

Kardinalne tačke centriranog sočiva

Optičko sočivo je prozračno telo sa dve (**prosto sočivo**) ili više međusobno centriranih prelamajućih površina (**složeno sočivo**). Izrađuje se od materijala koje karakterišu visoke vrednosti stepena čiste transmitancije u vidljivoj oblasti elektromagnetskog spektra.

Složena sočiva se sastoje od više prostih sočiva, pri čemu granične površine susednih prostih sočiva mogu biti u dodiru ili ih odvaja neka druga sredina.

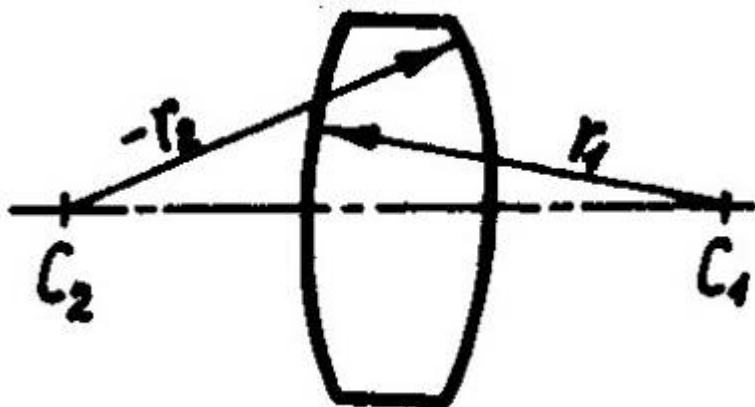
Kardinalne tačke centriranog sočiva

Aksijalna debljina većine prostih sočiva je dovoljno mala da se dvostruko prelamanje zraka na graničnim površinama sočiva može aproksimativno zameniti jednostrukim prelamanjem na ravni koja prolazi kroz centar sočiva i koja je istovremeno glavna ravan oblasti objekta i lika. Ovakva sočiva se nazivaju **tanka sočiva**, za razliku od složenih i prostih sočiva čija se debljina ne može zanemariti i koje se nazivaju **debela sočiva**.

Kardinalne tačke centriranog sočiva

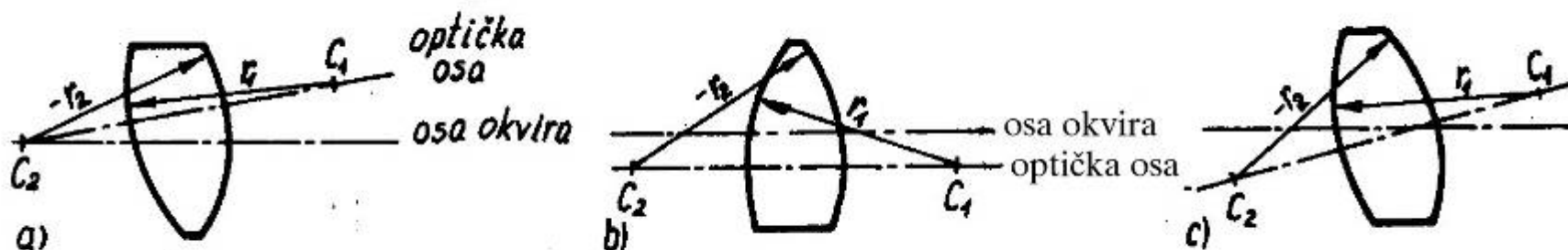
Najvažniji funkcionalni element za optičko preslikavanje je sferno sočivo, čije su granične površine sferne, ili sferne i ravne. Za praktičnu primenu je od posebne važnosti problem centriranja sočiva.

Optička osa sočiva je linija koja prolazi kroz centre sfernih površina. Kod centriranog sočiva se osa okvira (osa simetrije oboda) i optička osa poklapaju.



Centrirano sočivo

Kardinalne tačke centriranog sočiva



Primeri necentriranih sočiva

(osa okvira i optička osa leže u istoj ravni)

Kardinalne tačke centriranog sočiva

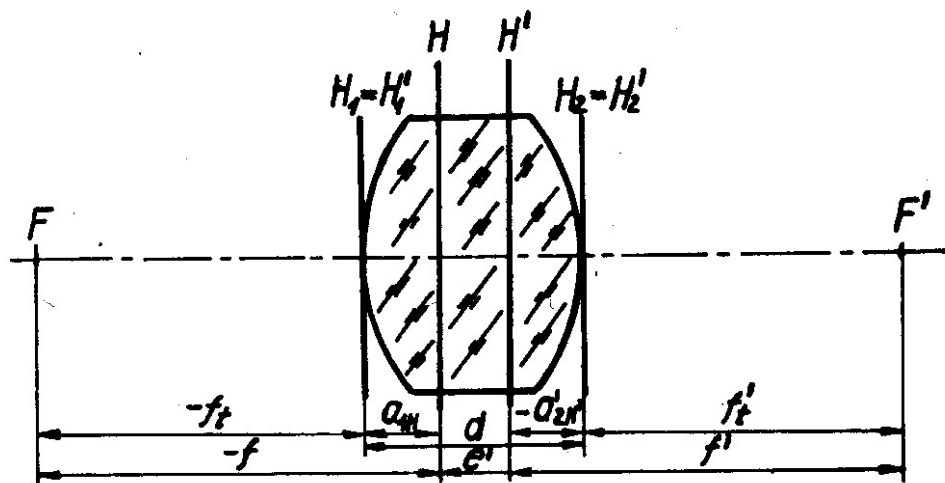
Žižne daljine graničnih površina sočiva:

$$f_1 = -\frac{r_1}{n-1}$$

$$f'_1 = \frac{nr_1}{n-1}$$

$$f_2 = \frac{nr_2}{n-1}$$

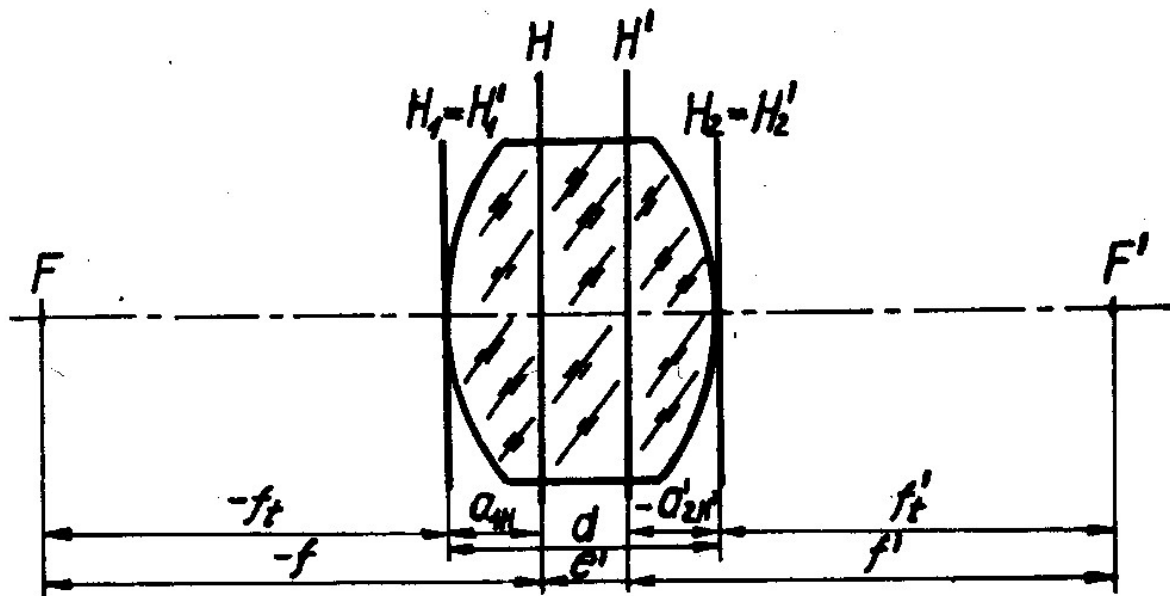
$$f'_2 = -\frac{r_2}{n-1}$$



Kardinalne tačke centriranog sočiva

Optičarska jednačina definiše vrednost žižne daljine debelog sočiva:

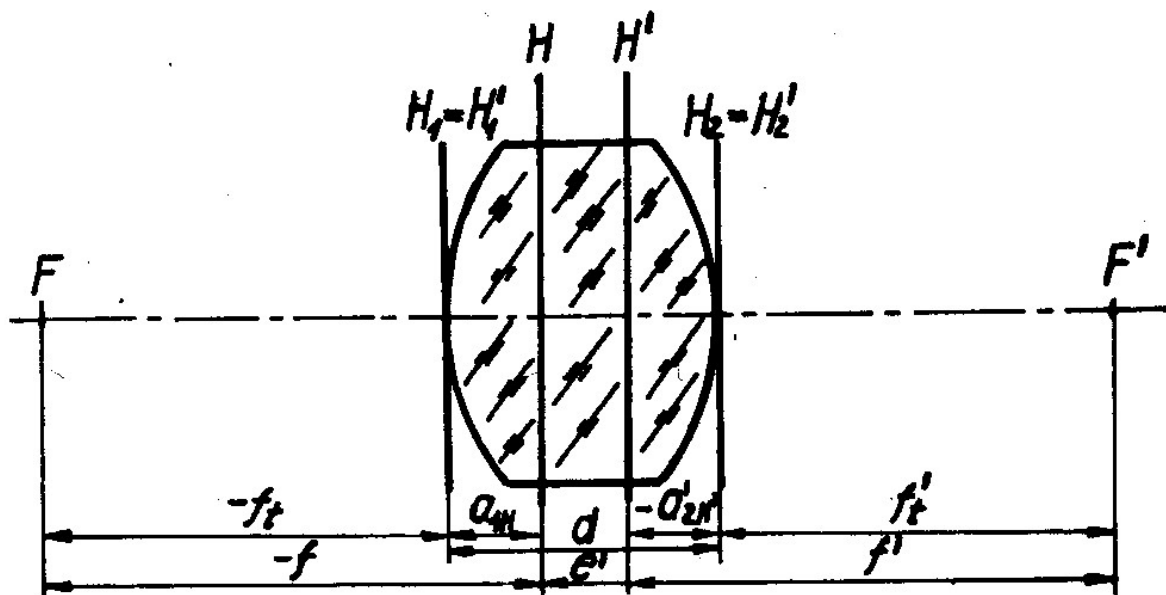
$$F' = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2 d}{nr_1 r_2}$$



