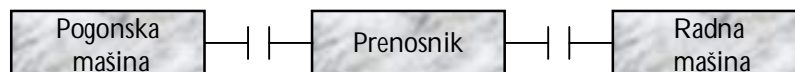


PRENOSNICI SNAGE

Pod prenosnikom u najširem smislu podrazumeva se mašinska grupa ili cela mašina čiji je zadatak prenošenje mehaničke energije od pogonske mašine (elektromotor, SUS motor, parna turbina...) ka radnoj mašini. Pomoću njih se takođe može izvršiti promena parametara, snage, veličine obrtnih momenata i ugaonih brzina ili sile i njenih brzina (sl. 1.a).

Prema principu i načinu prenošenja energije, prenosnici se dele na:

- mehanične,
- hidraulične, i
- pneumatske.



Sl. 1.a.

Uvođenje prenosnika kao posrednika između pogonske i radne mašine diktirano je uslovima rada kako radne tako i pogonske mašine. Na prvom mestu, potrebna ugaona brzina radne mašine vrlo retko odgovara najpogodnijoj ugaonoj brzini pogonske mašine (obično je mnogo manja). Čest je slučaj da ugaonu brzinu glavnih delova radne mašine treba menjati nezavisno od ugaone brzine pogonske mašine, jer menjati ugaonu brzinu pogonske mašine u širim granicama ili je vrlo neekonomično, ili čak i nemoguće. Pogonske mašine imaju obično konstantnu ili približno konstantnu ugaonu brzinu, uz konstantan obrtni momenat. Veće smanjenje minutnog broja obrta kod pogonske mašine u većini slučajeva dovodi i do smanjenja obrtnog momenta, što je vrlo nepovoljno za radnu mašinu, jer ona zahteva velike obrtne momente pri malim brzinama.

Brojevi obrtaja pogonskih mašina obično su veliki, a obrtni momenti mali, dakle određena snaga postiže se velikim ugaonim brzinama a malim obrtnim momentima.

Radna mašina zahteva u većini slučajeva male brojeve obrtaja, a velike obrtne momente, i to bilo u toku režima rada, bilo samo u izvesnim periodima.

Prenosnici omogućuju građenje pogonskih mašina sa velikim brojevima obrta a malim obrtnim momentima, jer oni vrše povećanje obrtnog momenta na račun smanjenja ugaone brzine. Brzohoda pogonska mašina zajedno sa prenosnikom ima manje dimenzije i manju težinu nego sporohodna pogonska mašina upotrebljiva bez prenosnika.

Prenosnikom se u izvesnim slučajevima savlađuje i rastojanje između radne i pogonske mašine, ako je iz nekih razloga potrebno radnu mašinu udaljiti od pogonske.

Kod mehaničkih prenosnika mehanička energija se prenosi preko mašinskih delova, međusobnim dodirivanjem. Mehanički prenosnici mogu prenositi energiju odnosno menjati obrtni moment i ugaonu brzinu bilo prijanjanjem, bilo zupcima, i to ili neposrednim dodirivanjem pogonskog ili gonjenog elementa, bilo preko posrednika.

Glavni tipovi mehaničkih prenosnika su:

1. frikcion prenosnici,
2. remeni prenosnici,

3. lančani prenosnici,
4. zupčasti prenosnici.

Frikcioni i kaišni prenosnici spadaju u grupu prenosnika koji opterećenje prenose prijanjanjem, a zupčasti i lančani prenosnici u grupu prenosnika koji opterećenje prenose zupcima.

Frikcioni i zupčasti prenosnici spadaju u grupu prenosnika koji rade sa neposrednim dodirivanjem pogonskog i gornjeg dela, a remeni i lančani prenosnici u grupu prenosnika koji rade preko posrednika.

Kod prenosnika koji vrše prenošenja snage odnosno obrtnog momenta i ugaone brzine pomoću prijanjanja, zavisi od veličine granične sile trenja, tako da kod njih neminovno dolazi do klizanja i oni stoga nisu u stanju da održe tačno određen i nepromenjen odnos ugaonih brzina. Frikcioni prenosnici upotrebljavaju se u slučaju manjih rastojanja između pogonske i radne mašine, a remeni u slučaju većih rastojanja.

Prenosnici koji rade pomoću zubaca upotrebljavaju se u slučajevima kada se traži garantovan, tačan odnos ugaonih brzina u toku rada i to zupčasti prenosnici u slučaju manjih rastojanja između pogonske i radne mašine, a lančani u slučaju većih rastojanja.

Prenosnici mogu biti jednostepeni i višestepeni.

Posmatrajući prenosnik kao celinu, razlikuju se pogonsko ili ulazno vratilo i gonjeno ili izlazno vratilo. Pogonsko vratilo je ono vratilo preko koga je prenosnik vezan za pogonsku mašinu. Gonjeno ili izlazno vratilo je ono vratilo preko koga je prenosnik vezan za radnu mašinu.

Prema međusobnom položaju osa ulaznog i izlaznog vratila, prenosnici mogu biti sa paralelnim, ukrštenim i mimoilaznim osama vratila. Paralelne ose ulaznog i izlaznog vratila prenosnika mogu biti u horizontalnoj i vertikalnoj ili kosoj ravni. Osim toga, pored prenosnika sa jednim ulaznim i jednim izlaznim vratilom, postoje i prenosnici sa više ulaznih i više izlaznih vratila.

Glavne karakteristike prenosnika

S obzirom na funkciju prenosnika da prenose kretanje, kod prenosnika kod kojih se prenosi obrtno kretanje, snaga se izračunava kao $P=T \cdot \omega$. Na osnovu ovog izraza sledi da je obrtni moment $T = \frac{P}{\omega}$.

Ako se izrazi ugaona brzina preko minutnog broja obrtaja vratila $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \text{ s}^{-1}$, a snagu P u kW, dobija se izraz za određivanje nominalnog obrtnog momenta T_n u Nm:

$$T_n = 9549 \frac{P}{n} \text{ Nm} \quad (1)$$

Kod prenosnika kod kojih se prenosi pravolinijsko kretanje, snaga se izračunava kao $P=F \cdot v$.

Radni prenosni odnos prenosnika je odnos ugaone brzine pogonskog (ulaznog) vratila prema ugaonoj brzini gornjeg (izlaznog) vratila:

$$i = \frac{\omega_{ul}}{\omega_{iz}} = \frac{n_{ul}}{n_{iz}} \quad (2)$$

Ako je radni prenosni odnos veći od jedinice ($i > 1$) prenosnik vrši smanjenje broja obrta a povećanje obrtnog momenta, idući od ulaznog ka izlaznom vratilu, takav prenosnik naziva se reduktor.

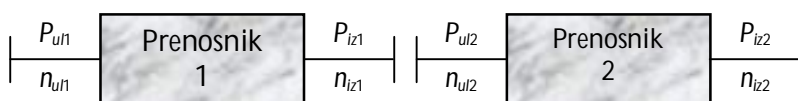
Ako je radni prenosni odnos ($i < 1$) prenosnik vrši povećanje broja obrta a smanjivanje obrtnog momenta, idući od ulaznog ka izlaznom vratilu, takav prenosnik naziva se multiplikator.

Spajanjem izlaznog vratila jednog prenosnika sa ulaznim vratilom drugog prenosnika, prenosnici se mogu kombinovati. U tom slučaju ukupni radni prenosni odnos kombinovanog prenosnika jednak je proizvodu radnih prenosnih odnosa pojedinih prenosnika:

$$i = \frac{n_{ul,1}}{n_{izl,2}} = \frac{n_{ul,1}}{n_{izl,1}} \cdot \frac{n_{ul,2}}{n_{izl,2}} = i_1 \cdot i_2 \quad (3)$$

pošto je $n_{izl,1} = n_{ul,2}$.

Obično mehanički prenosnici rade samo sa jednim određenim radnim prenosnim odnosom, koji je za dati prenosnik nepromenljiv. Ako je prenosnik takve konstrukcije da omogućava rad sa nekoliko različitih radnih prenosnih odnosa, koji se po želji mogu uključivati, onda se takav prenosnik naziva prenosnik sa stepnjevima brzina ili "menjač brzina". Ako prenosnik omogućava u toku rada kontinualnu promenu radnog prenosnog odnosa u određenom intervalu regulisanja onda se takav prenosnik naziva varijator.



Sl. 1.b. Kombinacija dva prenosnika

Pod stepenom iskorišćenja prenosnika podrazumeva se odnos izlazne snage prema ulaznoj, odnos dobijenog rada prema uloženom:

$$\eta = \frac{P_{izl}}{P_{ul}} = \frac{P_{ul} - P_0}{P_{ul}} = \frac{P_{izl}}{P_{izl} + P_0} < 1 \quad (4)$$

Kako je $P = T \cdot \omega$ to je:

$$\eta = \frac{T_{izl} \cdot \omega_{izl}}{T_{ul} \cdot \omega_{ul}} = \frac{T_{izl}}{T_{ul}} \cdot \frac{1}{\frac{\omega_{ul}}{\omega_{izl}}} = \frac{T_{izl}}{T_{ul}} \cdot i \quad (5)$$

Izlazna snaga ravna je ulaznoj snazi umanjenoj za snagu koja se u prenosniku gubi na razne otpore (P_0) i koja se najvećim delom pretvara u toplotu. U slučaju kombinovanja dva ili više prenosnika, ukupni stepen iskorišćenja jednak je proizvodu stepena iskorišćenja pojedinih prenosnika:

$$\eta = \frac{P_{izl,2}}{P_{ul,1}} = \frac{P_{izl,2}}{P_{ul,2}} \cdot \frac{P_{izl,1}}{P_{ul,1}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \quad (6)$$

Pošto je $P_{izl,1} = P_{ul,2}$

$$\frac{T_{izl}}{T_{ul}} = \eta \cdot i \quad (7)$$

Ovaj odnos najbolje karakteriše sposobnost prenosnika da poveća obrtni moment na račun smanjenja broja obrta. Prema tome, ako je glavna uloga reduktora da poveća obrtni

moment, onda pored toga što radni prenosni odnos treba da bude velik, treba i stepen iskorišćenja da bude dovoljno velik. Ova je karakteristika naročito važna kod planetnih i diferencijalnih reduktora, kod kojih se lako mogu postići veliki radni prenosni odnosi.

