMERI OBРАТНЕ ВЕЗЕ

Ako se mišić naglo i nekontrolisano istegne, s njim će se istegnuti i mišićno vreteno. Ono će se, međutim, time pobuditi i nastali receptorni potencijal u njemu preneće se u vidu serije akcionalih potencijala duž senzoričkog neurona do kičmene moždine. U njoj će ova serija impulsa aktivirati integrисану refleksну активност као последица тога duž prednjег motoričkog neurona krenуće нова серија impulsa која се враћа на motoričku ploču mišićа и он će се услед своје експитације kontrahovati. Značи да се овде обратном vezom teži да се очува полазно stanje (tj. dužina) skeletnog mišića.

Biomehatronika



# PRIMERI OBRAVNJE VEZE

**Hipotalamički termostat.** Kao što je poznato, neodeven čovek u sredini bez vazdušnih strujanja može zadržati telesnu temperaturu praktično konstantnom (tačnije, između  $36^{\circ}$  i  $38^{\circ}\text{C}$ ) pri temperaturama okoline između  $21^{\circ}$  i  $55^{\circ}\text{C}$ . Uopšte, održavanje određenih vrednosti fizičkih parametara stanja organizma konstantnim pri promenama uslova u spoljnoj sredini naziva se u fiziologiji *homeostaza*, a mehanizam koji tu konstantnost obezbeđuje - *homeostat*. Ova telesna regulacija temperature ostvaruje se aktivnošću hipotalamusa (deo mozga).

# PRIMERI OBRAVNJE VEZE

Ako se, međutim, u krvi nađu određene toksične supstancije, one mogu da direktno deluju na centre za termoregulaciju i da podignu nivo  $y_i$ , na kome je normalno regulisana telesna temperatura. Ovaj pomeraj nivoa temperature sa normalne na neku višu naziva se „podešavanje hipotalamitičkog termostata”. Ako se, na primer, nivo temperature podigne na  $40^{\circ}\text{C}$ , bolesnik je *grozničav*, tj. oseća hladnoću iako mu je telesna temperatura iznad normalne. Groznica traje sve dok se telesna temperatura ne podigne na  $40^{\circ}\text{C}$ , tj. do stupnja na koji je prethodno „podesen” hipotalamički termostat (tj. homeostat). Posle toga bolesnik ne oseća groznicu, tj. neće mu biti ni toplo ni hladno.

# PRIMERI OBRAVNJE VEZE

Ako se uklone uzroci koji su proizveli visoku telesnu temperaturu (ili uzmu neki antipiretici, npr. aspirin), hipotalamički termostat će se podesiti na niži nivo. Pošto organizam nastoji da *prati* ovu promenu, bolesnik se tada nalazi u stanju *krize*, tj. oseća vrućinu i intenzivno se znoji kako bi putem evaporacije znoja sa kože snizio svoju telesnu temperaturu do normalne.

Očigledno je da čovekov hipotalamički termostat predstavlja primer kibernetičkog sistema za praćenje: telesna temperatura  $y_0$  prati nivo njegove podešenosti  $y_i$ . Ako je čovek zdrav, ovaj nivo je uglavnom na vrednosti nešto nižoj od  $37^\circ\text{C}$ .

# MODEL I REALNOST

**Definicija modela.** Sva naša znanja o materijalnom sistemu uglavnom se svode na poznavanje njegove *strukture i relacija* između ulaznih i izlaznih veličina i parametara stanja za njegove elemente. Konačni skup činjenica o materijalnom sistemu, koji se svodi na poznavanje njegove strukture i funkcija prenosa i koji se u našoj svesti postupno zaokrugljuje u određenu predstavu ili sliku stvarnosti, naziva se *teorija* ili *model* tog sistema.

Mada su u suštini „teorija“ i „model“ sinonimi, ipak je teorija šira i obuhvatnija, dok je model uži i konkretniji. Na primer, Euklidova geometrija je teorija, dok mnogobrojni atomski modeli predstavljaju samo modele realnog sistema atoma i čine skup svih do danas prikupljenih činjenica o njemu.

# KLASIFIKACIJA MODELAA

Pored metoda „crne kutije“ modelovanje predstavlja u suštini jedan od osnovnih i najopštijih naučno-istraživačkih metoda u biomedicinskim naukama i nauci uopšte. Naučno-istraživački proces počinje eksperimentom, čije rezultate treba egzaktno formulisati. U tom smislu koristi se metodologija koja se zasniva na modelovanju.