Kardinalne tačke centriranog sočiva

Položaj glavne ravni oblasti lika debelog sočiva:

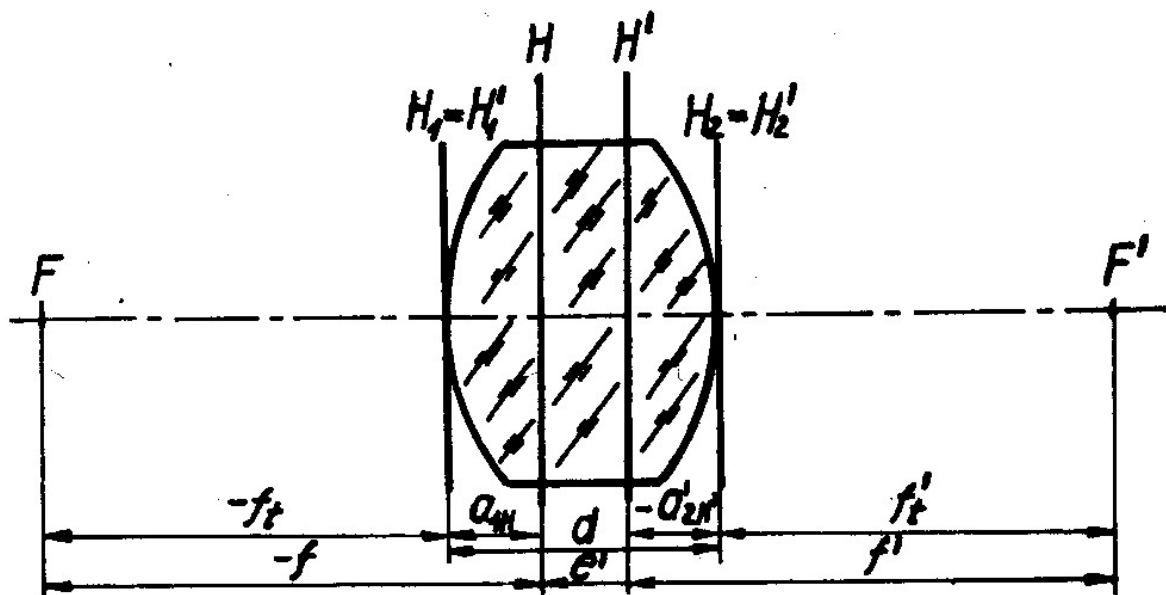
$$a'_{2H'} = \frac{r_2 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}$$



Kardinalne tačke centriranog sočiva

Položaj glavne ravni oblasti objekta debelog sočiva:

$$a_{1H} = \frac{r_1 d}{n(r_1 - r_2) - (n - 1)d}$$

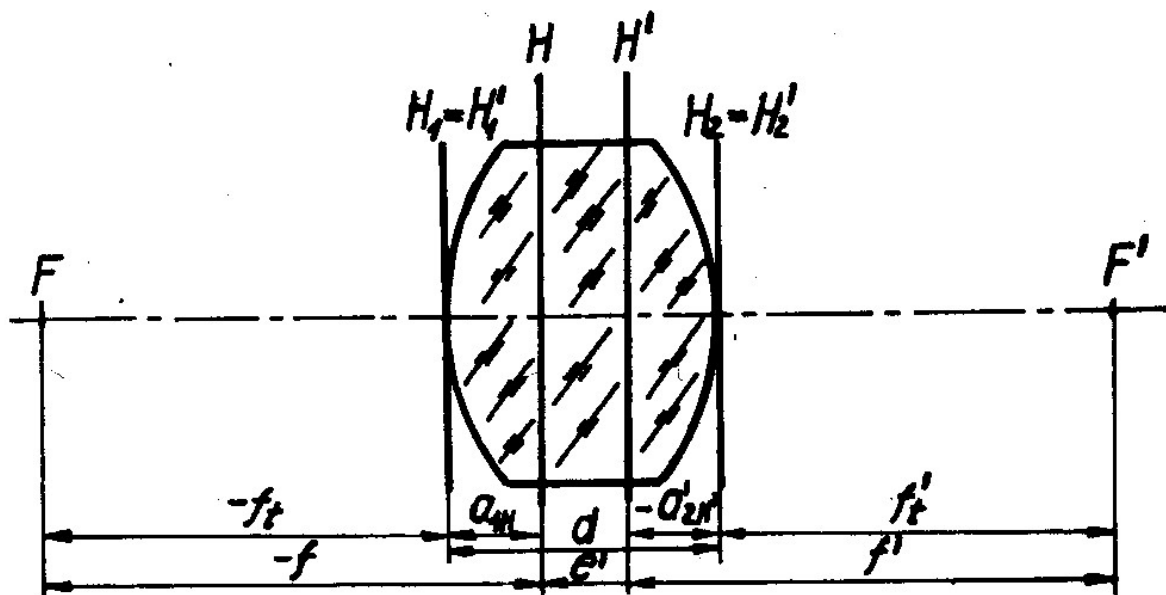


Kardinalne tačke centriranog sočiva

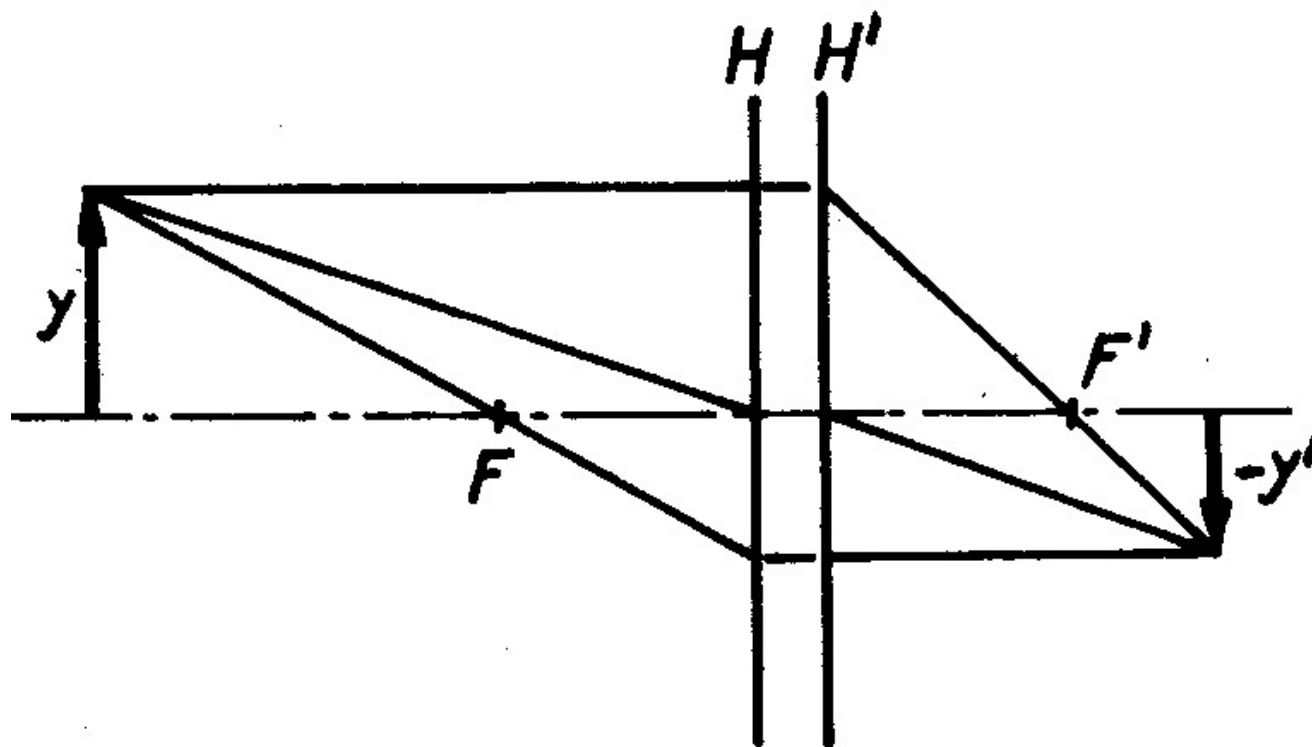
Jednostavnije je odrediti rastojanja žiža od odgovarajućih temena sočiva nego same žižne daljine, tako da se u proračun uvode i žižne daljine u odnosu na teme:

$$f_t = f + a_{1H}$$

$$f'_t = f' + a'_{2H'}$$

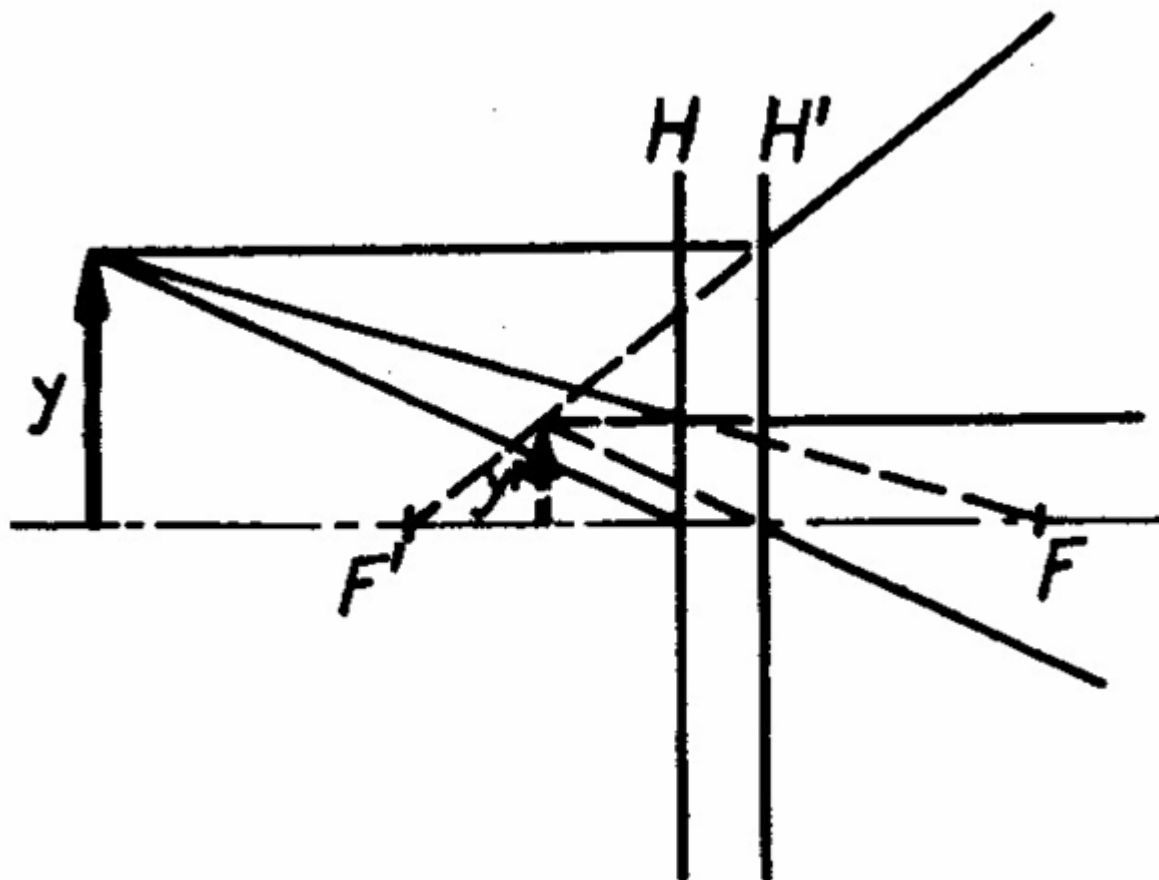


Kardinalne tačke centriranog sočiva



Putanje karakterističnih zraka kod sabirnog sočiva

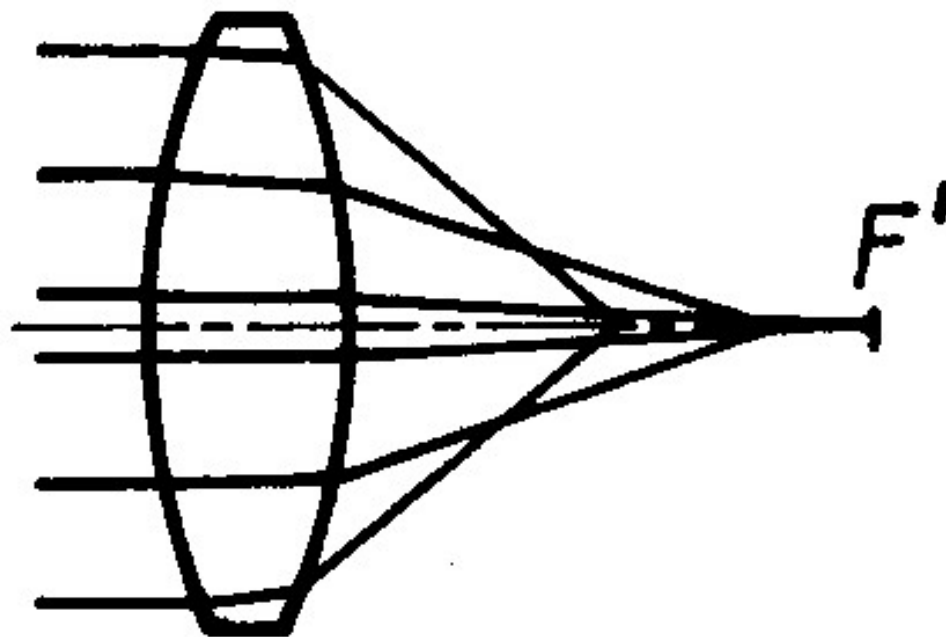
Kardinalne tačke centriranog sočiva



Putanje karakterističnih zraka kod rasipnog sočiva

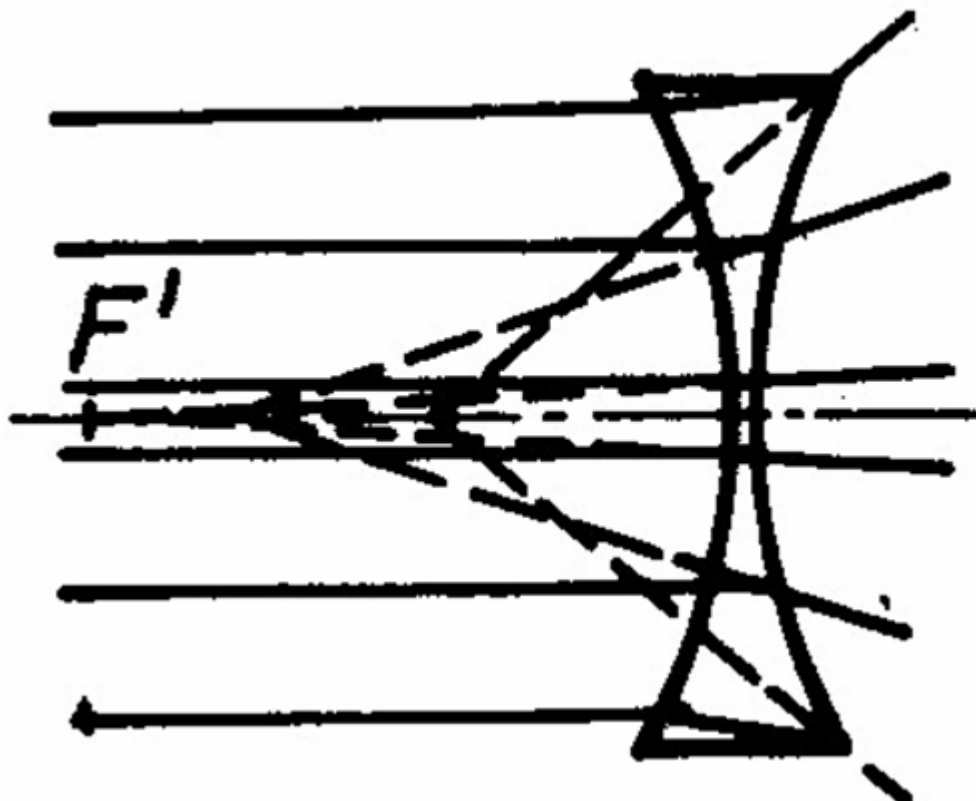
Klasifikacija oblika sočiva

Sočivo koje paraksijalni paralelni snop transformiše u konvergentni snop naziva se **konvergentno (sabirno) sočivo**.



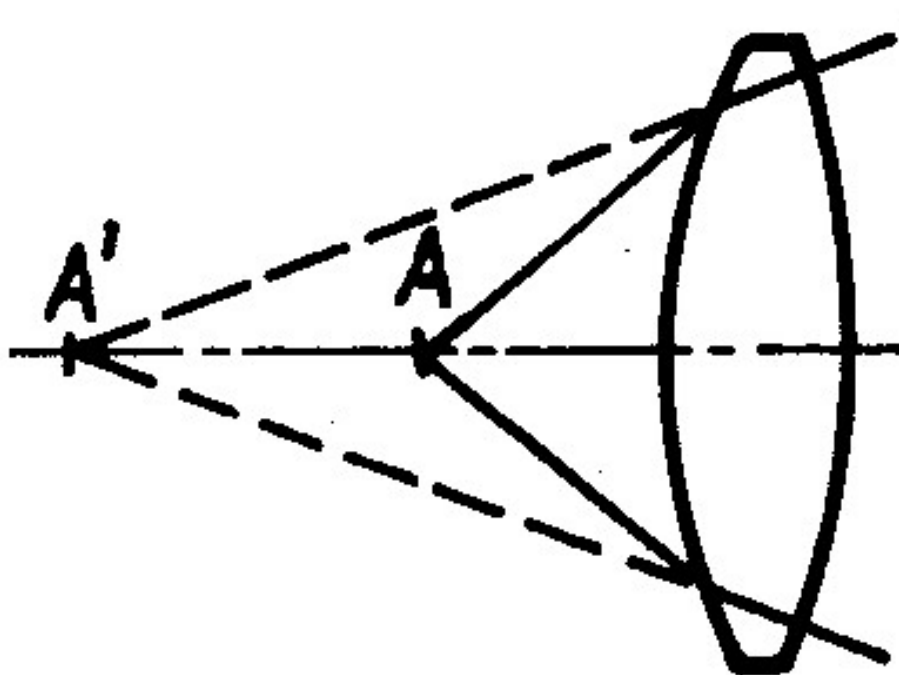
Klasifikacija oblika sočiva

Sočivo koje paraksijalni paralelni snop transformiše u divergentni snop naziva se **divergentno (rasipno) sočivo**.



Klasifikacija oblika sočiva

Sabirno sočivo prelama svetlosne zrake uvek ka osi, a od daljine predmeta zavisi da li će nakon prelamanja svetlosni snop biti konvrgentan ili divergentan.