ELEMENTI ZA OBRITNO KRETANJE

Obrtno kretanje postoji skoro kod svih vrsta mašina. Kod svih pogonskih mašina osnovno kretanje je obrtno. Sva transportna sredstva baziraju se na obrtnom kretanju. Zbog toga elementi za obrtno kretanje imaju vrlo važnu ulogu. Elementi obrtnog kretanja su vratila, osovine, ležajevi i spojnice. Njihov zadatak je da omoguće obrtno kretanje i prenošenje sila i obrtnih momenata. Zbog toga su ovi elementi u tesnoj vezi sa elementima za prenos snage. Vratila i osovine moraju uvek biti preko ležajeva povezani sa nosećom konstrukcijom - osnovom, a dva vratila međusobno se povezuju spojnicom.

OSOVINE I VRATILA

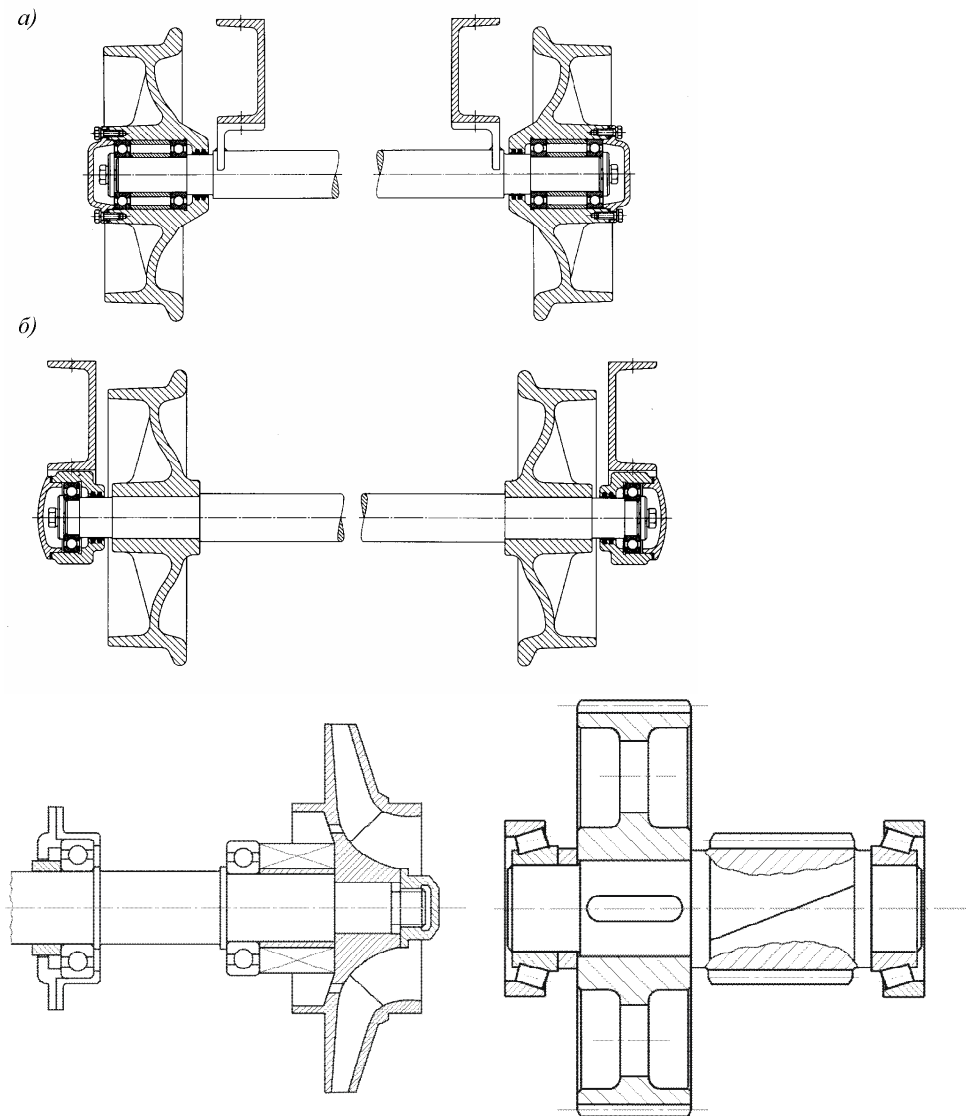
ZADATAK I PODELA

Osovine predstavljaju nosače obrtnih mašinskih delova kao što su točkovi, doboši, zupčanici, kaišnici itd. Pri radu osovine mogu da se obrću zajedno sa obrtnim delovima, a mogu biti i nepokretne tako da se elementi obrću ili osciluju oko njih (sl. 1. *a,b*).

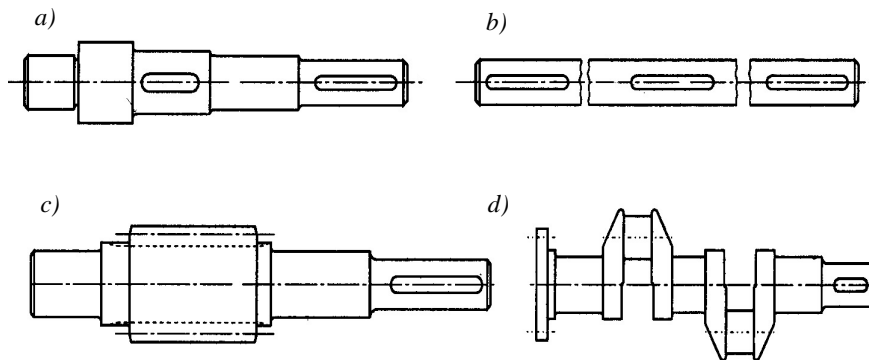
Osovine su napregnute pretežno na savijanje, a u manjoj meri i na smicanje, pritisak, odnosno zatezanje. Nalaze primenu kao nosači točkova vagona, transportnih sredstava (kolica), prikolica, doboša itd. Osovine prenose samo uzdužne i poprečne sile. Dakle, osovine ne prenose snagu, odnosno obrtni moment.

Vratila, takođe predstavljaju nosače mašinskih delova, ali za razliku od osovina stalno se okreću i pri tome prenose obrtne momente. Zbog toga su pored savijanja izloženi i uvijanju (sl. 1. *c,d*).

Za razliku od osovina, vratila, pored uzdužnih i poprečnih sila, prenose i snagu, odnosno obrtni moment. Zbog toga su vratila izložena složenom naprezanju (savijanje, uvijanje i zatezanje-pritisak).



Sl. 1. Primeri osovina i vratila



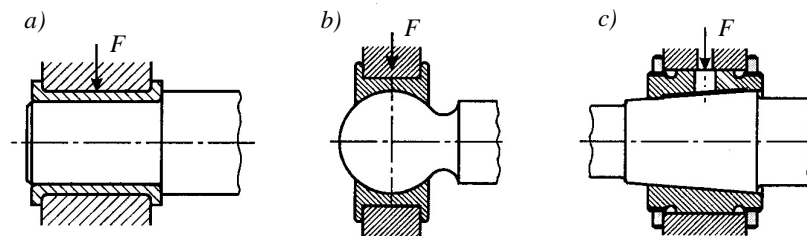
Sl. 2. Konstrukcioni oblici vratila: a) stepenasto; b) glatko; c) izrađeno izjedna sa zupčanicom; d) kolenasto

Prema obliku podužne ose vratila mogu biti prava (sa pravom podužnom osom) (sl. 2. a,b,c) i kolenasta (sa isprekidanom-izlomljenom podužnom osom) (sl. 2. d).

Vratila i osovine najčešće imaju cilindričan oblik sa promenljivim ili konstantnim poprečnim presekom. U slučaju da se izrađuju sa obrtnim delovima mogu imati i poseban oblik.

Delovi vratila i osovina preko kojih se ostvaruje veza sa ležištima nazivaju se **rukavci**, a delovi preko kojih se ostvaruje veza sa obrtnim delovima koji se na njima nalaze nazivaju se **podglavci**.

Osovine i vratila najčešće se izvode sa dva oslonca, odnosno sa dva rukavca. Dugačka i jače opterećena vratila mogu biti i sa većim brojem rukavaca. Prema svom obliku rukavci mogu biti cilindrični, konični i sferni, a prema položaju na vratilu: spoljašnji i unutrašnji.



