

PRORAČUN MAŠINSKIH ELEMENATA

Opšti pogled, definicije

Mašinski elementi moraju da zadovolje namenu i funkciju, zatim da budu izrađeni od odgovarajućeg materijala i dimenzionisani da imaju zadovoljavajuću čvrstoću (sposobnost suprotstavljanja razaranju) i krutost. Svi prethodno nabrojani faktori, su osnova za proračun mašinskih elemenata. Proračunati neki mašinski elemenat, znači odrediti oblik koji će zadovoljiti uslove funkcije i namene, a zatim odabrati odgovarajući materijal i odrediti dimenzije elemenata.

Proračun nestandardnih mašinskih elemenata započinje se takozvanim **prethodnim proračunom**. Sa prethodnim proračunom prvi put se pokušavaju odrediti dimenzije mašinskog elementa. Broj prethodnih proračuna zavisi od više faktora. Među njima najveću ulogu ima iskustvo konstruktora u takvom proračunu.

Na osnovu podataka dobijenih prethodnim proračunom pristupa se konstruisanju i modeliranju mašinskog elementa ili sklopa.

Kada se završi prethodni proračun mašinskih elemenata, a elementi konstruišu, obavezno se vrši njegovo **proveravanje** takozvanim **završnim proračunom**. Proveravanjem se utvrđuje da li usvojeni oblik mašinskog dela i određene dimenzije za odabrani materijal, omogućavaju mašinskom delu da obavlja svoju funkciju bez nepoželjnih pojava. Uz konstrukcionu dokumentaciju samo se prilaže takozvani završni proračun.

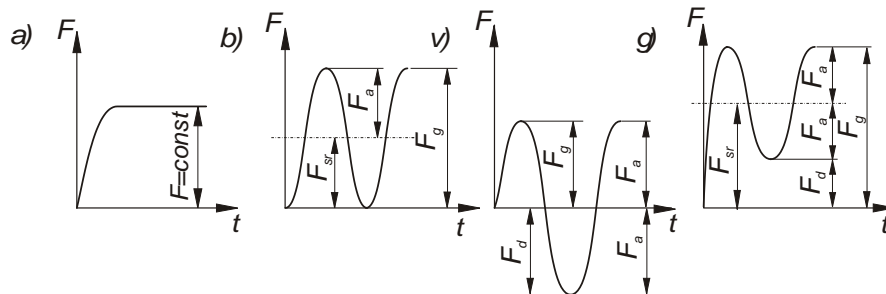
Proračun standardizovanih mašinskih elemenata (zavrtnji, klinovi, kotrljajni ležaji i sl.) podrazumeva određivanje potrebne veličine elementa, poznatog oblika. Materijal je ili definisao proizvođač - kotrljajni ležaj ili se i on bira - zavrtnji.

Opterećenje mašinskih elemenata

Prvi korak pri proračunu mašinskih elemenata je određivanje opterećenja kojima su oni izloženi u radu - radnog opterećenja. Radno opterećenje je poznato ukoliko su poznati intenzitet, pravac i smer opterećenja, njegova promena u toku vremena i raspodela opterećenja u poprečnom preseku. U opštem slučaju opterećenja mašinskih delova predstavljaju prostorne sisteme sila i spregova. Sile i spregovi nastaju kao posledica otpora koje mašine savladavaju vršeći koristan rad, kao na primer otpori vazduha ili vode pri kretanju transportnih sredstava, otpori rezanja kod alatnih mašina, otpori elektromagnetnih sila kod električnih mašina, otpori trenja, težina i koristan teret, pritisci tečnosti i gasova, itd.

Za određivanje otpora trenja neophodno je poznavati vrednosti koeficijenta trenja. Empirijske vrednosti statičkog μ_0 i kinetičkog μ koeficijenta trenja za najčešće korišćene kombinacije materijala.

