

Spiralne opruge

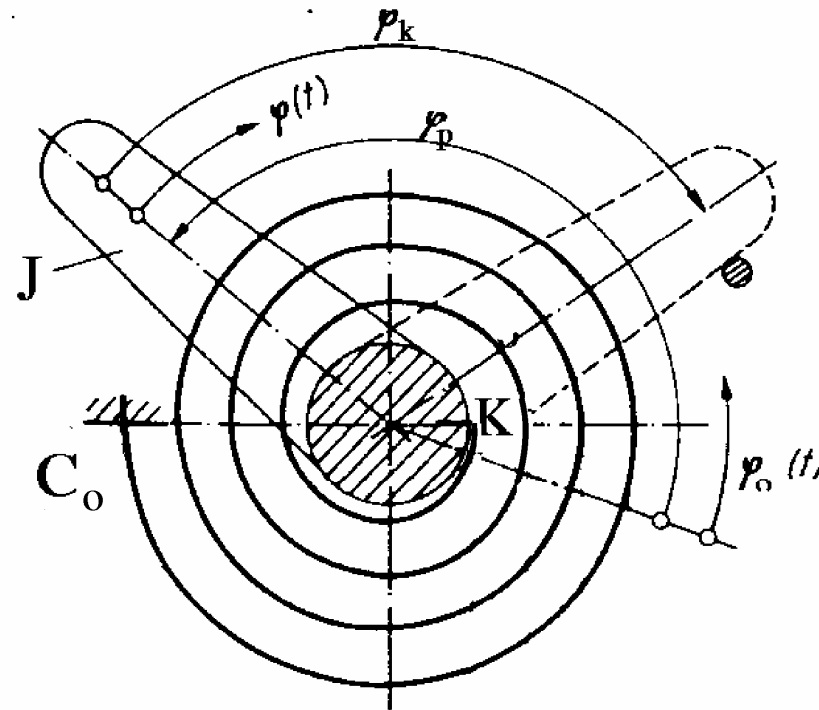
Spiralne opruge se koriste za realizovanje obrtnog kretanja elemenata, najčešće u industriji satova, mernih instrumenata, sportskih rekvizita, igračkaka i u elektroindustriji.

Spiralne opruge se obično izrađuju od pljosnate žice odn. opružne trake, sa radijalnim zazorom između zavojaka ili bez zazora.

Spiralna opruga je jednoznačno definisana izborom vrednosti debljine **h**, širine **b** i dužine opružne trake **L**.

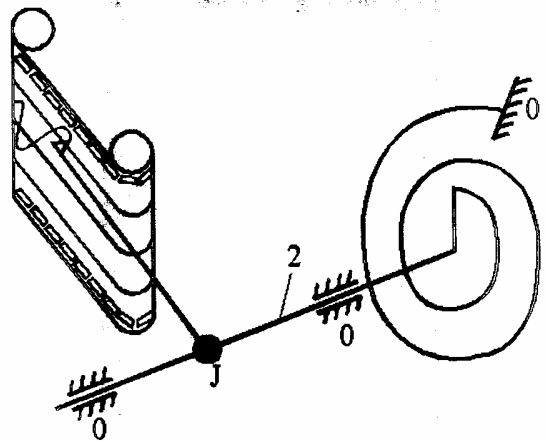
Spiralne opruge

Zadatak spiralne opruge je da realizuje zahtevano ugaono pomeranje elementa φ_k u vremenskom intervalu t_k .