Sl. 3. Oblici rukavaca: a) cilindrični; b) sferni; c) konični

Prema pravcu delovanja sile rukavci mogu biti:

- a) radijalni, i
- b) aksijalni.

OPTEREĆENJE VRATILA

Vratila su opterećena silama i spregovima od obrtnih delova koji se nalaze na njima, sopstvenom težinom vratila i delova, kao i inercijalnim silama usled neuravnoteženosti masa.

Obzirom na funkciju, najvažnija opterećenja vratila su sile i spregovi, odnosno momenti savijanja i uvijanja koji potiču od obrtnih delova.

Opterećenja vratila od sopstvene težine mahom izazivaju vrlo male napone u odnosu na napone od spoljnih opterećenja, pa se najčešće zanemaruju. Poprečne inercijalne sile koje

nastaju od težine masa, od obrtnih ekscentrično postavljenih masa, kao i od drugih na vratilo postavljenih elemenata mogu se takođe zanemariti pri radu sa manjim brojevima obrtaja. Pri većim brojevima obrtaja ove sile se povećavaju, tako da mogu biti mnogo veće od spoljašnjih opterećenja, odnosno sila na zupčanicima, kaišnicima, lančanicima itd.

S obzirom na funkciju vratila kao najvažnije opterećenje uzima se obrtni moment, koji se određuje izrazom:

$$T_n = 9549 \frac{P}{n} \text{ Nm} \quad (8)$$

gde je n broja obrtaja vratila u min^{-1} , P snaka u kW, a T_n nominalnog obrtni momenta u Nm.

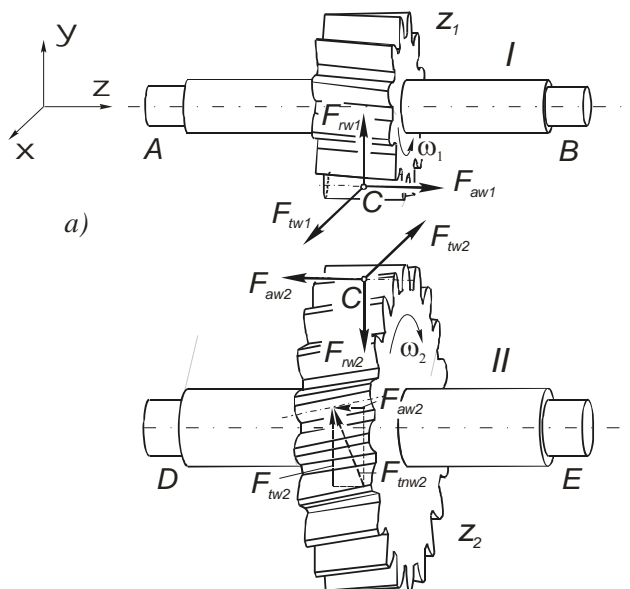
Stvarni obrtni moment nije jednak nominalnom zbog dinamičkog uticaja pogonske i radne mašine na sistem. Stvarni moment je znatno veći od nominalnog i moguće ga je tačno odrediti samo merenjem. U praksi se pri proračunu napred navedeni uticaji uzimaju u obzir preko faktora radnih uslova C_A , tako da je merodavni obrtni moment jednak:

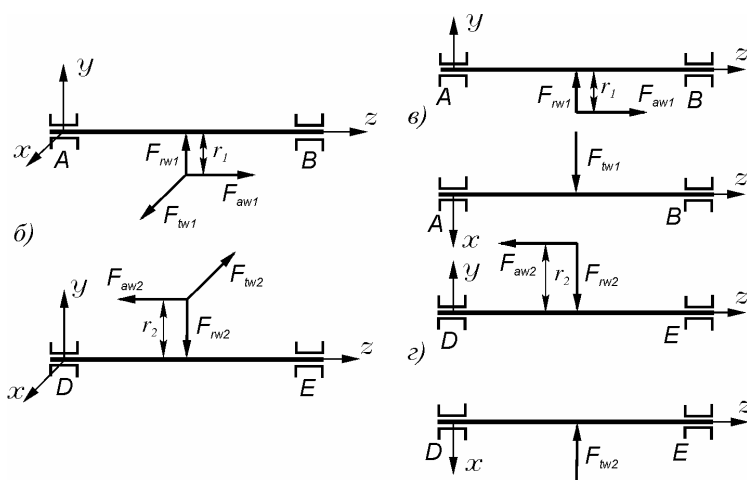
$$T = C_A \cdot T_n \quad (9)$$

Prema karakteru opterećenja koja prenose na vratilo, svi obrtni mašinski delovi mogu se podeliti u dve grupe:

1. Prvu grupu čine delovi kod kojih poprečne sile kontinualno ili diskontinualno deluju po celom obimu. Pri tome se ove sile međusobno uravnotežavaju pa se kao rezultujuće opterećenje dobija obrtni moment i eventualno aksijalna sila duž ose vratila.
2. Drugu grupu obrtnih mašinskih delova čine oni kod kojih opterećenje deluje samo na jednom delu obima, što dovodi do opterećenja vratila ne samo obrtnim momentom već i dodatnim poprečnim silama.

STATIČKA ANALIZA OPTEREĆENJA VRATILA I OTPORI OSLOKACA





Sl. 4. Opterećenje vratila sa cilindričnim zupčanicima sa kosim zupcima

♦ Na sl. 4 prikazan je jednostavni prenosnik sa jednim cilindričnim zupčastim parom sa kosim zupcima. Ako je zupčanik z_1 pogonski, a zupčanik z_2 gonjeni, onda se za usvojene smerove okretanja mogu dobiti smerovi delovanja obimne F_{tw} , radijalne F_{rw} i aksijalne sile F_{aw} . Kao napadna tačka delovanja ovih sila uzima se tačka C na sredini linije dodira kinematskih cilindara zupčanika.

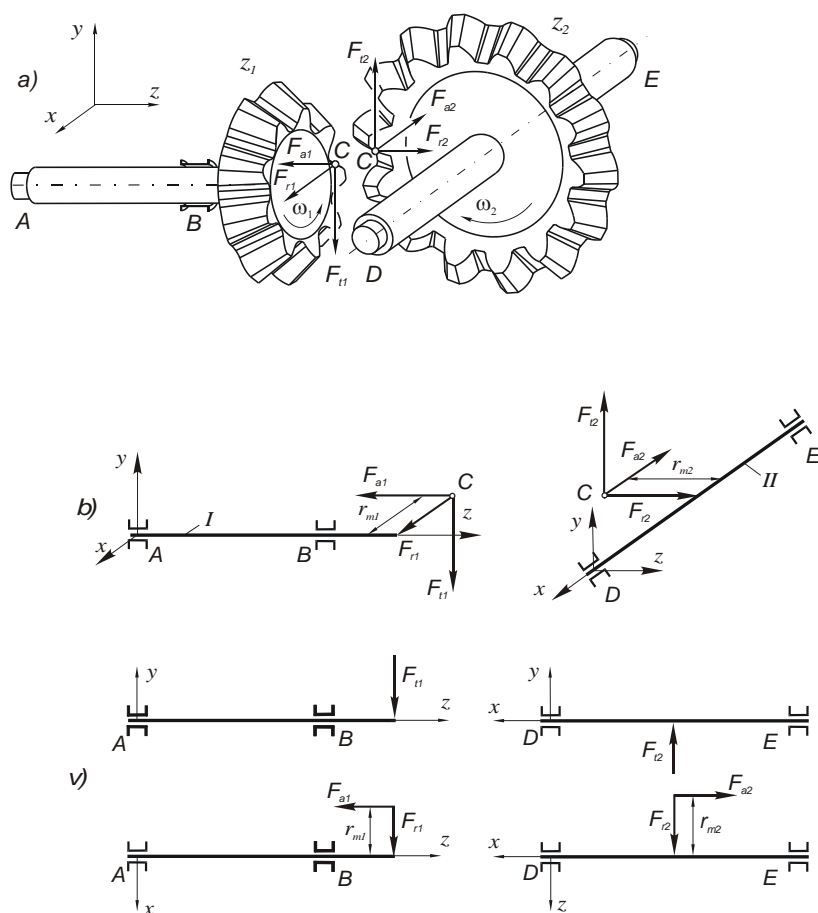
Pogonski zupčanik dovodi u kretanje gonjeni, tako da se smer obimne sile kod gonjenog zupčanika F_{tw2} poklapa sa smerom okretanja, a pogonski zupčanik prima silu suprotnog smera F_{tw1} . Radijalne sile F_{rw1} i F_{rw2} deluju uvek ka osama obrtanja sopstvenih zupčanika odnosno vratila. Smerovi delovanja aksijalnih sila određuju se na osnovu smerova delovanja obimnih (tangentnih) sila i uglova nagiba zubaca zupčanika. Obimna sila u čeonom preseku zupčanika F_{tw} i aksijalna sila F_{aw} su komponente obimne sile u normalnom preseku zupčanika F_{mw} . Radi određivanja smera delovanja aksijalne sile F_{aw2} treba "dovesti" obimnu silu F_{tw2} u vidljivu ravan (ravan yz na sl. 4,a) i prikazati je kao komponentu obimne sile u normalnom preseku F_{mw} . Druga komponenta je aksijalna sila F_{aw2} i njen smer je jednoznačno određen nagibom zupca zupčanika z_2 . Na sl. 4.a, vektori sile F_{tw2} i F_{aw2} korišćeni za utvrđivanje smera aksijalne sile prikazani su isprekidanom linijom.