Opterećenje može biti u toku vremena stalne veličine - **statičko** (sl.1, a), ili promenljive veličine - **dinamičko** (sl.1, b,v,g). Opterećenja su najčešće u praksi slučajno promenljiva, ali se radi pojednostavljenja proračuna koristi i idealizovana harmonijska promena opterećenja. Razlikuje se pri tome:



Sl. 1. a) Statičko opterećenje; b,v,g) Dinamičko opterećenje:

- b) čisto jednosmerno promenljivo opterećenje;
- v) čisto naizmenično promenljivo opterećenje;
- g) opšti slučaj promene opterećenja

- čisto jednosmerno promenljivo opterećenje, koje u toku vremena varira između nule ($F_d = 0$) i maksimalne vrednosti F_g (sl.1, b),

- čisto naizmjenično promenljivo opterećenje, koje u toku vremena varira između maksimalne vrednosti $F_g = F_{max}$ i minimalne vrednosti $F_d = F_{min} = F_g$ (sl.1, v),
 - opšti slučaj opterećenja, koje u toku vremena varira između proizvoljnih vrednosti i (sl.1, g)
- Dinamičko opterećenje takođe karakterišu amplitudna i srednja vrednost opterećenja:

$$F_a = \frac{F_g - F_d}{2}; \quad F_{sr} = F_m = \frac{F_d + F_g}{2}$$

Zavisno od vrednosti F_g i F_d promena opterećenja može biti različita, što se uzima u obzir koeficijentom asimetrije ciklusa:

$$R = F_d / F_g = -1 \dots +1$$

Karakteristične vrednosti koeficijenta asimetrije ciklusa su:

- $0 < R < 1$ -jednosmerno promenljivo opterećenje,
- $R = 0$ -čisto jednosmerno promenljivo opterećenje,
- $-1 < R < 0$ -asimetrično promenljivo opterećenje,
- $R = -1$ -čisto naizmjenično (simetrično) promenljivo opterećenje.

Mašinski elementi su najčešće opterećeni kombinacijom pojedinih vrsta opterećenja. Opterećenja mašinskih elemenata koja se javljaju u normalnim uslovima rada, nazivaju se **nominalna opterećenja**. U toku rada, opterećenja mašinskih elemenata mogu biti i znatno veća od nominalnih. To je slučaj kada se u toku rada promeni režim rada pojedinih mašina (npr. kod motornih vozila, alatnih mašina, dizalica itd).

Opterećenja mašinskih elemenata koja se javljaju u toku rada, kada mašinski deo ispravno obavlja svoju funkciju, uvažavajući pri tome stvarne radne uslove, nazivaju se **stvarna opterećenja**. Određivanje stvarnog opterećenja je veoma složeno. U većini slučajeva je teško izvodljivo. Zato se, zbog nemogućnosti doslednog sagledavanja i uzimanja u obzir svih uticajnih faktora, za proračun mašinskih elemenata koristi **merodavno opterećenje**.

Merodavno opterećenje se određuje na osnovu nominalnog opterećenja, tako što se nominalno opterećenje pomnoži faktorom opterećenja (K_A). Vrednosti ovog faktora zavise od uslova rada mašine i prikazane su u tabeli 1.

Kao osnova za proračun mašinskih elemenata koriste se nominalna opterećenja. To su opterećenja koja potiču od snage i broja obrtaja motora i ona se najčešće javljaju u radu. Za snagu motora P u kW i broj obrtaja n u min^{-1} , nominalni obrtni moment T_n u Nm iznosi:

$$T_n = 9549 \cdot \frac{P}{n}$$

Eksploatacioni uslovi, međutim, dovode do pojave opterećenja većih od nominalnih. Zbog toga se proračun nosivosti mašinskih delova koriste merodavna opterećenja koja se određuju preko faktora radnih uslova C_A , odnosno:

$$T = K_A \cdot T_n$$

Naprezanja, naponi i deformacije mašinskih delova

Naprezanje je stanje koje nastaje u mašinskom delu pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja.

Naprezanje mašinskog dela karakterisano je **promenom oblika i dimenzija - deformacijama**, odnosno **unutrašnjim otporom - naponom**.