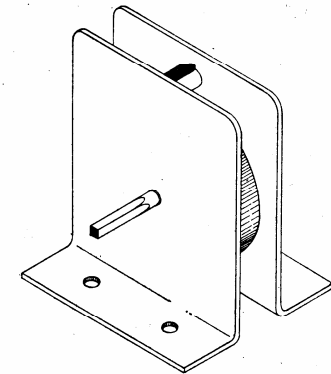
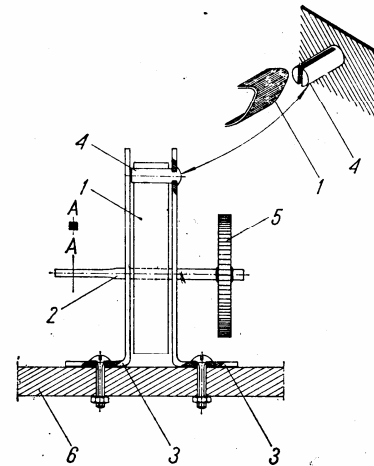
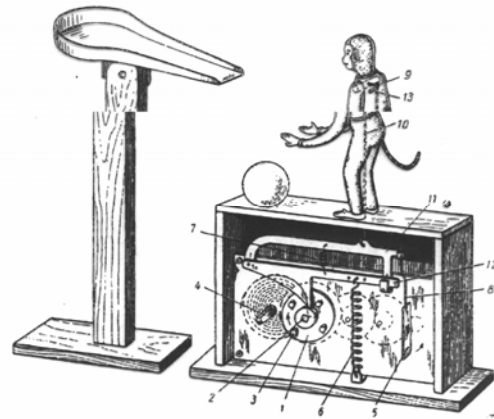
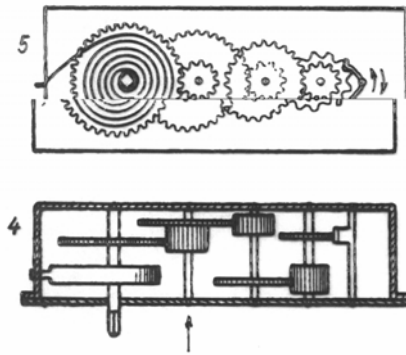


Primeri primene spiralnih opruga kao pogonskih elemenata

Na slici je šematski prikazan uređaj za merenje mehaničkih vibracija niskih učestanosti. Pokretni kraj opruge kruto je vezan za klatno momenta inercije J za osu vratila, koje registruje oscilacije sistema i prenosi ih na pisaljku. Dobijanje vremenske baze oscilograma vrši se ravnomernim pomeranjem trake hartije.



Primeri primene spiralnih opruga kao pogonskih elemenata



Spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Krutost opruge zavisi od vrste veze spoljašnjeg kraja opruge sa nepokretnim osloncem:

- uklještenje: $c_{\varphi} = \frac{Ebh^3}{12L}$

- zglobna veza: $c_{\varphi} = \frac{Ebh^3}{15L}$

c_{φ} - krutost spiralne opruge

b - širina opružne trake

h - debljina opružne trake

L - dužina opružne trake

E - modul elastičnosti opružne trake

Spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Dužina žice opruge bez završetaka:

$$L = (r_{C0} + r_0)\pi n$$

$$L = \frac{(r_{C0}^2 - r_0^2)\pi}{h + a_z}$$

$$a_z = \frac{(r_{C0}^2 - r_0^2)\pi}{L} - h$$

L - dužina opružne trake

r_{C0} – radijus nepokretnog kraja opruge od obrtne ose

r₀ – radijus pokretnog kraja opruge od obrtne ose

n - broj zavojaka opruge

a_z - zazor između zavojaka

h - debljina opružne trake

Spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Izborom dovoljno velikog zazora treba eliminisati uticaj trenja među zavojcima na karakteristiku opruge.

Opruge ovog tipa koriste se prvenstveno kao povratne opruge (u bravama, starterima, za kazaljke u električnim mernim instrumentima), ali i kao oscilirajući element u regulatoru hoda mehaničkih časovnika.

Predviđene su za male uglove obrtanja ($\varphi < 360^\circ$). Kada ih koristimo kao oscilirajuće elemente uglovi obrtanja su reda veličine $\varphi = 20^\circ$. Za specijalne namene mogu se specijalnim konstrukcijama realizovati i uglovi obrtanja do $\varphi = 700^\circ$.

Spiralne opruge bez radijalnog zazora

Smeštaju se najčešće u kućišta tako da je njihovo kretanje ograničeno na prostor između dva koaksijalna cilindra, jezgra na koje se opruga namotava i kućišta.

Zbog trenja između zavojaka, izvršeni rad pri odmotavanju opruge manji je od energije utrošene na njeno navijanje.

Opruge ovog tipa omogućavaju veće akumuliranje energije u odnosu na opruge sa zazorom. Zbog toga se koriste kao pogonske opruge kod mehaničkih časovnika, pogonskih mehanizama, uređaja za obradu podataka, sportskih rekvizita, igračaka i često nazivaju oprugama za navijanje.

Spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Pored problema koji se javljaju pri dinamičkom modeliranju pogonskih procesa realizovanih spiralnom oprugom sa radijalnim zazorom, modeliranje spirale opruge bez zazora, u kućištu, otežavaju dva dodatna faktora:

- broj radnih zavojski menja se tokom pogonskog procesa, posebno u početnoj i završnoj fazi pomeranja,
- trenje klizanja zavojski po zavojski značajno redukuje deo energije koji se može iskoristiti za realizovanje pogonskog procesa.