Modeli se sreću u najrazličitijim oblastima istraživanja i zato se mogu klasifikovati na razne načine. Za potrebe biomehatronike i biomedicinskih nauka najprihvatljivija i najkorisnija je podela modela na **deskriptivne, fizičke i matematičke**.

# KLASIFIKACIJA MODELAA

*Deskriptivni (opisni) modeli* obuhvataju najširu i najjednostavniju klasu modela i obično prethode ostalim vrstama modela. Dele se na verbalne i slikovite. *Verbalni model* predstavlja model u formi jedne ili više rečenica. On je prisutan u svakodnevnom kontaktiranju između ljudi, a u našoj svesti obično stvara jasne i slikovite predstave. Takav model telesne termoregulacije dat je, na primer, sledećim rečenicama: „Ako telesna temperatura raste, ekscitiraju se centri prednjeg hipotalamus, a inhibiraju centri zadnjeg; ako, međutim telesna temperatura opada, dešava se obrnuto.“ *Slikoviti modeli* predstavljaju uglavnom *crteže, grafike i dijagrame*. Oni su od svih modela najinstruktivniji. Skica nekog sistema u knjizi ili na tabli predstavlja primer slikovitog modela, jer je on kroz sebe odrazio one elemente koji su bitni za ideju koju njime treba izložiti.

# KLASIFIKACIJA MODELAA

*Fizički modeli* predstavljaju materijalne realizacije uočenih zakonitosti u formi mehaničkih, električnih, hemijskih ili tehničkih sistema. Fizički model može predstavljati i zamišljenu konstrukciju, čija se opšta svojstva poznaju s druge strane.

Fizički modeli se koriste bilo u praktične svrhe (npr. kao aparat za veštački krvotok, koji na bazi poznatih termodinamičkih zakona kardiovaskularnog sistema čoveka obezbeđuje cirkulaciju pri komplikovanim operacijama na srcu), bilo kao modeli za ispitivanje svojstava realnih sistema. Tako se, na primer, može načiniti električno kolo koje simulira ponašanje membrane neurona, tako da eksperimenti na ovom električnom modelu mogu indirektno dovesti do korisnih zaključaka o nekim značajnim svojstvima membrane.

# KLASIFIKACIJA MODELAA

**Matematički modeli.** Deskriptivni, odnosno fizički modeli objedinjavaju sva bitna znanja o realnom sistemu ili pojavi na njemu u očiglednu sliku odnosno materijalnu tvorevinu. S druge strane, matematički model je apstraktno-logički model koji prethodni zahtev realizuje u formi podesne matematičke strukture (npr. jednačine).

# KLASIFIKACIJA MODELAA

Kao što je poznato, algebarske (npr. linearne ili kvadratne) jednačine imaju rešenja u obliku određenih brojnih vrednosti. Za razliku od njih tzv. diferencijalne jednačine (tj. jednačine koje sadrže i izvode funkcije) za rešenja imaju funkcije. S druge strane, pošto se u biomedicinskim naukama praktično sva naša znanja o realnom sistemu svode na poznavanje njegove strukture i relacija koje se često mogu prikazati pomoću funkcija prenosa (koje uspostavljaju veze između promenljivih i parametara sistema), to se pod *matematičkim modelom* realnog sistema ili pojave na njemu podrazumeva jedna ili sistem (najčešće diferencijalnih) jednačina, čija rešenja daju funkcije prenosa za dati sistem, tj. opisuju ponašanje ovog sistema ili uočene pojave na njemu.

# PRIMER MODELOVANJA

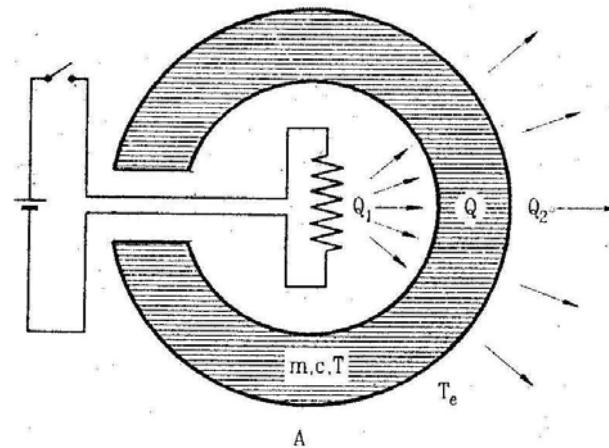
Ako se čovek bez odeće nalazi u prostoriji čija je temperatura ispod  $20^{\circ}\text{C}$ , narušiće se njegova termička homeostaza, tj. regulisana temperatura od  $37^{\circ}\text{C}$  počeće da se snižava. Čovek počinje da se smrzava, što može dovesti do njegove smrti ako ta temperatura padne ispod određene, kritične vrednosti. Ako se, međutim, čovek na vreme prenese u sredinu relativno visoke temperature i time spreči preterano odvođenje metabolički nastale toplote u okolinu, pa se prati porast njegove telesne temperature  $T$  u toku vremena  $t$ , može se doći do zavisnosti  $T = f(t)$  koja se može prikazati u obliku slikovitog modela, tj. grafički.