Sada može da se prikaže aksijalna sila F_{aw2} u tački dodira kinematskih cilindara zupčanika C. Pogonski zupčanik z_1 prima aksijalnu silu F_{aw1} istog pravca i intenziteta ali suprotnog smera.

Koordinatni sistem xyz izabran je tako da se osa z poklapa sa osom vratila, osa y sa pravcem delovanja radijalnih sila, a osa x sa pravcem delovanja obimnih sila.

Zupčanik z_1 sa vratilom i čini jednu rotacionu celinu, tako da se sve sile koje deluju na zupčanik z_1 preko vratila prenose na otpore oslonaca A i B. Na sl. 4,b prikazana su vratila I i II sa aktivnim silama koje na njih deluju. Ovo su prostorni sistemi sila i za izabrane koordinatne ravni yz i xz svode se na dva ravanski opterećena nosača, koja su za oba vratila prikazana na sl. 4,v,g.

Kod cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima aksijalne sile su jednake nuli, a način određivanja obimnih i radijalnih sila je isti kao i kod zupčanika sa kosim zupcima.

OPTEREĆENJE VRATILA SA KONIČNIM ZUPČANICIMA


Sl. 5. Opterećenje vratila sa koničnim zupčanicima

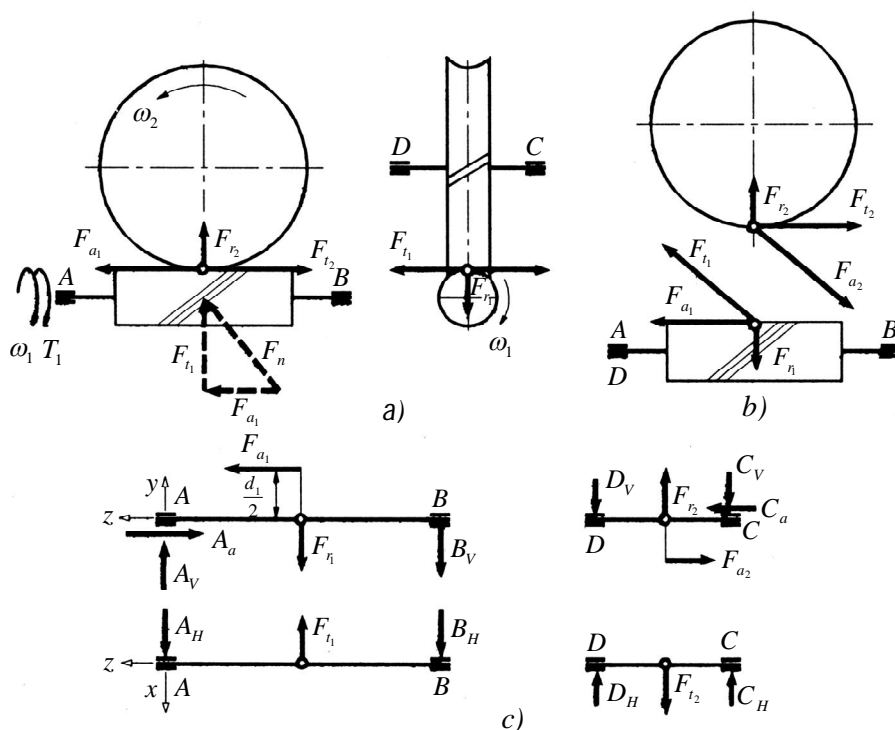
♦ Kod prenosioca sa konusnim zupčanicima (sl. 5) ose vratila se seku, ali je princip svođenja prostornog sistema sila na dva ravanska isti.

Najčešći slučaj kod konusnih zupčanika je da se mali zupčanik nalazi na prepustu, a veliki između oslonaca (sl. 5,a). Za dalje razmatranje izabran je koordinatni sistem čija se osa z poklapa sa osom vratila I , osa x sa osom vratila II (za slučaj da je osni ugao $\Sigma=90^0$), a osa y odgovara pravcu delovanja obimnih sila. Kao napadna tačka delovanja prostornog sistema sila uzima se tačka C u srednjem preseku dodira kinematskih konusa.

Za slučaj da je zupčanik z_1 pogonski, a zupčanik z_2 gonjeni, a zadate smerove ugaonih brzina, obimna sila F_{t2} na gonjenom zupčaniku z_2 poklapa se sa smerom ugaone brzine ω_2 (smer y -ose), a pogonski zupčanik z_1 prima silu suprotnog smera. Radijalne sile F_{r1} i F_{r2} deluju ka osama obrtanja sopstvenih zupčanika odnosno vratila, a pravci delovanja aksijalnih sila F_{a1} i F_{a2} poklapaju se sa pravcima osa obrtanja. Osni ugao Σ je najčešće $\Sigma=90^0$ tako da se ose vratila seku pod pravim uglom. Ako se zanemari trenje na bokovima zubaca, onda radijalna sila F_{r1} zupčanika z_1 ima isti pravac i intenzitet kao i aksijalna sila F_{a2} na zupčaniku z_2 ali je suprotnog smera. Isto važi i za radijalnu silu F_{r2} zupčanika z_2 i aksijalnu silu F_{a1} zupčanika z_1 . Prostorni sistemi sila vratila I pogonskog zupčanika z_1 i vratila II gonjenog zupčanika z_2 prikazani su na sl. 5,b, a njihovi ravanski modeli greda na sl. 5,v.

OPTEREĆENJE VRATILA SA PUŽNIM ZUPČANICIMA

Kod hiperboloidnih zupčastih parova ose obrtanja vratila se ukrštaju. Kod pužnog para puž je najčešće pogonski pa je smer obimne sile F_{t_1} suprotan smeru okretanja puža, odnosno za usvojeni koordinatni sistem ima smer i pravac x -ose. Isti pravac i intenzitet ali suprotan smer sa silom F_{t_2} ima aksijalna sila F_{a_1} pužnog zupčanika.



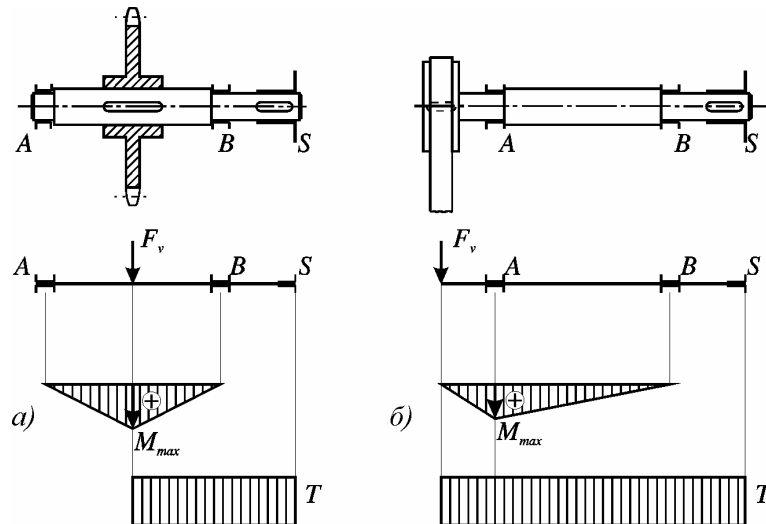
Sl. 6. Opterećenje vratila sa pužnim zupčanicima

Isti je slučaj i sa obimnom silom F_{t_2} pužnog zupčanika i aksijalnom silom F_{a_1} puža. Smer sile F_{t_2} poklapa se sa smerom okretanja pužnog zupčanika (pravac i smer z -ose), a sila F_{a_1} ima isti pravac i intenzitet ali suprotan smer. Radijalne sile F_{r_1} i F_{r_2} deluju ka osama obrtanja sopstvenih zupčanika, odnosno vratila, (sl. 6). Izrazi za određivanje ovih sila dati su u tab. 1).

♦ Način određivanja aktivnih sila koje deluju na vratilo u slučaju da se na vratilu nalaze frikcioni točkovi identičan je kao i kod cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima (cilindrični frikcioni par) odnosno kod konusnih zupčanika (konusni frikcioni par).

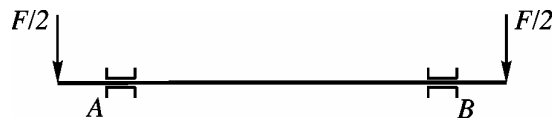
♦ Kod kaišnika i lančanika vratilo je opterećeno radijalnom silom čiji pravac i smer odgovara položaju kaišnog odnosno lančanog prenosnika (sl. 7).

Napred navedeni primeri predstavljaju jednostavne slučajeve kada se na vratilu nalazi samo po jedan element. Međutim u praksi vrlo često na vratilu je ugrađeno veći broj elemenata.



Sl. 7. Opterećenje vratila od lančanika a) i kaišnika b)

♦ S obzirom da osovine ne prenose obrtne momente, to sve sile i spregovi kojima su opterećeni leže u aksijalnim ravninama. Slično kao kod vratila, i osovine se u cilju određivanja opterećenja predstavljaju preko ravanskih modela grede sa aktivnim silama koje najčešće potiču od točkova doboša, koturača, a ređe od zupčanika, kaišnika, lančanika itd. Zatim se određuju otpori oslonaca odnosno sile koje opterećuju ležajeve. Ravanski model grede za osovinu prikazan na sl. 1, b prikazan je na sl. 8.