Deformacija je promena oblika i dimenzija mašinskog dela pod dejstvom opterećenja.

Deformacija može biti **opšta** (zapreminska) i **lokalna** (kontaktna).

Opšta deformacija se prostire po celoj zapremini mašinskog dela. **Lokalna** se ograničava samo na dodirnu površinu dva tela. **Opšta i lokalne deformacije** mogu biti **elastične** (povratne) ili **plastične** (nepovratne).

Ako se posle prestanka dejstva opterećenja mašinski deo vrati u prvobitni položaj, govori se o **elastičnim** odnosno **povratnim deformacijama**. Ako je mašinski deo opterećen tako, da posle

prestanka dejstva opterećenja ne može da se vrati u potpunosti u prvobitni položaj, reč je o **plastičnim ili nepovratnim deformacijama**.

Krutost je sposobnost mašinskog dela da se suprotstvi elastičnom deformisanju. U opštem slučaju definiše se kao opterećenje svedeno na jedinicu deformacije.

Napon je fizička veličina koja karakteriše intenzitet unutrašnjih sila u nekoj tački zamišljenog preseka mašinskog dela, kojima se materijal mašinskog dela suprotstavlja deformisanju zbog dejstva spoljašnjeg opterećenja. Unutrašnje sile nastaju između molekula materijala, kao reakcija na spoljašnje napadno opterećenje, obezbeđujući čvrstoću mašinskog dela u posmatranom preseku.

Napon koji deluje normalno na površinu poprečnog preseka mašinskog dela (Sl.3) naziva se **normalni napon**. Označava se σ (sigma). Napon koji deluje u ravni poprečnog preseka mašinskog dela (Sl.4) naziva se **tangencijalni napon**. Označava se τ (tau).

Zavisno od položaja spoljašnjeg opterećenja, u odnosu na osu mašinskog dela, razlikuju se sledeće vrste naprezanja: **zatezanje, pritiskivanje, savijanje, smicanje i uvijanje**.

Zatezanje je naprezanje koje nastaje delovanjem sila duž ose mašinskog dela. One u mašinskom delu izazivaju deformaciju u vidu povećanja prvobitne dužine i smanjenja prvobitnog poprečnog preseka (Sl.4). Osnovni izraz za određivanje unutrašnjeg otpora – **napona usled zatezanja** je :

$$\sigma_z = \frac{F}{A}$$

gde su:

F – opterećenje, koje napreže mašinski deo i

A – površina najmanjeg poprečnog preseka opterećenog mašinskog dela.

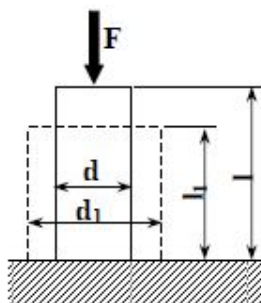
Pritiskivanje je naprezanje koje nastaje delovanjem sila kao i kod zatezanja duž ose. Međutim, kod ovog naprezanja se u mašinskom delu javlja deformacija u vidu smanjenja prvobitne dužine i povećanja prvobitnog poprečnog preseka (Sl.5). Ako su dužinske mere mašinskog dela mnogo veće od poprečnih (prečnik ili debljina štapa), tada pod dejstvom aksijalnih sila može doći do “**savijanja**“ dela (Sl.6). Ovakva pojava naziva se **izvijanje**.

Izvijanje nije nova vrsta naprezanja, nego specijalni slučaj pritiskivanja. Osnovni izraz za određivanje napona usled pritiskivanja je:

$$\sigma_p = \frac{F}{A}$$

gde su : F –opterećenje,

A – površina poprečnog preseka.



Slika 5. Mašinski deo napregnut na pritiskivanje (pritisak)

Savijanje je naprezanje koje nastaje delovanjem sila i spregova koji leže u ravnima koje prolaze kroz podužnu osu mašinskog dela. Deformacija se javlja u vidu izduženja i skraćenja pojedinih vlakana (Sl.6). Vlakna koja pretrpe samo promenu oblika, a ne promenu dužine su vlakna neutralne površine. Presek neutralne površine sa podužnom ravni simetrije, odnosno ravni savijanja, daje neutralnu ili elastičnu liniju.