# PRIMER MODELOVANJA

Pod ovim uslovima telesna temperatura će se uvećavati sve dok ne postigne svoju regulisanu vrednost od oko  $37^{\circ}\text{C}$ . Ovaj porast temperature je posledica metaboličkih procesa u organizmu (tj. biohemijskih reakcija egzogenog tipa koje produkuju toplotnu energiju u organizmu). Mera ovih procesa je *intenzitet metabolizma*  $\mathbf{M}$  koji predstavlja količinu toplote koja se u organizmu produkuje u jedinici vremena po jedinici telesne površine. Pošto su mehanizmi koji ostvaruju vezu između  $\mathbf{M}$  i  $\mathbf{T}$  veoma zamršeni, čovek se može posmatrati kao „crna kutija”, tj. sistem s jednim ulazom  $\mathbf{M}$  i jednim izlazom  $\mathbf{T}$ . Na osnovu poznate izlazne veličine, parametra sistema i funkcije prenosa koja se može pronaći na bazi poznatih zakona fizičkih procesa u organizmu, treba naći ulaznu veličinu  $\mathbf{M(t)}$ .

# PRIMER MODELOVANJA

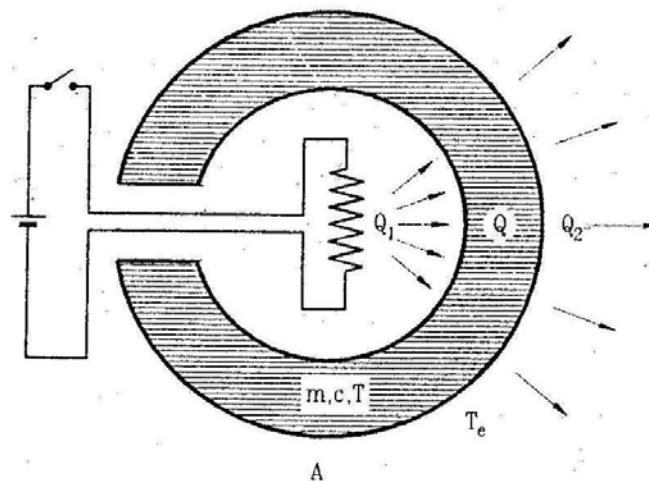
U tom smislu predložen je jednostavan fizički model koji se ne mora neposredno realizovati. To je masivna, homogena kugla mase  $m$ , specifične toplice  $c$ , temperature  $T$  i spoljne površine  $S$  u čiju je unutrašnjost ugrađen električni grejač. Ovde su  $m$ ,  $c$ ,  $T$  i  $S$  parametri ovog sistema. Kugla simulira telo čoveka (kugla mu je, dakle, izomorfna u odnosu na prenos toplice), dok grejač odgovara izvorima metaboličke toplice u njegovom organizmu.



# PRIMER MODELOVANJA

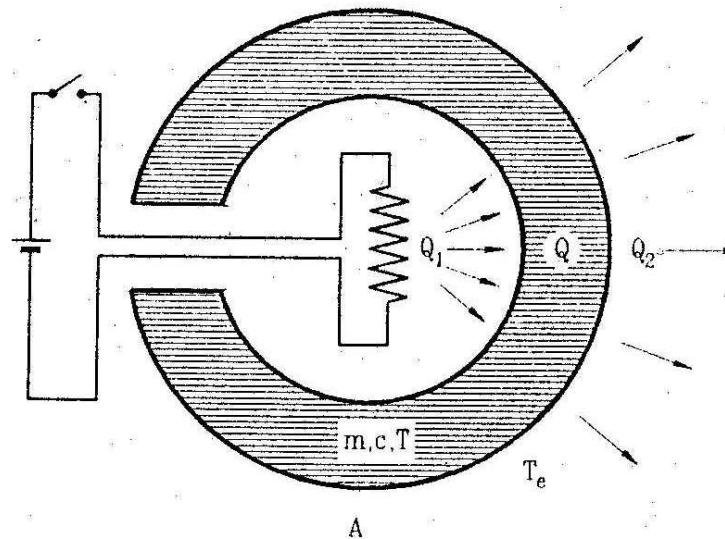
Ako se prekidač zatvori, u početnom periodu procesa („prelaznom režimu“) doći će do utoliko bržeg zagrevanja kugle, što grejač za određeno vreme pred kugli veću količinu toplote  $Q_1$  u odnosu na količinu toplote  $Q_2$  koju kugla izgubi za isto vreme preko svoje spoljne površine.