Sl. 8. Ravanski model grede osovine

Tabela 1. Izrazi za određivanje vrednosti sila

Vrsta prenosnika	Sila	Pogonski zupčanik	Gonjeni zupčanik	Napomena
Cilindrični zupčasti prenosnici sa pravim zupcima	Obimna	$F_{r1} = \frac{2T_1}{d_1} \text{ za } x_1 = 0$ $F_{r1} = \frac{2T_1}{d_{w1}} \text{ za } x_1 \neq 0$	$F_{r2} = \frac{2T_2}{d_2} \text{ za } x_2 = 0$ $F_{r2} = \frac{2T_2}{d_{w2}} \text{ za } x_2 \neq 0$	$F_{r1} \approx F_{r2}$, ako se zanemare gubici snage u prenosu
	Radijalna	$F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha$ $\alpha = 20^\circ$	$F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha$	$F_{r1} = F_{r2}$
Cilindrični zupčasti prenosnici sa kosim zupcima	Obimna	$F_{r1} = \frac{2T_1}{d_1} \text{ za } x_1 = 0$ $F_{r1} = \frac{2T_1}{d_{w1}} \text{ za } x_1 \neq 0$	$F_{r2} = \frac{2T_2}{d_2} \text{ za } x_2 = 0$ $F_{r2} = \frac{2T_2}{d_{w2}} \text{ za } x_2 \neq 0$	$F_{r1} \approx F_{r2}$, ako se zanemare gubici snage u prenosu
	Radijalna	$F_{r1} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$	$F_{r2} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$	$F_{r1} = F_{r2}$
	Aksijalna	$F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \beta$	$F_{a2} = F_{t2} \operatorname{tg} \beta$	$F_{a1} = F_{a2}$
Konični zupčanici sa pravim zupcima i osnim uglom $\Sigma \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$	Obimna	$F_{r1} = \frac{2T_1}{d_{m1}}$	$F_{r2} = \frac{2T_2}{d_{m2}}$	$F_{r1} \approx F_{r2}$
	Radijalna	$F_{r1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta_1 = F_{a2}$	$F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_n \cos \delta_2 = F_{a1}$	$F_{r1} = F_{a2}$
	Aksijalna	$F_{a1} = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha_n \sin \delta_1 = F_{r2}$	$F_{a2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_n \sin \delta_2 = F_{r1}$	$F_{a1} = F_{r2}$
Pužni prenosnici	Obimna	$F_{r1} = \frac{2T_1}{d_1} \text{ za } x_1 = 0$	$F_{r2} = \frac{2T_2}{d_2} \text{ za } x_2 = 0$	$F_{r1} \neq F_{r2}$
	Radijalna	$F_{r1} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n \cos \rho}{\sin(\gamma_m + \rho)}$	$F_{r2} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n \cos \rho}{\cos(\gamma_m + \rho)}$	$F_{r1} = F_{r2}$
	Aksijalna	$F_{a1} = \frac{F_{r1}}{\operatorname{tg}(\gamma_m + \rho)} = F_{r2}$	$F_{a2} = F_{r1}$	$F_{a1} = F_{r2}$ $F_{r1} = F_{a2}$

OTPORI OSLOKACA

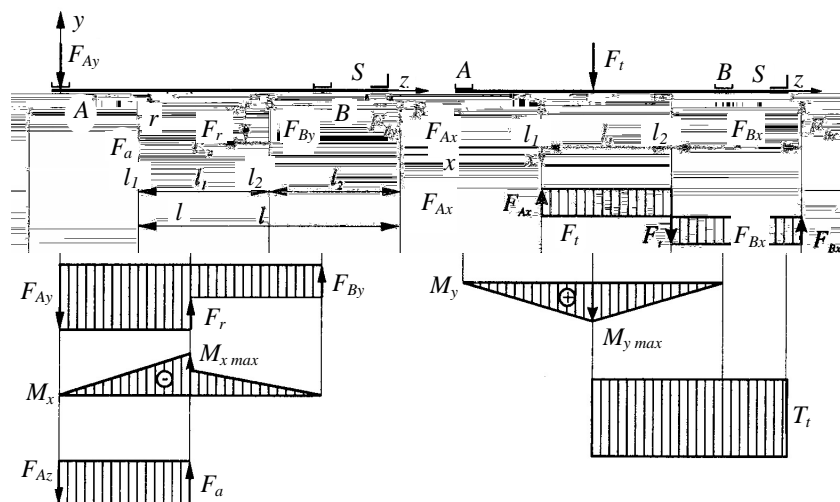
Posle svođenja prostornog sistema sila koje opterećuju vratilo na ravanski opterećene nosače, moguće je odrediti otpore oslonaca. Ravanski modeli greda vratila mogu biti statički određeni ukoliko su oslonjeni na dva zglobna oslonca i statički neodređeni ukoliko su oslonjeni na tri i više oslonaca. U praksi je najčešći slučaj da su vratila i osovine oslonjeni na dva zglobna oslonca od kojih je jedan aksijalno nepokretan i prima aksijalne sile.

Pri tome se otpori oslonaca nalaze iz uslova ravnoteže, odnosno zbir komponentata svih sila u pravcima koordinatnih osa mora biti nula:

$$\sum F_{xi} = 0; \quad \sum F_{yi} = 0; \quad \sum F_{zi} = 0 \quad (10)$$

i zbir svih momenta u izabranim ravnima mora biti nula:

$$\sum M_{xi} = 0; \quad \sum M_{yi} = 0 \quad (11)$$



Sl. 9. Opterećenje vratila i odgovarajući dijagrami opterećenja prikazani preko ravnanskih modela grede

Korišćenjem napred navedenih jednačina ravnoteže dobijaju se izrazi za određivanje otpora oslonaca:

$$F_{Ay} = \frac{1}{l} (F_a \cdot r + F_r \cdot l_2) \quad (12)$$

$$F_{By} = \frac{1}{l} (F_a \cdot r - F_r \cdot l_1) \quad (13)$$

$$F_{Ax} = F_t \cdot \frac{l_2}{l} \quad (14)$$

$$F_{Bx} = F_t \cdot \frac{l_1}{l} \quad (15)$$

$$F_{Ar} = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} \quad (16)$$

$$F_{Br} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \quad (17)$$

$$F_{Aa} = F_a \quad (18)$$

Aksijalno nepokretni oslonac vratila bira se iz uslova da opterećenje ležaja, odnosno njihova nosivost bude ravnomerna ukoliko to konstrukcioni uslovi dozvoljavaju.

Kao što se vidi određivanje otpora oslonca kod statički određenih vratila sa zglobnim osloncima je dosta jednostavno. Međutim, ukoliko su oslonci kruti oni mogu dovesti do uklještenja vratila, što dovodi do vrlo velikih i neravnomernih pritisaka u ležištima i do

njihovog razaranja u toku rada. U tom slučaju, a naročito kod manje krutih vratila treba koristiti oslonce sa ležajima koja se podešavaju prema nagibu vratila.

Vratila oslonjena na tri i više oslonaca predstavljaju statički neodređene sisteme, te se za određivanje otpora oslonaca koriste metode iz otpornosti materijala.

NAPADNO OPTEREĆENJE

Aktivne sile koje opterećuju vratilo kao i otpori oslonaca predstavljaju u odnosu na vratilo spoljašnje opterećenje. Pri tome poprečne sile i spregovi izazivaju savijanje i smicanje vratila, aksijalne sile dovode do istežanja, odnosno pritiska, a obrtni momenti dovode do uvijanja vratila. Da bi mogli da se odrede naponi usled ovih naprezanja, potrebno je odrediti opterećenja koja napadaju bilo koji presek vratila, odnosno potrebno je odrediti napadna opterećenja. U cilju određivanja napadnog opterećenja u bilo kom preseku vratila poželjno je nacrtati dijagrame momenata uvijanja, momenata savijanja, aksijalnih sila i transferzalnih sila.

Na osnovu napadnih momenata savijanja M_y za $x-z$ ravan i M_x za $y-z$ ravan dobija se rezultujući napadni moment savijanja prema:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (19)$$

Na osnovu transferzalnih sila F_x u pravcu x -ose, odnosno F_y u pravcu y -ose dobija se rezultujuća radijalna sila prema:

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (20)$$

S obzirom na pretpostavku da opterećenja deluju koncentrisano, na dijagramu se uočavaju skokovi momenata i aksijalnih sila. U praksi se, međutim, opterećenja prenose preko odgovarajućih dodirnih površina tako da je promena napadnih opterećenja na ovim mestima postepena. Pri proračunu to treba uzeti u obzir, a kod relativno dužih glavčina pogodno je da se ova opterećenja razmatraju kao kontinualna.