Slika 6. Savijanje grede i konzole silom

Osnovni izraz za određivanje napona usled savijanja je:

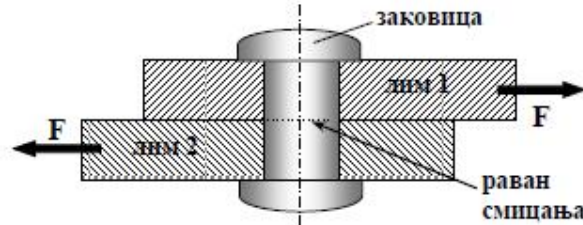
$$\sigma_s = \frac{M_s}{W}$$

gde su:

M_s – moment savijanja,

W – aksijalni otporni moment poprečnog preseka.

Smicanje je naprezanje koje nastaje delovanjem poprečnih sila koje teže da pomere jedan presek u odnosu na susedni u pravcu dejstva sile. Deformacija se javlja u vidu poprečnog pomeranja – klizanja dva bliska poprečna preseka (Sl.7).



Slika 7. Smicanje tela zakovice

Osnovni izraz za određivanje tangencijalnog napona usled smicanja je:

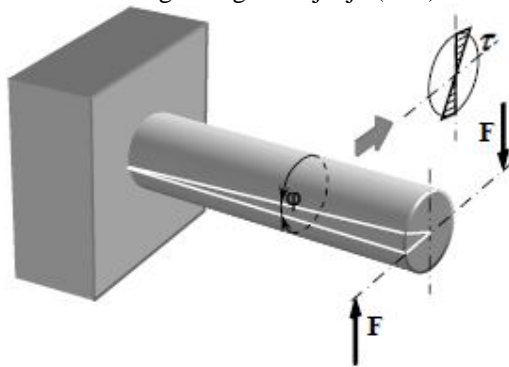
$$\tau_s = \frac{F}{A}$$

gde su:

F – opterećenje,

A – površina poprečnog preseka opterećenog na smicanje.

Uvijanje je naprezanje koje nastaje delovanjem spregova koji leže u ravnima upravnim na podužnu osu mašinskog dela. Deformacija se javlja u vidu zaokretanja jednog poprečnog preseka mašinskog dela u odnosu na drugi za ugao uvijanja (Sl.8).



Slika 8. Uvijanje štapa

Osnovni izraz za određivanje napona usled uvijanja je:

$$\tau_t = \frac{T}{W_0}$$

gde su:

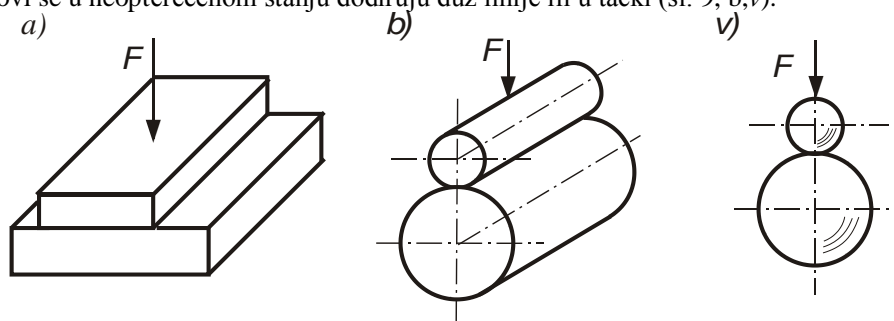
T – moment uvijanja,

W_0 – polarni otporni moment poprečnog preseka.

Dodirna (površinska) naprezanja

U odnosu na zapreminska naprezanja površinska naprezanja su manje istražena, pa su i proračuni površinskih naprezanja mašinskih delova u izvesnom stepenu orijentacioni. Radni napon predstavlja površinski pritisak na dodiru mašinskih delova. Razlikuju se dva osnovna slučaja dodira mašinskih delova:

- Delovi se u neopterećenom stanju dodiruju po konačnim površinama (sl. 9, a);
- Delovi se u neopterećenom stanju dodiruju duž linije ili u tački (sl. 9, b,v).