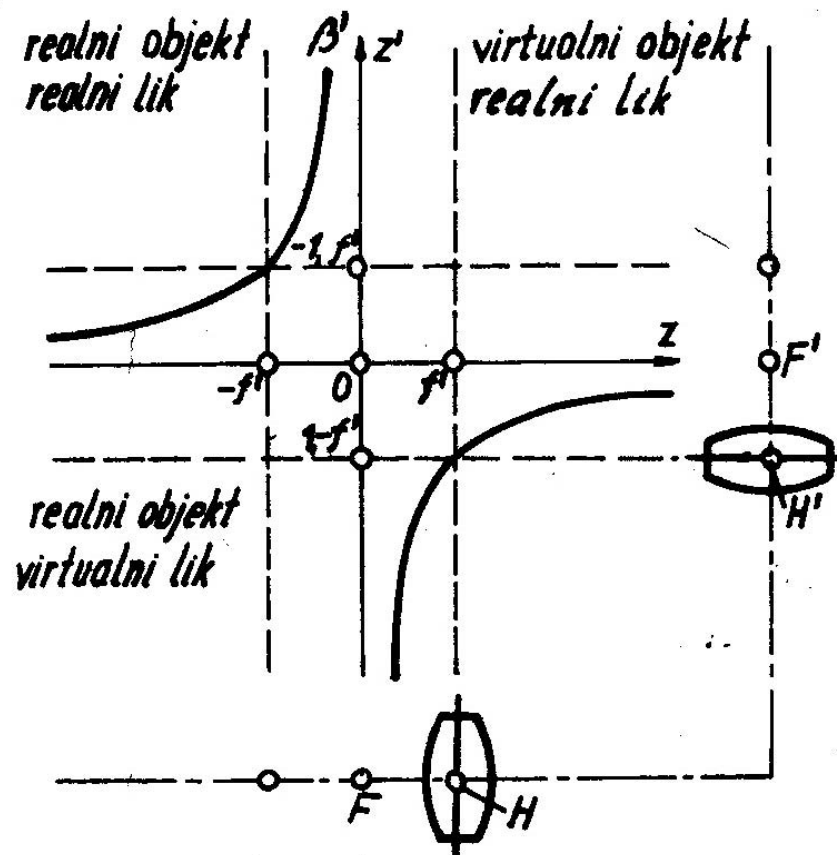
Klasifikacija oblika sočiva

Položaj lika formiranog sočivom ($f' = -f$) i poprečno uvećanje preslikavanja paraksijalnim zracima određujemo relacijama:

$$z' = -\frac{f'^2}{z}$$

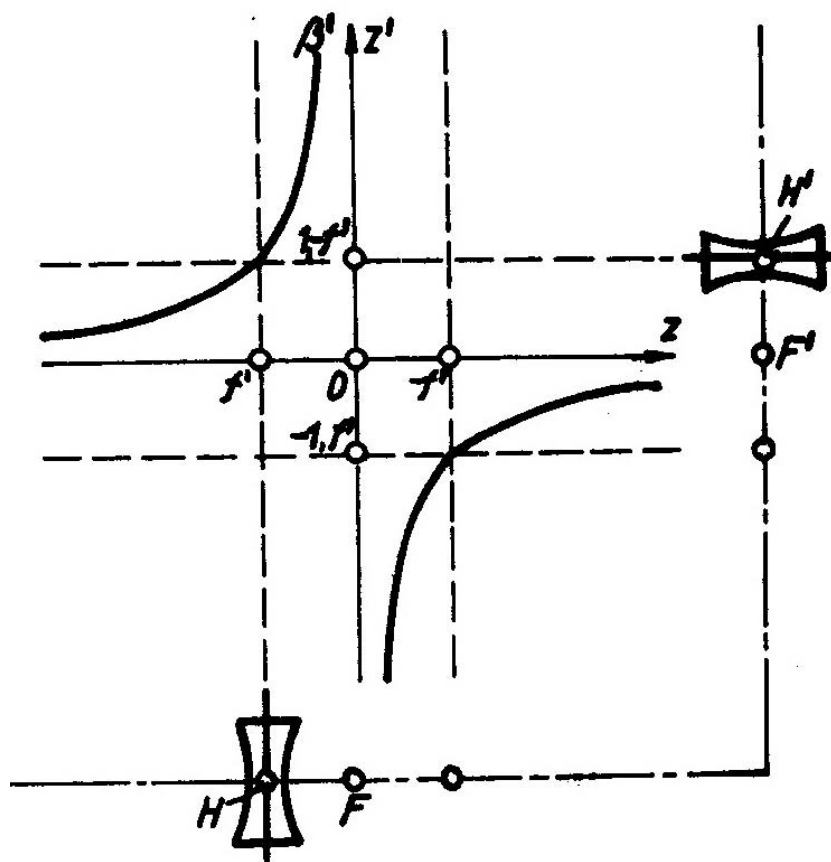
$$\beta' = \frac{f'}{z}$$

Klasifikacija oblika sočiva



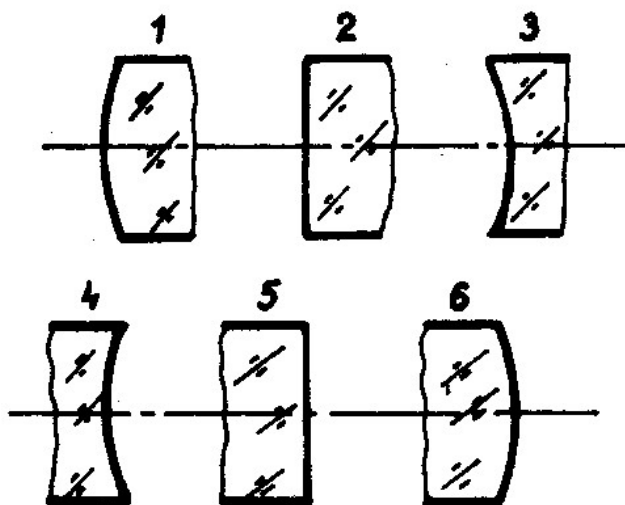
Grafički prikaz Newton-ovog oblika jednačine preslikavanja sabirnim sočivom

Klasifikacija oblika sočiva

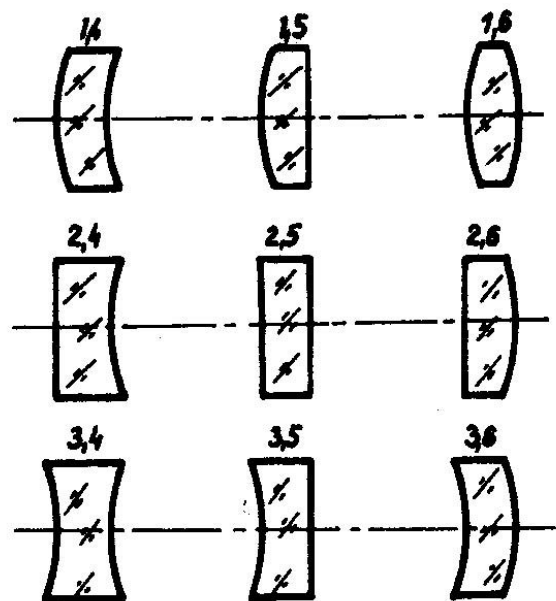


Grafički prikaz Newton-ovog oblika jednačine preslikavanja rasipnim sočivom

Klasifikacija oblika sočiva



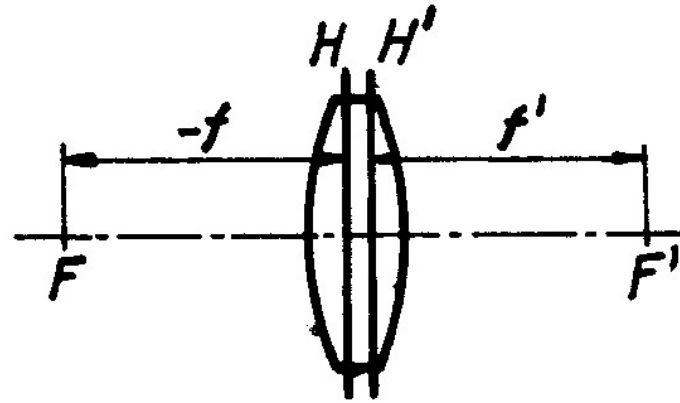
Mogući oblici prelamajućih površina



Moguće kombinacije prelamajućih površina

Klasifikacija oblika sočiva

Simetrično bikonveksno sočivo $r_1 = -r_2 = r$



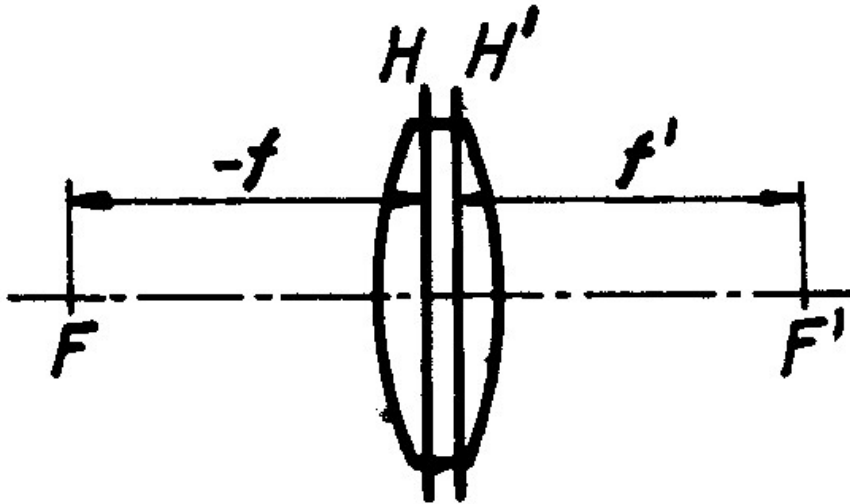
Glavne ravni leže međusobno simetrično unutar sočiva:

$$a_{1H} = -a'_{2H'} = \frac{(n-1)d}{nr} f' > 0$$

Klasifikacija oblika sočiva

Simetrično bikonveksno sočivo

$$r_1 = -r_2 = r$$



$$F' = \frac{n-1}{r} \left[2 - \frac{(n-1)d}{nr} \right]$$

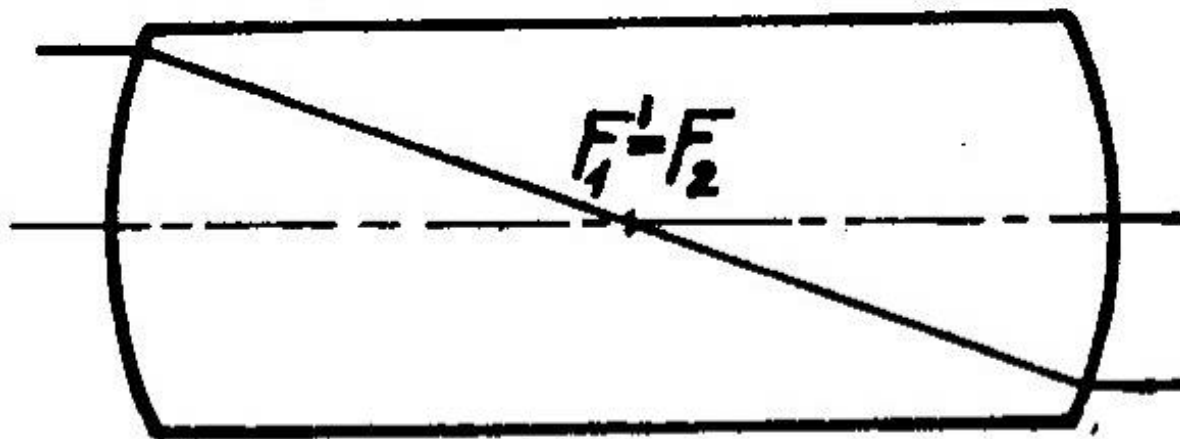
$$F' > 0 \Leftrightarrow d < \frac{2nr}{n-1}$$

$$F' < 0 \Leftrightarrow d > \frac{2nr}{n-1}$$

Klasifikacija oblika sočiva

Simetrično bikonveksno sočivo $r_1 = -r_2 = r$

$$F' = 0 \Leftrightarrow d = \frac{2nr}{n-1}$$

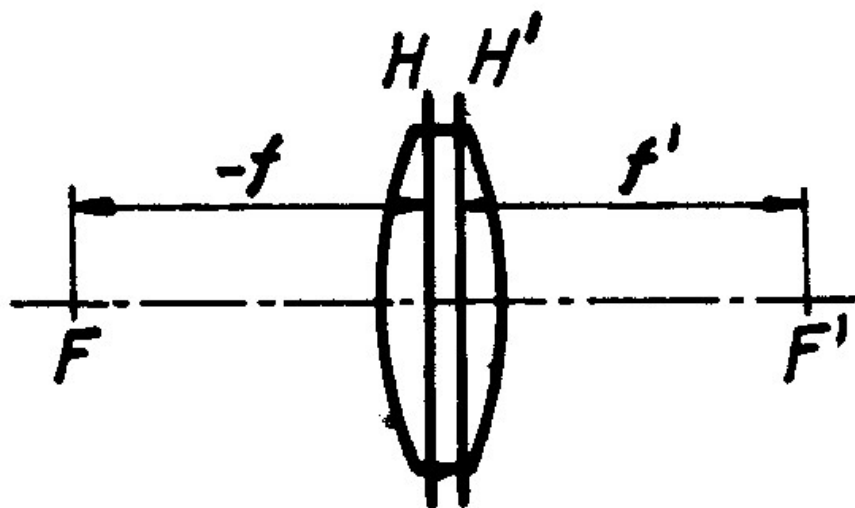


Teleskopsko simetrično bikonveksno sočivo

Klasifikacija oblika sočiva

Simetrično bikonveksno sočivo

$$r_1 = -r_2 = r$$



$$d \ll r$$

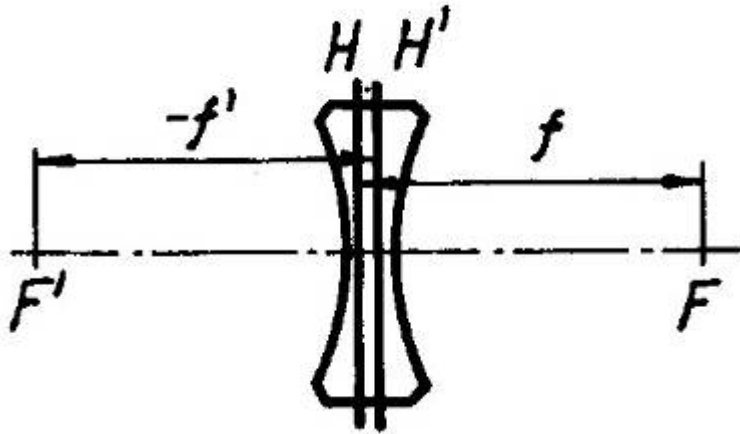
$$\Rightarrow F' \approx \frac{2(n-1)}{r} > 0$$

$$\Rightarrow a_{1H} = -a'_{2H'} \approx \frac{d}{2n}$$

Klasifikacija oblika sočiva

Simetrično bikonkavno sočivo

$$r_1 = -r_2 = -r$$



$$F' = -\frac{n-1}{r} \left[2 + \frac{(n-1)d}{nr} \right] < 0$$

Glavne ravni leže međusobno simetrično unutar sočiva:

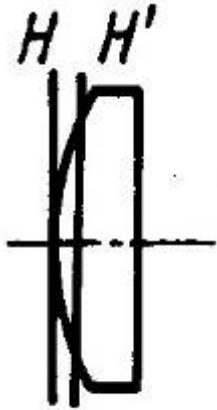
$$a_{1H} = -a'_{2H'} = -\frac{(n-1)d}{nr} f' > 0$$

Klasifikacija oblika sočiva

Plankonveksno sočivo

$$r_1 = r > 0$$

$$r_2 \rightarrow \infty$$



$$F' = \frac{n-1}{r} > 0$$

Glavna ravan **H** tangira konveksnu prelamajuću površinu, a glavna ravan **H'** leži unutar sočiva:

$$a_{1H} = 0$$

$$a'_{2H'} = -\frac{d}{n}$$

Klasifikacija oblika sočiva

Plankonkavno sočivo

$$r_1 = -r < 0$$

$$r_2 \rightarrow \infty$$



$$F' = -\frac{n-1}{r} < 0$$

Glavna ravan **H** tangira konveksnu prelamajuću površinu, a glavna ravan **H'** leži unutar sočiva:

$$a_{1H} = 0$$

$$a'_{2H'} = -\frac{d}{n}$$

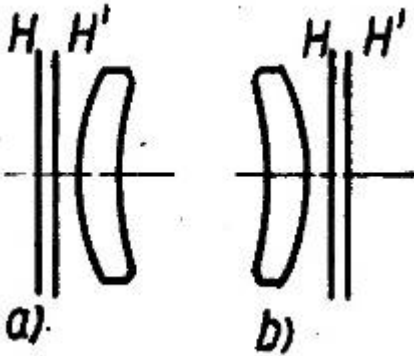
Klasifikacija oblika sočiva

Konkavkonveksno sočivo

$$r_1 > 0$$

$$r_2 > 0$$

$$r_1 < r_2$$



$$F' = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2 d}{nr_1 r_2} > 0$$

Glavne ravni leže na konveksnoj strani sočiva:

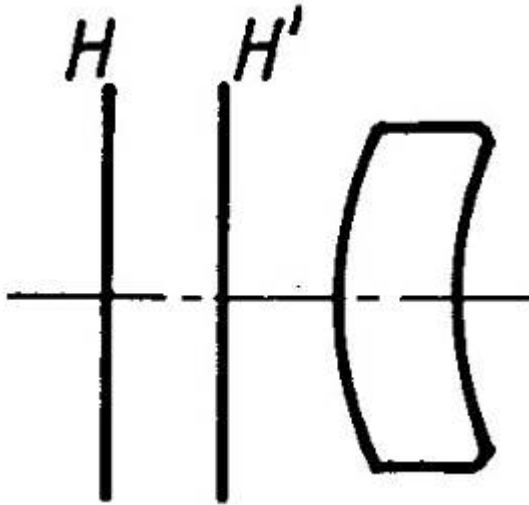
$$a_{1H} < 0$$

$$a'_{2H'} < 0$$

Klasifikacija oblika sočiva

Hoegsch-ov meniskus

$$r_1 = r_2 = r > 0$$



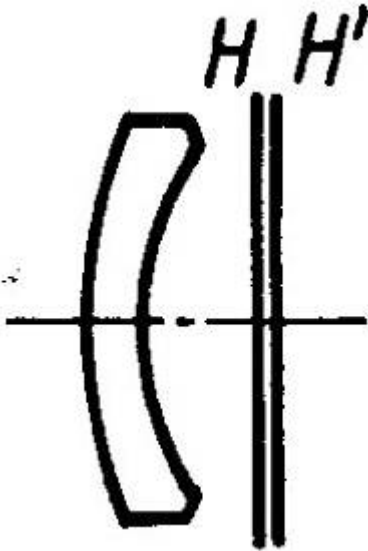
$$F' = \frac{(n-1)^2 d}{nr^2} > 0$$

Položaji glavnih ravni ne zavise od debljine sočiva:

$$a_{1H} = a'_{2H'} = -\frac{r}{n-1}$$

Klasifikacija oblika sočiva

Konvekskonkavno sočivo



$$r_1 > 0$$

$$r_2 > 0$$

$$r_1 > r_2$$

$$F' = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2 d}{nr_1 r_2}$$

$$F' < 0 \Leftrightarrow d < \frac{n}{n - 1} (r_1 - r_2)$$

Glavne ravni leže na konkavnoj strani sočiva:

$$a_{1H} > 0$$

$$a'_{2H'} > 0$$

Klasifikacija oblika sočiva

Rešavanje određenih zadataka tehničke optike zahteva da se najpre zanemari debljina sočiva. Ovakva sočiva, čija debljina teži 0, nazivaju se **ekvivalentna sočiva**. U tom teorijski graničnom slučaju se oba temena, čvorne i glavne tačke međusobno poklapaju u optičkom centru sočiva.