PRORAČUN VRATILA I OSOVINA PO KRITERIJUNU IZDRŽLJIVOSTI

Radni napon

Spoljašnja opterećenja, odnosno momenti i sile koje napadaju bilo koji presek vratila dovode do pojave radnih napona. Napadni moment savijanja dovodi do normalnog napona usled savijanja napadni moment uvijanja dovodi do tangencijalnog napona usled uvijanja, aksijalne sile dovode do normalnih napona usled zatezanja, odnosno pritiska, a transferzalne do tangencijalnih napona usled smicanja. Pod pretpostavkom da su svi naponi u oblasti elastičnosti, da je material homogen i da ne postoji promena preseka vratila, normalni napon za napred navedena naprezanja mogu da se odrede prema sledećim izrazima:

- Napon od savijanja:

$$\sigma_f = \frac{M}{W} \quad (21)$$

- Napon od uvijanja:

$$\tau_t = \frac{T_t}{W_p} \quad (22)$$

- Napon od zatezanja (pritiska):

$$\sigma_z = \frac{F_a}{A} \quad (23)$$

- Napon od smicanja:

$$\tau_s = \frac{F_T}{A} \quad (24)$$

gde su:

M - napadni moment savijanja u Nmm,

T_t - napadni moment uvijanja u Nmm,

F_a - aksijalna sila u N,

F_T - radijalna sila u N,

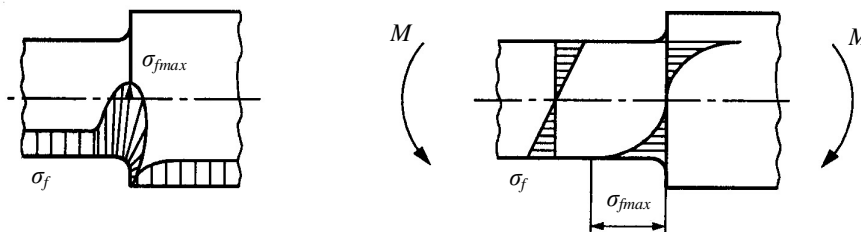
W - aksijalni otporni moment preseka vratila mm^3 , (tab. 2),

W_p - polarni otporni moment preseka vratila mm^3 , (tab. 2).

KONCENTRACIJA NAPONA

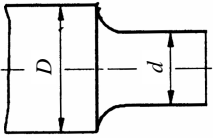
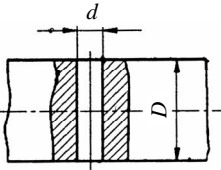
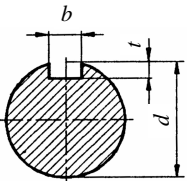
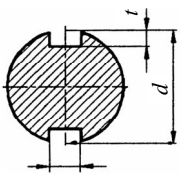
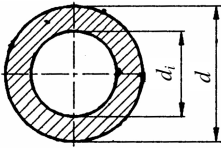
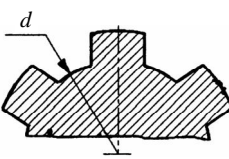
Naponi određeni navedenim izrazima predstavljaju nominalne napone, odnosno dobijeni su pod uslovom da ne postoji promena preseka vratila i osovina. Ukoliko postoji promena preseka, odnosno oblika vratila i osovina onda dolazi do koncentracije tako da su stvarni radni naponi veći od nominalnih, što se uzima u obzir pri proračunu preko faktora koncentracije napona.

Vratila i osovine su složenog oblika i kod njih se vrlo često iz konstrukcionih razloga izvode razni nasloni, žlebovi, navoji itd. Prema tome kod vratila je prisutan veliki broj izvora koncentracije napona, a najčešći izvor je promena prečnika vratila.



Sl. 10. Koncentracija napona

Tabela 2. Izrazi za određivanje otpornog momenta za različite preseke

Slika	Otporni momenti preseka	
	$W \text{ mm}^3$	$W_p \text{ mm}^3$
	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	$\frac{\pi D^3}{32} \left(1 - 1,54 \frac{d}{D}\right)$	$\frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \frac{d}{D}\right)$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} (1 - \psi^4)$ $\psi = \frac{d_i}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} (1 - \psi^4)$
	$\xi \frac{\pi d^3}{32}$	$\xi \frac{\pi d^3}{16}$
	Laka izrada $\xi = 1,1$ Srednja izrada $\xi = 1,15$	

DINAMIČKA IZDRŽLJIVOST VRATILA

Dinamička izdržljivost vratila određuju se prema sledećim izrazima:

➤ Za savijanje:

$$\sigma_{DM} = \frac{\sigma_{D(-)f} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_k} \quad (25)$$

➤ Za uvijanje:

$$\tau_{DM} = \frac{\tau_{D(0)t} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_k} \quad (26)$$

ξ_1 - faktor veličine preseka uzima u obzir uticaj razlike u veličini poprečnog preseka između vratila i standardne epruvete,

ξ_2 - faktor hrapavosti,

ξ_3 faktor ojačanja površinskog sloja,

β_k - efektivni faktor koncentracije napona.

Vrednosti za $\sigma_{D(-1)f}$, $\tau_{D(0)t}$ biraju se iz tablica.

STEPENI SIGURNOSTI

Odnos kritičnog napona i radnih napona predstavlja stepen sigurnosti protiv loma vratila usled zamora. Prema tome, za napred navedena naprezanja stepen sigurnosti protiv loma vratila usled zamora određuje se prema sledećim izrazima:

➤ Savijanje:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{DM}}{\sigma_f} = \frac{\sigma_{D(-1)f} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{ks} \cdot \sigma_f} \quad (29)$$

➤ Uvijanje:

$$S_\tau = \frac{\tau_{DM}}{\tau_t} = \frac{\tau_{D(0)t} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_{kt} \cdot \tau_t} \quad (30)$$

a ukupni stepen sigurnosti vratila:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \quad (31)$$

Sigurnost je zadovoljena ako je stepen sigurnosti veći od 1,5...2,5. Ukoliko se raspolaže tačnim podacima o veličini radnih i kritičnih napona mogu se uzeti i manje vrednosti (1,3...1,5).

Izbor dimenzija vratila i osovina

Napred navedeni tok proračuna izveden je pod pretpostavkom da su oblik i dimenzije vratila i osovina poznate te da treba proveriti njihovu čvrstoću. Vrlo često oblik i dimenzije vratila i osovina nisu poznate, pa je potrebno najpre izračunati dimenzije i dati njihov konstrukcioni oblik, pa tek onda izvršiti konačnu proveru izdržljivosti.

1. Proračun vratila

Ako je poznato rastojanje između oslonaca kao i raspored i položaj delova na vratilu onda je moguće odrediti napadno opterećenje, odnosno nacrtati dijagrame momenata savijanja i uvijanja. U prethodnom proračunu najpre se određuju prečnici vratila u karakterističnim presecima. Prema hipotezi o ekvivalentnom naponu pri složenom naprezanju, ekvivalentni napadni moment u nekom preseku M_i iznosi:

$$M_i = \sqrt{M^2 + \left(\frac{\sigma_{Df(-1)}}{2 \cdot \tau_{Du(0)}} \cdot T_t \right)^2} \quad (32)$$

- M - napadni moment savijanja;
 T_t - merodavni moment torzije;
 $\sigma_{Df(-1)}$ - trajna dinamička izdržljivost pri naizmenično promenljivom savijanju;
 $\tau_{Du(0)}$ - trajna dinamička izdržljivost pri jednosmerno promenljivom uvijanju.

S obzirom da je:

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W} = \frac{32 \cdot M_i}{d^3 \cdot \pi} \leq \sigma_{doz} \quad (33)$$

za puno vratilo kružnog poprečnog preseka, prečnik d može da se odredi prema:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} \cong \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_i}{\sigma_{doz}}} \quad (34)$$

♦ za šuplje vratilo prstenastog poprečnog preseka:

$$d = d_e \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_i}{\pi \cdot \sigma_{doz} (1 - \psi^4)}} \cong \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_i}{\sigma_{doz} (1 - \psi^4)}}; \quad d_i \leq \psi \cdot d_e \quad (35)$$

Dozvoljeni napon σ_{doz} određuje se prema:

$$\sigma_{doz} = \frac{\sigma_{Df(-1)}}{K \cdot S} \quad (36)$$

gde su: $\sigma_{Df(-1)}$ - trajna dinamička izdržljivost pri naizmenično promenljivom opterećenju na savijanje;

S - stepen sigurnosti vratila ($S = 2,0 \dots 2,5$);

K - faktor koji uzima u obzir koncentraciju napona i ostale uticaje na dinamičku izdržljivost (tabela 3).

Tabela 3. Vrednosti faktora K

Oblik vratila i preseka	Zatezna čvrstoća R_m N/mm^2	
	<700	>700
Glatko	1	1,25
Na mestima promene prečnika	1,5 - 2,1	1,8 - 2,6
Sa žlebom po obimu vratila	2,0 - 2,2	2,0 - 2,6
Sa poprečnim otvorom kružnog preseka	2,0 - 2,2	2,0 - 2,6
Sa žlebom za klin	1,6 - 2,0	1,8 - 2,2
Ožljebljeno vratilo sa pravim bokovima	2,0 - 2,4	2,2 - 2,6
Ožljebljeno vratilo sa evolventnim bokovima	1,6 - 1,8	1,8 - 2,0
Na mestima sa navojem	1,5 - 1,9	1,8 - 2,2
Spoj sa obrtnim delovima		
- sa čvrstim naleganjem	2,4 - 3,0	2,8 - 3,6
- sa neizvesnim naleganjem	1,8 - 2,4	2,0 - 2,6
- sa labavim naleganjem	1,2 - 1,8	1,6 - 2,0

Napomena: Veće vrednosti K uzimati za veće i naglije promene preseka, za veće preklope, za veće prečnike vratila, za materijale sa većom čvrstoćom i za grublje obrađene površine.