Sad treba ovu činjenicu matematički formulisati i na osnovu toga doći do matematičkog modela termogeneze.



# PRIMER MODELOVANJA

Neka je  $dQ$  beskrajno mala količina toplote za koju će se u periodu  $dt$ , počev od momenta  $t$ , uvećati količina toplote  $Q$  kugle,  $dQ_1$  količina toplote koja će se za isto vreme u kugli generisati zbog delovanja grejača i  $dQ_2$  količina toplote koju će za isto vreme kugla preko svoje spoljne površine odvesti u okolinu. Tada prema *principu o održanju energije* sledi da je  $dQ = dQ_1 - dQ_2$ .



# PRIMER MODELOVANJA

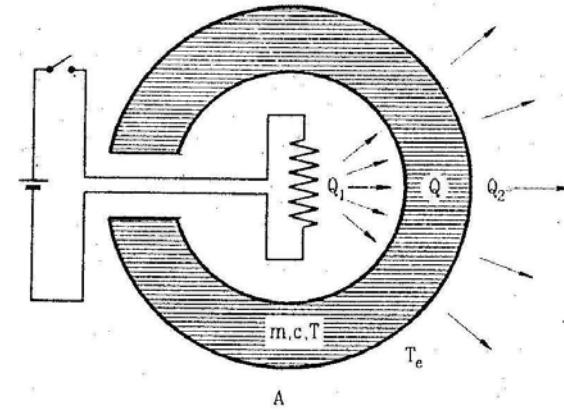
Medutim, kako se iz Termodinamike zna da je pri promeni količine toplote za  $dQ$  temperatura tela prirasla za  $dT$  tako da je  $dQ = mcdT$ , to se prethodna jednačina:

$$dQ = dQ_1 - dQ_2 \quad \text{svodi na}$$
$$m c dT = dQ_1 - dQ_2 .$$

Ako se ona podeli sa  $S dt$ , dobija se:

$$\frac{m \cdot c}{S} \frac{dT}{dt} = \frac{dQ_1}{S \cdot dt} - \frac{dQ_2}{S \cdot dt} = M - H$$

gde prvi sabirak na desnoj strani ( $M$ ) predstavlja po definiciji *intenzitet metabolizma* (ako se radi o živom sistemu), dok  $H$  predstavlja *toplotski fluks*, tj. brzinu odvođenja toplote  $dQ_2 / dt$  po jedinici telesne površine  $S$  preko koje se toplota odvodi u spoljnu sredinu temperature  $T_e$ .

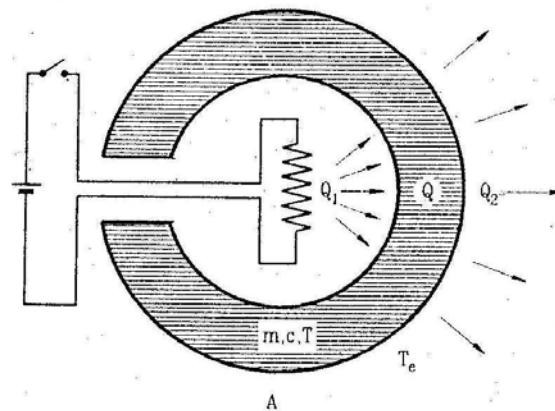


# PRIMER MODELOVANJA

S druge strane, toplotna energija s površine svakog (živog ili neživog) sistema koji ne evaporiše, odvodi se putem kondukcije, konvekcije i zračenja. U fizici je pokazano da je u sva tri slučaja odvođenja toplotne toplotni fluks  $H$  približno srazmeran temperaturskoj razlici tela i okoline:

$$H = C (T - T_e),$$

gde se koeficijent srazmernosti  $C$  naziva konduktacija.