Optička moć ekvivalentnog sočiva:

$$F' = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Proračun dimenzija sočiva

Dimenzionisanje sočiva započinjemo izborom vrste stakla, pri čemu u obzir dolaze, zbog manje disperzije, samo kron-stakla koja su postojana na vazduhu. Poluprečnike krivina prelamajućih površina tankog sočiva određujemo pomoću relacije za optičku moć sočiva i iz uslova da greška preslikavanja bude što manja.

Krivine prelamajućih površina uslovljavaju određenu aksijalnu debljinu sočiva.

Proračun dimenzija sočiva

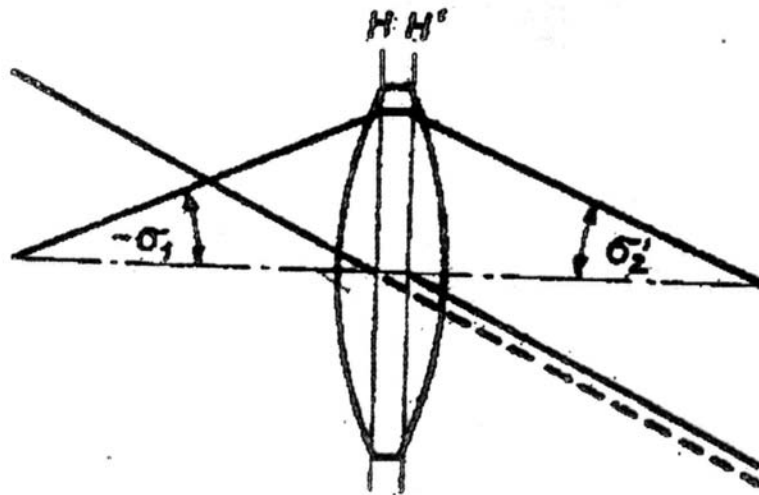
Dobijene vrednosti za poluprečnike krivine i aksijalnu debljinu predstavljaju i definitivne mere samo ako je reč o plankonveksnom sočivu čija žižna daljina ne zavisi od debljine sočiva. U svim ostalim slučajevima se uvođenjem aksijalne debljine u prethodni proračun tankog sočiva menja vrednost žižne daljine, tako da je neophodno izmeniti i vrednost poluprečnika krivine.

Prema tome, potrebno je prevesti ekvivalentno sočivo u odgovarajuće debelo sočivo.

Proračun dimenzija sočiva

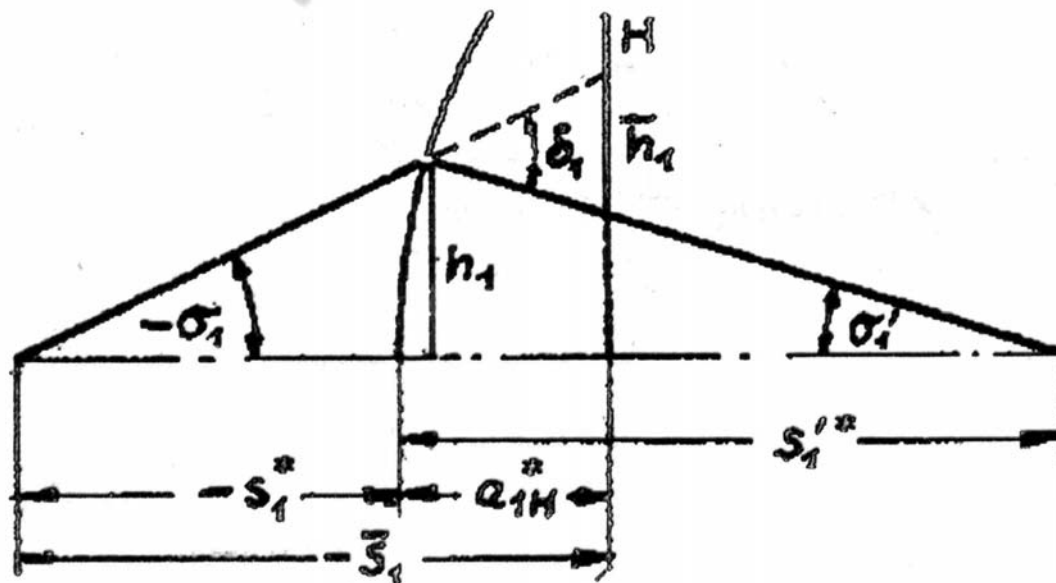
Najpre ćemo rešiti inverzni problem, odnosno prevođenje debelog u ekvivalentno sočivo. Potrebno je odrediti oba poluprečnika krivine i položaj tankog sočiva tako da budu zadržane bitne karakteristike debelog sočiva, odnosno da se ne izmene pravci paraksijalnih zraka obe prelamajuće površine.

Zrak kroz glavnu tačku neće promeniti pravac ukoliko se tanko sočivo postavi tako da se poklapa sa glavnom ravni oblasti objekta debelog sočiva.



Proračun dimenzija sočiva

Analogno prethodnom postupku, pri prevođenju ekvivalentnog u odgovarajuće debelo sočivo, glavna ravan **H** debelog sočiva treba da se poklapa sa ravni ekvivalentnog sočiva.

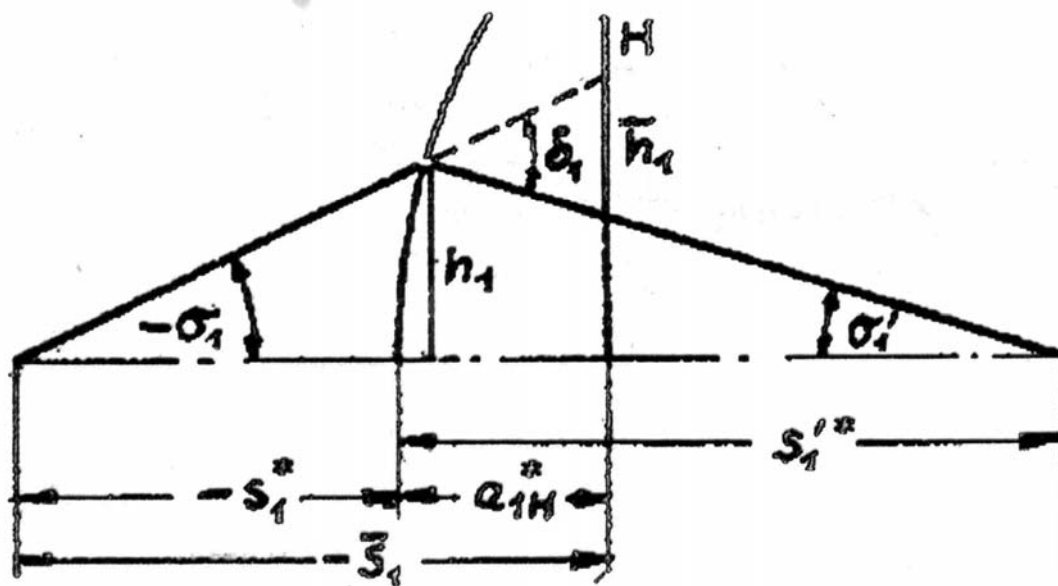


Proračun dimenzija sočiva

Približne vrednosti daljina preseka svetlosnog zraka su:

$$s_1^* = \bar{s}_1 + a_{1H}^*$$

$$s_2'^* = \bar{s}'_2 + a_{2H}'^*$$

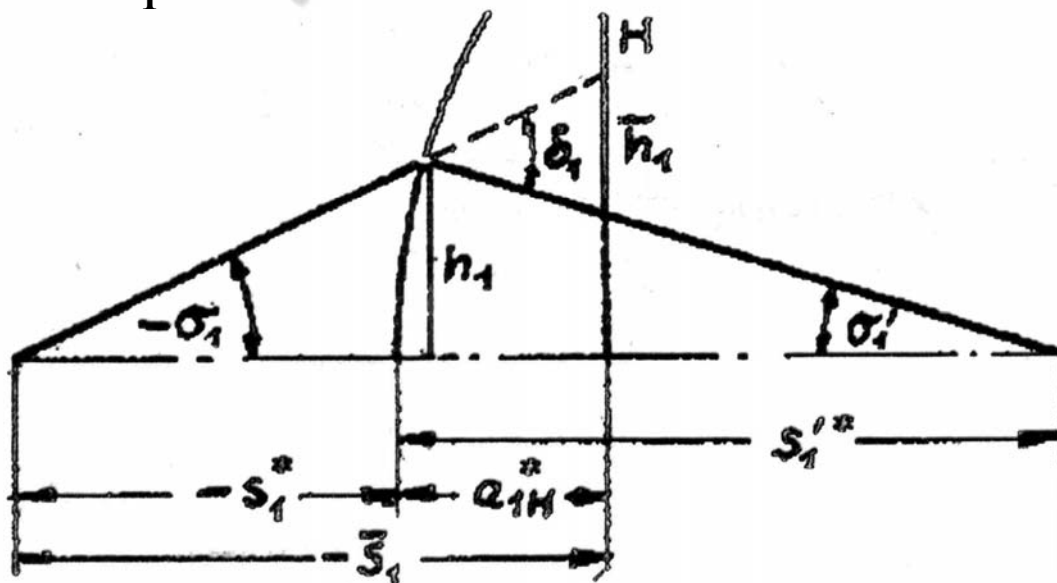


Proračun dimenzija sočiva

Poluprečnike krivina debelog sočiva određujemo relacijama:

$$r_1^* = \frac{\bar{r}_1}{1 - \frac{a_{1H}^*}{s_1^*}}$$

$$r_2^* = \frac{\bar{r}_2}{1 - \frac{a'_{2H'}}{s_1'^*}}$$



Proračun dimenzija sočiva

Oznake (*) se odnose na veličine debelog sočiva, a oznake (-) se odnose na veličine ekvivalentnog sočiva.