Vratilo napregnuto samo na uvijanje

Postoje i vratila koja su u radu napregnuta samo na uvijanje, odnosno momenti savijanja mogu se zanemariti. U tom slučaju za proračun je merodavan tangencijalni napon od uvijanja, koji za vratilo kružnog poprečnog preseka iznosi:

$$\tau_u = \frac{T_t}{W_p} = \frac{16 \cdot T_t}{d^3 \cdot \pi} < \tau_{doz} \quad (37)$$

tako da se za puno vratilo kružnog poprečnog preseka, prečnik d određuje:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_t}{\pi \cdot \tau_{doz}}} \cong \sqrt[3]{\frac{5 \cdot T_t}{\tau_{doz}}} \quad (38)$$

♦ za određivanje prečnika šupljeg vratila:

$$d_e \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_t}{\pi \cdot \tau_{doz} (1 - \psi^4)}} \cong \sqrt[3]{\frac{5 \cdot T_t}{\tau_{doz} (1 - \psi^4)}}; \quad d_i \leq \psi \cdot d_e \quad (39)$$

Dozvoljeni napon na uvijanje τ_{doz} određuje se prema:

$$\tau_{doz} = \frac{\tau_{Du(0)}}{K \cdot S} \quad (40)$$

gde su: τ_{Du} - trajna dinamička izdržljivost pri uvijanju;

S - stepen sigurnosti vratila ($S = 2,0 \dots 2,5$);

K - faktor koji uzima u obzir koncentraciju napona i ostale uticaje na dinamičku izdržljivost.

Prema napred navedenim izrazima sračunavaju se prečnici vratila u svim karakterističnim presecima. Sračunati prečnici odnose se na jezgro vratila, odnosno ne uzima se u obzir promena oblika vratila u posmatranom preseku. S obzirom da presek vratila vrlo često nije kružni, već postoji promena oblika zbog žleba za klin, navoja na vratilu, izrade ožlebljenog vratila, itd., to je neophodno da se ovako sračunati prečnik poveća za 5 ... 10%. Tačnije je međutim, ako se otporni moment odredi prema izrazima datim u tabeli 2.

2. Proračun osovina

Najvažnije naprezanje kod osovina je savijanje, pa je normalni napon:

$$\sigma_s = \frac{M}{W} \leq \sigma_{doz} \quad (41)$$

Za punu osovinu kružnog poprečnog preseka aksijalni moment preseka iznosi:

$$W = \frac{d^3 \cdot \pi}{32} \quad (42)$$

tako da je prečnik osovine d određen izrazom:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M}{\pi \cdot \sigma_{doz}}} \cong \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M}{\sigma_{doz}}} \quad (43)$$

Kod šuplje osovine spoljašnjeg prečnika d_e , unutrašnjeg prečnika d_i i odnosa prečnika $\psi = d_i/d_e$, najpre se određuje spoljašnji prečnik d_e prema:

$$d_e \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M}{\pi \cdot \sigma_{doz} (1 - \psi^4)}} \cong \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M}{\sigma_{doz} (1 - \psi^4)}}, \quad (44)$$

a unutrašnji prečnik d_i onda iznosi $d_i \leq \nu \cdot d_e$.

Dozvoljeni napon u odnosu na savijanje σ_{doz} određuje se prema:

$$\sigma_{doz} = \frac{[\sigma_f]}{S} = \frac{\sigma_{Df} \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_k \cdot S} = \frac{\sigma_{Df}}{K \cdot S} \quad (45)$$

Vrednosti trajne dinamičke izdržljivosti u odnosu na savijanje σ_{Df} biraju se iz tabela $\sigma_{Df} = \sigma_{Df(-1)}$ za obrtne osovine, odnosno $\sigma_{Df} = \sigma_{Df(0)}$ za nepokretne osovine. Faktor K uzima se iz tablice, a stepen sigurnosti osovine S kreće se u granicama $S = 2,0 \dots 2,5$.

Proračun vratila i osovina po kriterijumu krutosti

Deformacije vratila i osovina

Vratila i osovine su u toku rada izloženi relativno jakim naprezanjima što ima za posledicu i pojavu većih deformacija. S obzirom da kod ovih elemenata dominiraju naprezanja na savijanje i uvijanje to dolazi i do deformacija koja odgovaraju ovim naprezanjima. Usled napona od savijanja ose vratila i osovina dobijaju oblik koji odgovara prostornoj elastičnoj liniji, a usled napona od uvijanja dolazi do uvijanja vratila. Prema tome osnovne veličine koje karakterišu ove deformacije su ugib f , nagib α i ugao uvijanja φ .

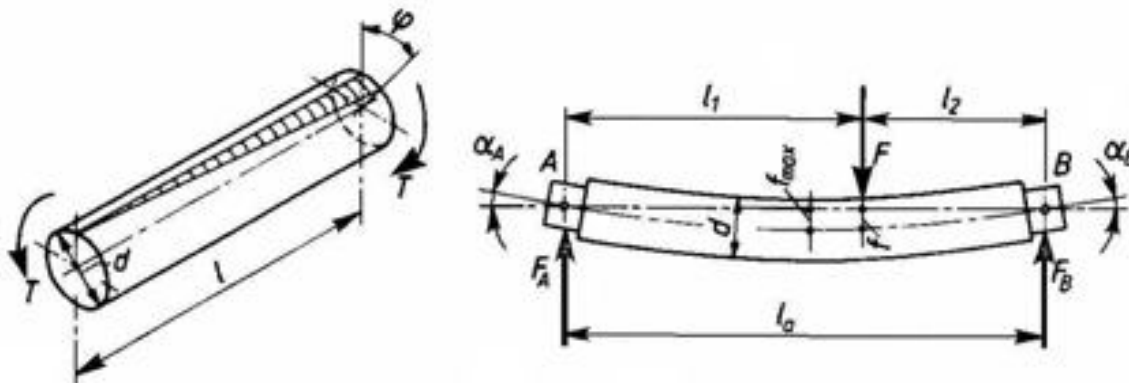
Usled ovih deformacija dolazi do odstupanja stvarnog položaja delova koji se nalaze na vratilu u odnosu na geometrijski tačan položaj. Ovo ima za posledicu promenu geometrijskih odnosa delova koji se nalaze na vratilu što može imati presudan uticaj na njihov rad. To se naročito odnosi na zupčanike, ležaje, rotore nekih turbo mašina, itd.

Uvijanje vratila dovodi do ugaonog odstupanja položaja obrtnih delova koji se na njemu nalaze, promenu kinematskih odnosa i neravnomernu raspodelu pritiska na spojevima vratila i delova na njemu.

Na osnovu napred izloženog sledi da pored dovoljne čvrstoće, vratila moraju da imaju i odgovarajuću krutost. Ukoliko deformacije vratila bitno utiču na funkciju obrtnih delova koji se na njemu nalaze, neophodno je izvršiti i proveru vratila i osovina po kriterijumu krutosti.

Kako se ovde radi o elastičnim deformacijama koje zavise samo od modula elastičnosti odnosno modula klizanja, to je krutost praktično zavisna od konstante. U tom smislu se za povećanje krutosti uzima veći poprečni presek vratila, pa se dovoljna čvrstoća vratila postiže i sa manje kvalitetnim čelicima. Uz to ovi čelici su manje osetljivi na koncentraciju napona.

Proračun krutosti vratila i osovina svodi se na određivanje elastične linije odnosno nagiba i ugiba vratila u pojedinim presecima odnosno određivanje ugla uvijanja. Proračuni se izvode po metodama koje su detaljno izložene u knjigama iz Otpornosti materijala.



Slika 11. Deformacije vratila usled uvijanja i savijanja

Kritične i dozvoljene deformacije

Suviše velike deformacije dovode do kritičnog stanja elemenata na vratilu u pogledu njihove funkcije, odnosno njihove kinematike, dinamike i čvrstoće. Zbog toga se nameće potreba da se za svaki element izvrši odgovarajuća analiza i odrede granične vrednosti deformacije u okviru kojih on može uspešno da izvrši svoju funkciju.

Dozvoljene deformacije određuju se na osnovu detaljnog proračuna ili na osnovu iskustva. Kod delova komplikovanijeg oblika ovo može ponekad da predstavlja vrlo složen problem.