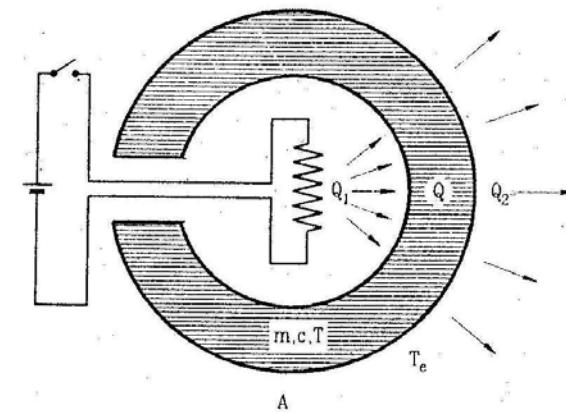


# PRIMER MODELOVANJA

Na primer, količina toplote  $Q$  koja će preći duž homogenog štapa dužine  $l$  i poprečnog preseka  $S$  za vreme  $t$  pri temperaturskoj razlici  $dT = T_2 - T_1$  na krajevima štapa, dobija se po dobro poznatom obrascu:

$$Q = k \frac{T_2 - T_1}{l} S \cdot t$$

$$\frac{Q}{S \cdot t} = H = k \frac{\Delta T}{l} = C \Delta T$$



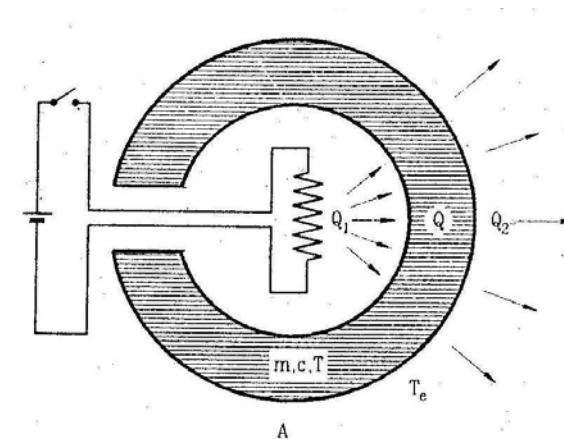
gde je  $k$  - koeficijent toplotne provodljivosti (kondukcije).

# PRIMER MODELOVANJA

$$\frac{Q}{S \cdot t} = H = k \frac{\Delta T}{l} = C \Delta T$$

$$\frac{m \cdot c}{S} \frac{dT}{dt} = \frac{dQ_1}{S \cdot dt} - \frac{dQ_2}{S \cdot dt} = M - H$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{S}{m \cdot c} M - \frac{C \cdot S}{m \cdot c} (T - T_e)$$



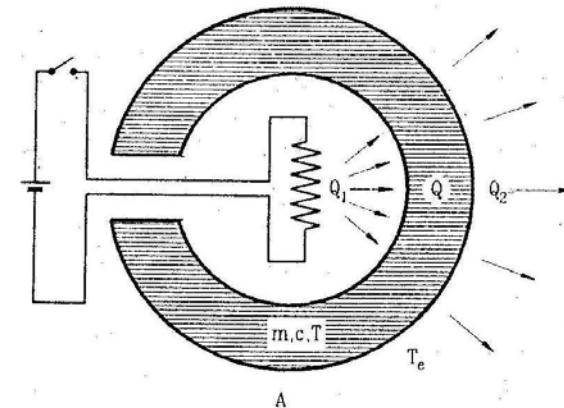
# PRIMER MODELOVANJA

$$\frac{dT}{dt} = \frac{S}{m \cdot c} M - \frac{C \cdot S}{m \cdot c} (T - T_e)$$

Ova jednačina predstavlja matematički model termogeneze.  
Ona je u suštini identična opštoj diferencijalnoj jednačini:

$$\frac{dT}{dt} = k \cdot M - r(T - T_e)$$

u kojoj se samo zna da su veličine  
 $T$  i  $M$  funkcije vremena  $t$  i da su  
opšte veličine u njoj ( $k$ ,  $r$  i  $T_e$ )  
konstante



# PRIMER MODELOVANJA

$$\frac{dT}{dt} = k \cdot M - r(T - T_e)$$

Ako se poznaje analitički izraz funkcije  $T = f(T)$ , može se lako naći njen izvod  $dT / dt$  i zameniti, a odatle se može pronaći  $M$  u funkciji  $t$ , čime je problem rešen.

Specijalno, ako se radi o neživom sistemu (tj. sistemu u kome nema izvora metaboličke topline),  $M=0$  :

$$\frac{dT}{dt} = -r(T - T_e)$$

što predstavlja *Njutnov zakon hlađenja*.