Ponavljanjem proračuna, tj. primenom iterativnog postupka dobijamo tačnije vrednosti poluprečnika krivina debelog sočiva.

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

Primer: Odrediti i predstaviti na crtežu položaje žiža i glavnih ravni prostog debelog sočiva, ograničenog sfernim površinama poluprečnika krivine $r_1 = r_2 = 50\text{mm}$. Indeks prelamanja sočiva je $n = 1.5$, a njegova aksijalna debljina $d = 20\text{mm}$.

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$F' = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n - 1)^2 d}{nr_1 r_2}$$

$$r_1 = r_2 = r \Rightarrow F' = \frac{(n - 1)^2 d}{nr^2} = 1.33 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

$$f' = -f = \frac{1}{F'} = 750 \text{ mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

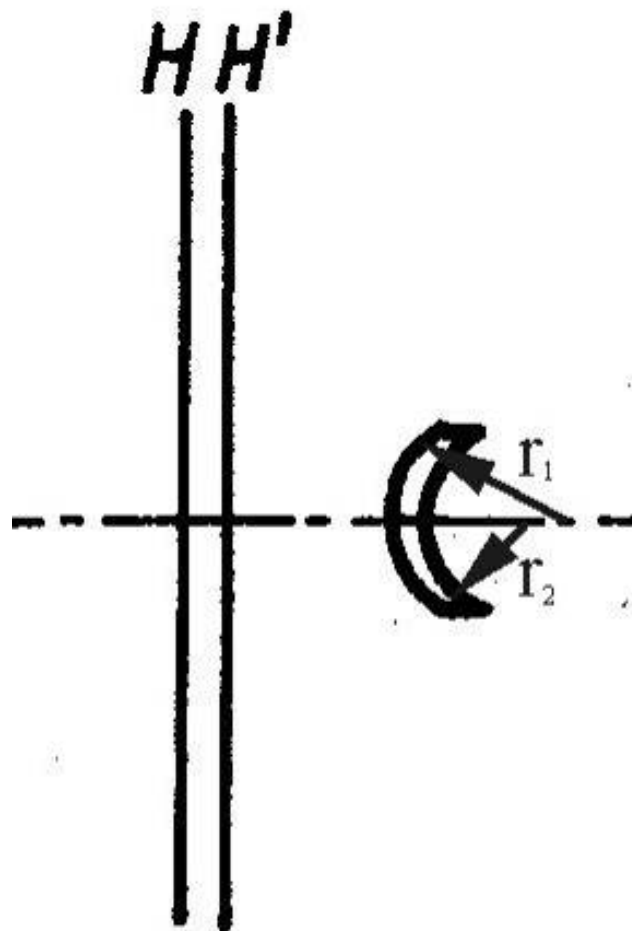
$$a_{1H} = \frac{r_1 d}{n(r_1 - r_2) - (n - 1)d}$$

$$r_1 = r_2 = r \Rightarrow a_{1H} = -\frac{r}{n - 1} = -100\text{mm}$$

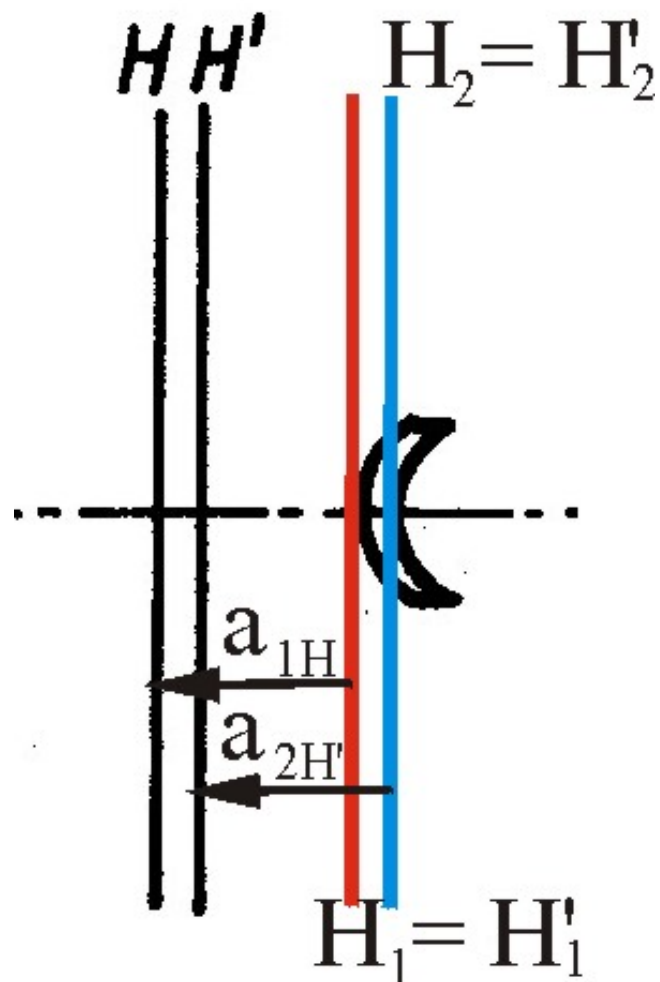
$$a'_{2H'} = \frac{r_2 d}{n(r_1 - r_2) - (n - 1)d}$$

$$r_1 = r_2 = r \Rightarrow a'_{2H'} = -\frac{r}{n - 1} = -100\text{mm}$$

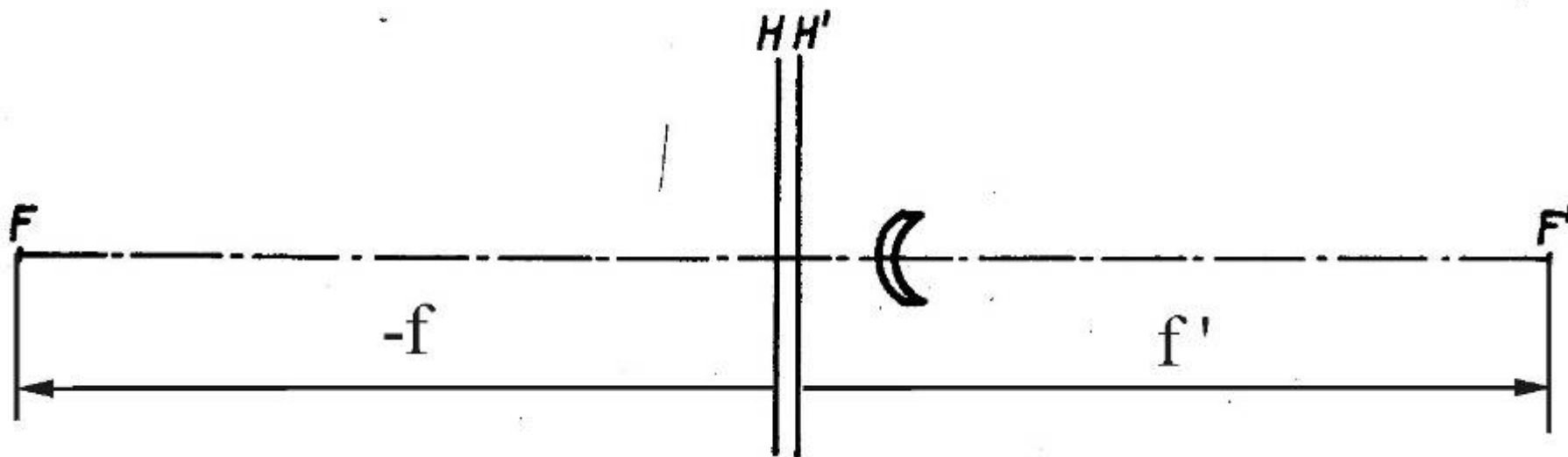
Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva



Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva



Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva



Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

Primer: Plankonveksno sočivo, poluprečnika krivine $r_2 = -50\text{mm}$ i aksijalne debljine $d = 6\text{mm}$ izrađeno je od stakla indeksa prelamanja $n = 1.7$.

- Odrediti žižne daljine i žižne daljine u odnosu na teme.
- Predstaviti na crtežu položaje žiža i glavnih ravni sočiva.

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$F' = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 d}{nr_1 r_2}$$

$$r_1 \rightarrow \infty \Rightarrow F' = -\frac{n-1}{r_2} = 0.014 \text{mm}^{-1}$$

$$f' = -f = \frac{1}{F'} = 71.429 \text{mm}$$

$$a_{1H} = \frac{r_1 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}$$

$$r_1 \rightarrow \infty \Rightarrow a_{1H} = \frac{d}{n} = 3.5294 \text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