Obe pojave je veoma teško modelirati.

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Jednačina za dimenzionisanje spiralnih opruga:

$$1 - a\bar{p}r_{C0} = \cos \bar{p}$$

$$a = \frac{1}{k_1 \sigma_{fp}} \sqrt{1.5E\rho} \frac{\varphi_k}{t_k}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{1}{\kappa}}$$

$$\sigma_{fp} \approx 0.7\sigma_{df}$$

r_{C0} – radijus nepokretnog kraja opruge od obrtne ose

k_1 - karakteristična vrednost osnovnog harmonika

κ - odnos momenata inercije pokretnog sklopa i opruge

σ_{fp} - napon na savijanje pri početnom otklonu

σ_{df} - dopušteni napon na savijanje

E - modul elastičnosti opružne trake

ρ - gustina materijala opružne trake

φ_k - ugaono pomeranje elementa

t_k – vremenski interval

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Usvajanje faktora k_z koji definiše radijalni zazor između zavoja:

$$3 \leq k_z \leq 5$$

$$a_z = k_z h$$

Nagib Arhimedove spirale a_A :

$$a_A = \frac{h + a_z}{2\pi} = \frac{h(1 + k_z)}{2\pi}$$

h - debljina opružne trake

a_z - zazor između zavoja

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Debljina opružne trake **h**:

$$\mathbf{h} = \frac{\bar{\rho} r_{C0} (r_{C0}^2 - r_0^2)}{k_1 a_A t_k} \sqrt{\frac{3\rho}{2E}} \approx \frac{\bar{\rho} r_{C0}^3}{k_1 a_A t_k} \sqrt{\frac{3\rho}{2E}}$$

$$\mathbf{h} = \sqrt{\frac{2\pi\bar{\rho} r_{C0}^3}{k_1 t_k (1 + k_z)}} \sqrt{\frac{3\rho}{2E}}$$

r_{C0} – radijus nepokretnog kraja opruge od obrtne ose

r_0 – radijus pokretnog kraja opruge od obrtne ose

k_1 - karakteristična vrednost osnovnog harmonika

a_A – koeficijent Arhimedove spirale

t_k – vremenski interval

E - modul elastičnosti opružne trake

ρ - gustina materijala opružne trake

Usvaja se standardna vrednost
debljine opružne trake **h_s**.

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Dužina opruge **L**:

$$L = \frac{\pi(r_{C0}^2 - r_0^2)}{h_s + h_s k_z}$$

r_{C0} – radijus nepokretnog kraja opruge od obrtne ose

r_0 – radijus pokretnog kraja opruge od obrtne ose

h_s - standardna debljina opružne trake

Širina opružne trake **b**:

J - moment inercije pokretnog sklopa

a_A – koeficijent Arhimedove spirale

$$b = \frac{6(r_{C0}^2 - r_0^2) J \bar{p}^2}{E a_A h_s^3 t_k^2}$$

t_k – vremenski interval

E - modul elastičnosti opružne trake

Usvaja se standardna vrednost širine opružne trake **b_s** (**b_s / h_s > 6**)

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Sopstvena kružna frekvencija spiralne opruge ω_1 :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c_\varphi}{J}} = k_1 \frac{h_s a_A}{r_{C0} (r_{C0}^2 - r_0^2)} \sqrt{\frac{2E}{3\rho}} \approx k_1 \frac{h_s a_A}{r_{C0}^3} \sqrt{\frac{2E}{3\rho}}$$

c_φ - krutost uvirtne zavojne opruge

J - moment inercije pokretnog sklopa

r_{C0} – radijus nepokretnog kraja opruge od obrtne ose

r_0 – radijus pokretnog kraja opruge od obrtne ose

h_s - standardna debljina opružne trake

a_A – koeficijent Arhimedove spirale

E - modul elastičnosti opružne trake

ρ - gustina materijala opružne trake

Dimenzionisanje spiralne opruge sa radijalnim zazorom

Početni otklon spiralne opruge φ_p :

$$\varphi_p = \frac{\varphi_k}{1 - \cos \omega_1 t_k}$$

φ_k - ugaono pomeranje elementa

ω_1 - sopstvena kružna frekvenca

t_k - vremenski interval

$$\varphi_p \leq \frac{2\sigma_{fp}L}{Eh_s}$$

σ_{fp} - napon na savijanje pri početnom otklonu

L - dužina opruge

E - modul elastičnosti opružne trake

h_s - standardna debljina opružne trake