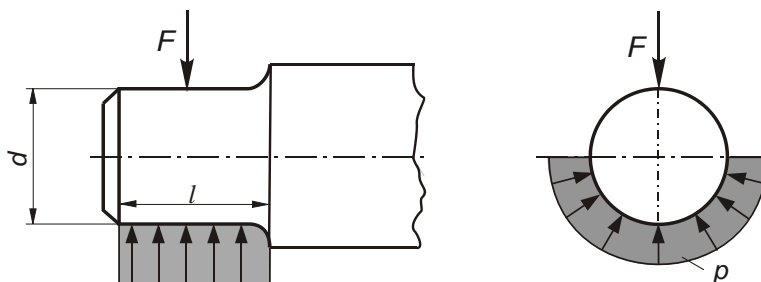
Sl. 9. Dodir mašinskih delova po konačnoj površini (a), duž linije (b) ili u tački (v)

Kod dodirivanja po konačnoj površini, proračun se najčešće izvodi sa srednjim površinskim pritiskom:

$$p_{sr} = \frac{F}{A}$$

Za slučaj dodira ispupčene i izdubljene cilindrične površine srednji površinski pritisak iznosi:

$$p_{sr} = \frac{F}{d \cdot l}$$



Sl. 10. Površinski pritisak rukavca vratila

Dodir mašinskih delova duž linije ili u tački u praksi nastaje pri dodiru dve sfere ili sfere i ravne površine (dodir u tački) odnosno pri dodiru dva cilindra ili ravne površine (dodir po liniji). Veličina dodirne površine zavisi od veličine deformacija u zoni kontakta.

Dodirna naprezanja istraživao je Herc (Hertz), i proračun koji je dao, uz izvesne korekcije se i danas primenjuje. Proračun važi uz sledeće pretpostavke:

- materijali delova su homogeni i izotropni;
- opterećenje u zoni dodira izaziva samo elastične deformacije, koje slede Hukov (Hooke) zakon;

- sila opterećenja delova deluje u pravcu zajedničke normale;
- dodirna površina posle deformisanja je konačna, ali ipak mala
- u poređenju sa površinama delova koji se dodiruju.

Ako se dve sfere pritisnu jedna u odnosu na drugu silom F , onda će doći do deformacije u zoni kontakta, tako da dodir više neće biti u tački već po konačnoj dodirnoj površini (sl. 11, a). Dodirna površina je u obliku kruga poluprečnika r_0 . Ako su sfere poluprečnika krivina ρ_1 i ρ_2 , izrađene od materijala sa modulima elastičnosti E_1 i E_2 , onda poluprečnik kruga površine dodira iznosi:

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{2} F \cdot (1 - \nu^2) \cdot \frac{\rho}{E}}$$

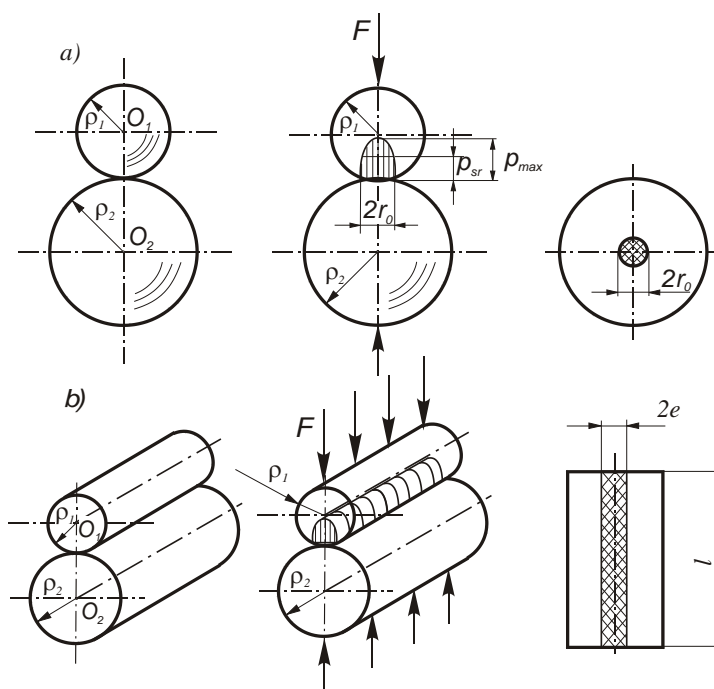
ν - Puasonov (Poisson) koeficijent;