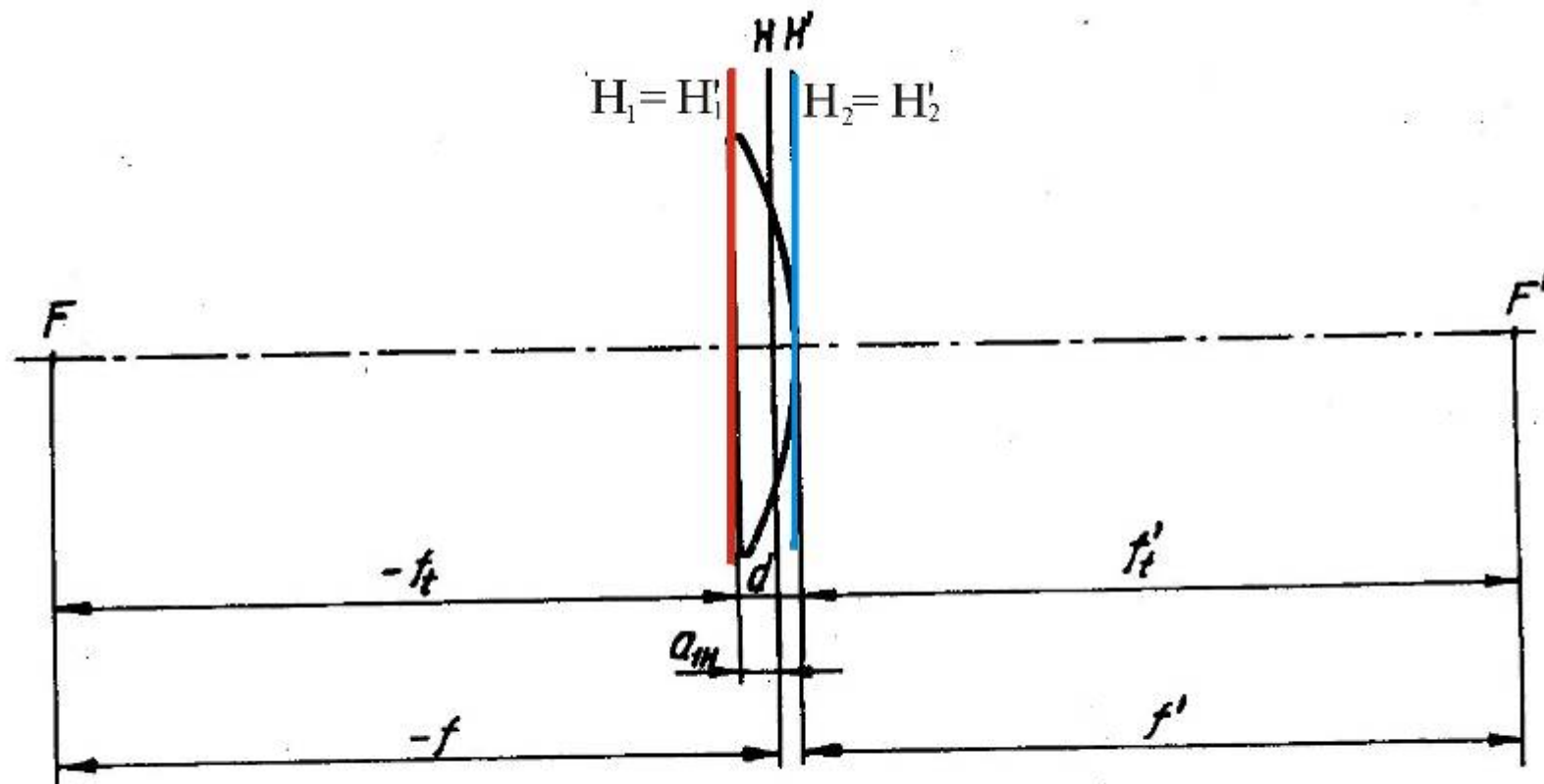
$$a'_{2H'} = \frac{r_2 d}{n(r_1 - r_2) - (n - 1)d}$$

$$r_1 \rightarrow \infty \Rightarrow a'_{2H'} = 0$$

$$f_t = f + a_{1H} = -67.9\text{mm}$$

$$f'_t = f' + a'_{2H'} = 71.429\text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva



Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

Primer: Tanko sočivo, indeksa prelamanja $n = 1.52$, treba da preslika beskonačno daleku tačku ose u ravan koja se nalazi na **200mm** iza sočiva. Maksimalna oštrina lika dobija se ukoliko je:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n(2n+1)}{2n^2 - n - 4}$$

- Odrediti poluprečnike krivine prelamajućih površina.
- Prevesti ovo tanko sočivo u odgovarajuće debelo sočivo, prečnika **D = 80mm** i debljine po obodu **d₂ = 3mm**, ponavljajući proračun dva puta.

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$f' = 200\text{mm}$$

$$F' = \frac{1}{f'} = 0.005\text{mm}^{-1}$$

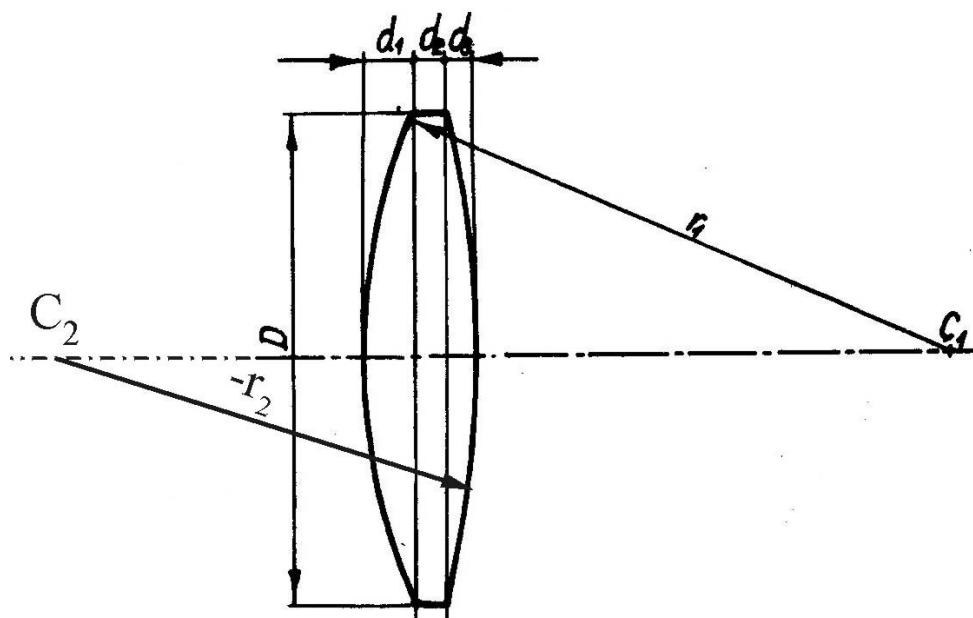
$$\frac{\bar{r}_2}{\bar{r}_1} = \frac{n(2n+1)}{2n^2 - n - 4} = -6.8292 \Rightarrow \frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} = -0.1464$$

$$F' = (n-1) \left(\frac{1}{\bar{r}_1} - \frac{1}{\bar{r}_2} \right) = (n-1) \frac{1}{\bar{r}_1} \left(1 - \frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} \right)$$

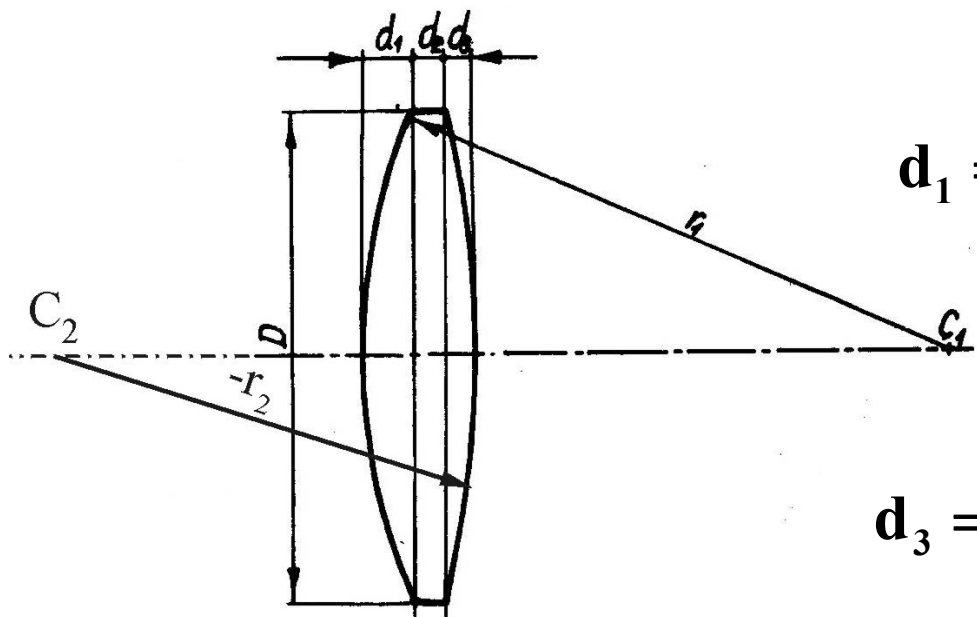
$$\Rightarrow \bar{r}_1 = \frac{n-1}{F'} \left(1 - \frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} \right) = 119.23\text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$\bar{r}_2 = -6.8292\bar{r}_1 = -814.24\text{mm}$$



Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva



$$d_1 = \bar{r}_1 - \sqrt{\bar{r}_1^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2} = 6.91\text{mm}$$

$$d_3 = -\bar{r}_2 - \sqrt{\bar{r}_2^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2} = 0.9831\text{mm}$$

$$d = d_1 + d_2 + d_3 = 10.893\text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$r_1^* = \frac{\bar{r}_1}{1 - \frac{a_{1H}^*}{s_1^*}}$$

$$s_1^* \rightarrow \infty \Rightarrow r_1^* = \bar{r}_1 = 119.23\text{mm}$$

$$r_2^* = \frac{\bar{r}_2}{1 - \frac{a'_{2H'}}{s_2'^*}}$$

$$a'_{2H'}^* = \frac{\bar{r}_2 d}{n(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) - (n - 1)d} = -6.2761\text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$s'_2{}^* = \bar{s}'_2 + a'_{2H'}{}^* = 193.72\text{mm}$$

$$r_2{}^* = \frac{\bar{r}_2}{1 - \frac{a'_{2H'}{}^*}{s'_2{}^*}} = -788.69\text{mm}$$

$$a'_{2H'}{}^* = \frac{r_2{}^* d}{n(r_1{}^* - r_2{}^*) - (n-1)d} = -6.251\text{mm}$$

$$s'_2{}^* = \bar{s}'_2 + a'_{2H'}{}^* = 193.75\text{mm}$$

Analitičko određivanje parametara i dimenzija sočiva

$$r_2^* = \frac{\bar{r}_2}{1 - \frac{a'_{2H'}}{s'_2}} = -788.79\text{mm}$$