Za slučaj da se ne raspolaze tačnim vrednostima dozvoljenih deformacija vratila i osovina, mogu se za pojedine slučajeve koristiti sledeće granične vrednosti nagiba vratila:

- | | |
|---|--------------------------|
| ◆ kruti kotrljajni i podesivi klizni ležaji | $\alpha \approx 0,001$ |
| ◆ nepodesivi klizni ležaji | $\alpha \approx 0,0003$ |
| ◆ nesimetrično uležišteni zupčanici | $\alpha \approx 0,00015$ |
| ◆ zupčanici na prepustu | $\alpha \approx 0,0001$ |

Ugib vratila najčešće se kreće u granicama $f_d = (0,3...0,5) \cdot 10^{-3} \cdot l$, pri čemu se manje vrednosti uzimaju kod brojeva obrtaja $n > 1500 \text{ min}^{-1}$. Granične vrednosti ugla uvijanja vratila kreću se u granicama

$$\varphi = (0,004...0,009) \text{ rad/m}$$

Proračun dinamičke stabilnosti vratila i osovina Pobudno opterećenje i rezonanca

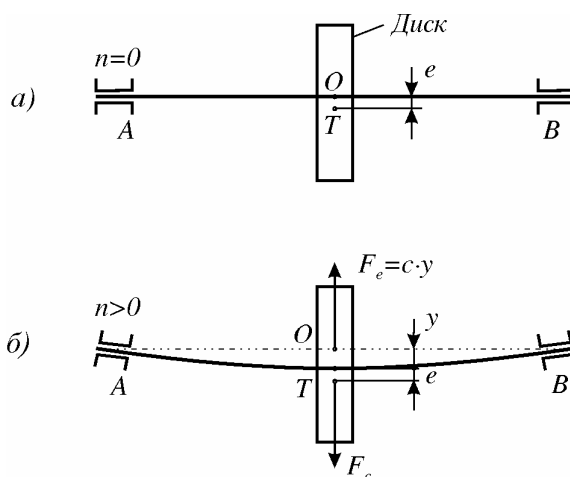
Kritično stanje vratila usled dinamičke nestabilnosti praćeno izrazitim povećanjem amplitude oscilacija, nastaje u slučaju kada je vratilo izloženo periodično promenljivim radijalnim i aksijalnim silama i obrtnim momentima. Oni izazivaju periodično promenljive deformacije, odnosno oscilacije celog sistema, koje dovode do stanja u kome se učestanost promene pobudnih opterećenja poklopi sa učestanošću slobodnih (sopstvenih) oscilacija vratila. U ovom slučaju amplitude postaju beskonačno velike. Kada se poklope učestanosti (frekvencije) slobodnih i prinudnih oscilacija, sila tada potiskuje masu u pravo vreme i u pravom smeru, pa amplitude neograničeno rastu. Takav slučaj se javlja kod klatna koje se kod svakog treptaja lagano potiskuje u pravcu njegovog kretanja. Tada relativno mala sila može prozvesti velike amplitude. Ova važna pojava naziva se rezonanca, a odgovarajuća učestanost rezonantna učestanost.

Stoga se **kod vratila vrši provera odnosa kritične ugaone brzine ili učestanosti obrtanja pri kojima nastaje rezonanca sa radnom ugaonom brzinom odnosno učestanošću obrtanja**. Pri tome najveći uticaj imaju radijalne i torzione oscilacije. Uticaj aksijalnih oscilacija po pravilu je zanemarljiv.

Kritični brojevi obrtaja u odnosu na savijanje vratila

Vratila i obrtne osovine zajedno sa delovima koji se na njima nalaze predstavljaju jedan oscilatorni sistem. Kao pobudne sile javljaju se sile usled neuravnoteženosti masa obrtnih delova kao i usled neuravnoteženosti samog vratila. Težišta obrtnih delova usled elastičnih deformacija ne poklapaju se sa osom obrtanja vratila, tako da se pri okretanju vratila javlja centrifugalna sila F_c kao pobudna sila. Projekcija ove sile na osnu ravan vratila je harmonijski promenljiva veličina čija je učestanost jednaka učestanošću obrtanja vratila.

Određivanje kritičnih brojeva obrtaja biće izloženo na jednom jednostavnom primeru vratila sa dva oslonca i jednom obrtnom masom (sl. 12). Na vratilo čija se masa zanemaruje nalazi se obrtno telo - disk mase $m = G/g$. Težište diska T se ne poklapa sa osom obrtanja vratila O već se nalazi na rastojanju e .



Sl. 12. Nastanak fleksionih oscilacija kod vratila

Pri obrtanju vratila ugaonom brzinom ω u težištu diska T deluje centrifugalna sila F_c . Ova sila u odnosu na vratilo predstavlja transversalnu (poprečnu) silu usled čega dolazi do savijanja vratila. Dakle posledica neuravnoteženosti obrtnog diska na vratilu je centrifugalna sila, a posledica centrifugalne sile savijanje vratila za ugib y usled čega se povećava i centrifugalna sila, tako da iznosi

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2 = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2$$

Ova sila uravnotežena je silom elastičnosti vratila, $F_e = c \cdot y$ tako da se dobija:

$$F_c - F_e = 0; \quad m \cdot (y + e) \cdot \omega^2 - c \cdot y = 0$$

Ugib vratila prema tome iznosi

$$y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2} = \frac{e}{c/(m \cdot \omega^2) - 1}$$

Ako se ugaona brzina ω povećava do $\omega^2 = c/m$, prema gornjoj jednačini dobija se ugib $y \rightarrow \infty$, koji može dovesti do oštećenja vratila. Vratilo ulazi u rezonantno područje kada se njegova ugaona brzina poklapa sa sopstvenom kružnom frekvencijom. Prema tome kritična ugaona brzina vratila iznosi

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (46)$$

gde je c - krutost vratila u N/m , a m masa obrtnog diska u kg .

S obzirom da je $\omega_k = \pi \cdot n_k / 30$, to je kritični minutni broj obrtaja vratila

$$n_k = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (47)$$

Ako se uzme u obzir i način uležištenja vratila, a u izrazu (47) zameni $c = G/f$ i $m = G/g$, dobija se kritični minutni broj obrtaja s obzirom na savijanje vratila:

$$n_{ks} \cong 950 \cdot \sqrt{\frac{k_u}{f}} \quad (48)$$

gde je: f - ugib vratila usled težine diska u mm , a k_u - faktor uležištenja koji iznosi:

$k_u = 1,0$ - za vratila sa podesivim ležajima;

$k_u = 1,7$ - za kruto uležištena vratila;

$k_u = 0,8$ - za vratila sa obrtnim delovima na prepustu.

Stepen sigurnosti u odnosu na dinamičku stabilnost vratila i osovina

U cilju postizanja dinamičke stabilnosti vratila neophodno je da radno područje brojeva obrtaja bude za (20...30)% udaljeno od kritičnog područja. U tom smislu moguće je definisati stepen sigurnosti u odnosu na dinamičku stabilnost vratila kao odnos kritičnih n_k i radnih n brojeva obrtaja:

- ♦ za vratila koja rade u podkritičnom području brojeva obrtaja

$$S = \frac{n_k}{n} \geq 1,25 \quad (49)$$

- ♦ za vratila koja rade u nadkritičnom području brojeva obrtaja

$$S = \frac{n_k}{n} \geq 1,30 \quad (50)$$

Provera dinamičke stabilnosti vratila vrši se mahom kod vratila koja rade sa velikim ugaonim brzinama, a to su pre svega vratila turbokompresora, turboprenosnika, parnih i gasnih turbina, nekih alatnih mašina, kao i kolenasta vratila klipnih mašina. Najveći broj mašina je sa vratilima koja su dosta kruta i rade sa malim ugaonim brzinama tako da ova provera nije neophodna.

Materijali za vratila i izrada

Kao materijali za vratila i osovine najčešće se primenjuju opšti konstrukcioni čelici, čelici za poboljšanje i čelici za cementaciju. Nešto ređe za izradu vratila i osovina može takođe da se primeni i nodularni liv.

Normalno opterećena vratila i osovine najčešće se izrađuju od S 275 i E 295, a za jača opterećenja koristi se i E 335. Izdržljivost, čvrstoća i tvrdoća ovih čelika je manja u odnosu na druge čelike, ali im je zato obradljivost rezanjem dobra, a cena niža. Pri tome se dobijaju nešto veće dimenzije vratila što povećava njihovu krutost.

Visoko opterećena vratila i osovine, koja se primenjuju kod vozila, motora, teških alatnih mašina, prenosnika, turbina itd., izrađuju se od čelika za poboljšanje. Ovi čelici su veće čvrstoće i izdržljivosti, a uz odgovarajuću termičku obradu i velike tvrdoće. Tu pre svega dolaze u obzir ugljeni čelici C35 i C45 koji su predviđeni za izradu osovina šinskih vozila. Od legiranih čelika primenjuju se 34Cr4, 25CrMo4, 34CrMo4, 42CrMoS4 i 42CrMo4.

U specijalnim slučajevima kod brzohodih vratila čiji su rukavci izloženi intenzivnom habanju (klizni ležaji), kao i kod vratila koja su izrađena aizjedna sa drugim delovima (cementirani zupčanici), vratila se izrađuju od čelika za cementaciju. Primenuju se cementirani i kaljeni ugljeni čelici C10E, C15E, kao i legirani čelici 16MnCr5, 20MnCr5, 17CrNi6-6 i 20MoCr4.

Pri izboru visoko kvalitetnih legiranih čelika za izradu vratila i osovina dobijaju se manje dimenzije i u isto vreme smanjuje njihova krutost. Smanjenje krutosti vrlo često dovodi do znatnih elastičnih deformacija vratila i osovina u toku rada, a kod brzohodih vratila i do dinamičke nestabilnosti.

Prava vratila i osovine prečnika do 150 mm najčešće se izrađuju od okruglog čelika obradom na strugu i brušenjem. Manje opterećena vratila mogu se raditi i hladnim izvlačenjem. Stepnasta vratila većih dimenzija izrađuju se kovanjem od čeličnih blokova, sa završnom obradom na strugu i brušenjem. Pre završne obrade izrađuju se žlebovi za klinove, da bi se izbegle deformacije vratila pri izradi ovih žlebova.

S obzirom da su rukavci vratila izloženi trenju i habanju, to se oni posle termičke obrade (cementacija, kaljenje) fino bruse, glačaju i po potrebi poliraju.