$E = \frac{2E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}$ - ekvivalentni modul elastičnosti;

$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$ - ekvivalentni radijus krivine;

S obzirom da je za većinu materijala mašinskih delova $\nu = 0,3$ dobija se:

$$r_0 = 1,109 \sqrt[3]{\frac{F \cdot \rho}{E}}$$



Sl. 11. Raspodela pritiska na dodiru dve sfere (a) i dva cilindra (b)

Srednji površinski pritisak na dodirnim površinama iznosi:

$$p_{sr} = \frac{F}{A} = \frac{F}{r_0^2 \cdot \pi} = 0,259 \sqrt[3]{\frac{F \cdot E^2}{\rho^2}}$$

Raspodela pritiska po dodirnoj površini nije ravnomerna. Prostorni dijagram površinskog pritiska je u obliku polovine obrtnog elipsoida, tako da je maksimalni površinski pritisak:

$$p_{max} = \frac{3}{2} p_{sr} = 0,388 \sqrt{\frac{F \cdot E^2}{\rho^2}}$$

Kod dodira dva cilindrična mašinska dela sa paralelnim izvodnicama, površina dodira ima oblik uskog pravougaonika širine $2e$ i dužine l . Ako su poluprečnici krivine ovih cilindara ρ_1 i ρ_2 , i ako su izrađeni od materijala sa Puasonovim koeficijentom $\nu = 0,3$ i modulima elastičnosti E_1 i E_2 , onda je širina pravougaonika dodirne površine:

$$2e = 3,04 \sqrt{\frac{F \cdot \rho}{E \cdot l}}$$

$$E = \frac{2E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \text{ - ekvivalentni modul elastičnosti;}$$

$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \text{ - ekvivalentni radijus krivine;}$$

Srednji površinski pritisak na dodirnim površinama iznosi:

$$p_{sr} = \frac{F}{A} = \frac{F}{2e \cdot l} = 0,33 \sqrt{\frac{F \cdot E}{\rho \cdot l}}$$

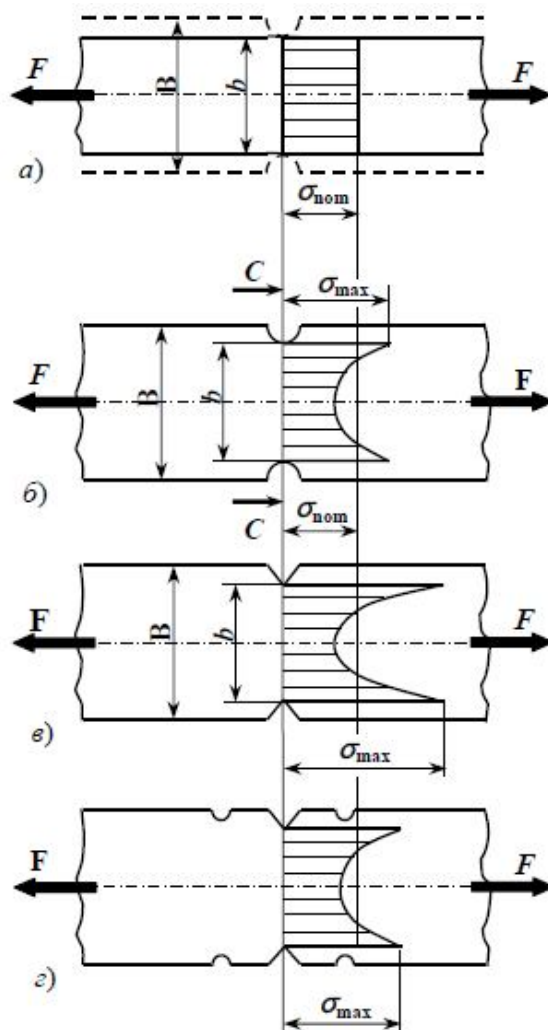
Raspodela pritiska po dodirnoj površini nije ravnomerna. Prostorni dijagram površinskog pritiska je u obliku polovine eliptičkog cilindra, tako da se maksimalni površinski pritisak određuje prema:

$$p_{max} = \frac{4}{\pi} p_{sr} = 0,418 \sqrt{\frac{F \cdot E}{\rho \cdot l}}$$

Kod dodirivanja sfere, odnosno cilindra sa ravnom površinom, u gornjim izrazima se uzima ρ_2 , tako da je redukovani poluprečnik krivine $\rho = \rho_1$. U slučaju dodira konveksne i konkavne površine, poluprečnik krivine konkavne površine uzima se sa negativnim predznakom.

Koncentracija napona

Epruvete, koje služe za ispitivanje mehaničkih karakteristika materijala, duž ose imaju konstantan poprečni presek. Za razliku od njih, mašinski delovi skoro uvek u većoj ili manjoj meri imaju promenljive poprečne preseke. Teorijska i eksperimentalna istraživanja pokazala su da, pri elastičnim deformacijama, na mestima promene poprečnog preseka (na mestu diskontinuiteta), dolazi do neravnomerne raspodele napona. Znači, sve tačke poprečnog preseka ne pružaju isti otpor spoljašnjem opterećenju (Sl.12). Pri tome, ta neravnomernost je utoliko izraženija, ukoliko je promena poprečnog preseka naglija (skokovitija). Ova pojava nagle promene napona na mestima promene poprečnog preseka naziva se koncentracija napona.



Slika 12. Koncentracija napona zategnutog štapa

Odnosom maksimalnog napona na mestu izvora koncentracije napona (σ_{\max}) prema nominalnom naponu (σ_{nom}) koji bi vladao u posmatranom poprečnom preseku bez izvora koncentracije napona, definisan je **teorijski faktor koncentracije napona**:

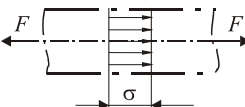
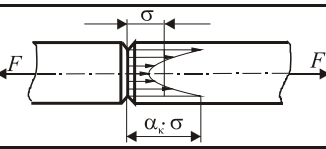
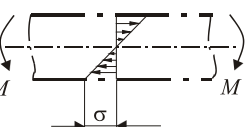
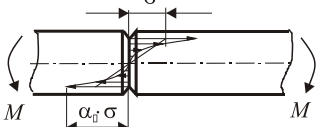
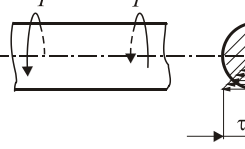
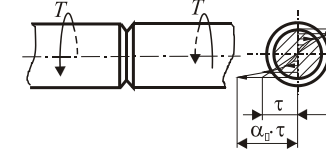
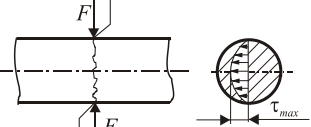
$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}, \quad \alpha_k = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{nom}}}$$

Nominalne vrednosti napona određuju se računski, zavisno od vrste naprezanja, prema izrazima Otpornosti materijala. **Maksimalne vrednosti napona** u zoni koncentracije napona mogu se odrediti eksperimentalno (pomoću mernih traka ili metode foto-elastičnosti) ili teorijski (primenom konačnih elemenata).

Vrednosti teorijskog faktora koncentracije napona odnose se na idealan materijal. One zavise od **oblika izvora koncentracije napona** i **vrste naprezanja**. Zato se ovaj faktor naziva i **geometrijski faktor koncentracije napona**. Prikazuju se u obliku dijagrama ili tablica (Sl.13).

Konstrukcioni oblici mašinskih delova mogu da zahtevaju promenu poprečnog preseka. Tada, u cilju smanjenja maksimalnog napona na mestu izvora koncentracije napona, treba imati u vidu:

- izvore koncentracije napona postavljati na mestu minimalnih nominalnih napona;
- izvore koncentracije napona izvoditi u što blažoj formi, primenom što blažih prelaznih zaobljenja (Sl.12b);
- u okolini glavnog izvora koncentracije napona postavljati blaže izvore koncentracije napona, tzv. zareze rasterećenja (Sl.12g).

Напрезање	Напони	Расподела номиналних напона	Геометријска концентрација напона
Затезање - притисак	$\sigma = \frac{F}{A}$		
Савијање	$\sigma = \frac{M}{W}$		
Увијање	$\tau = \frac{T}{W_p}$		
Смицање	$\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{F}{A}$		

Експерименталним истраживањем утврђено је да сви материјали нису подједнако осетљиви на појаву концентрације напона. Осетљивост на концентрацију напона толико је већа уколико је материјал хомогенији, односно ближи идеалном материјалу. Материјали са међукристалним шупљинама (нехомогени материјали) мање су осетљиви на концентрацију напона. Због тога је уведен **ефективни фактор концентрације напона**:

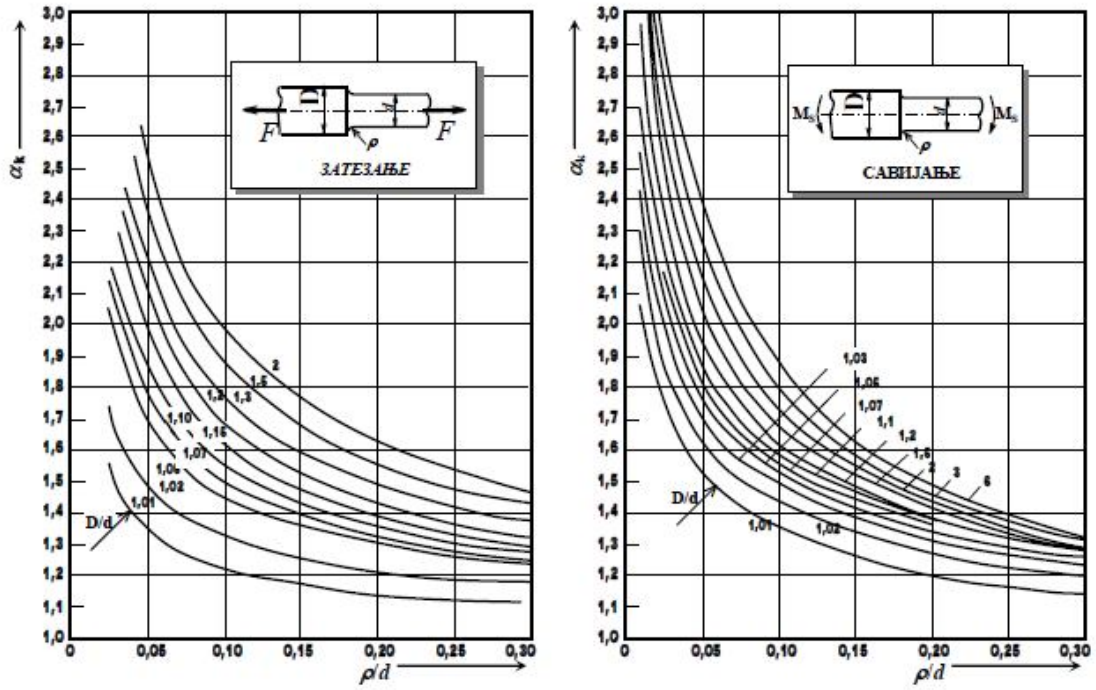
$$\beta_k = (\alpha_k - 1) \cdot \eta_k + 1$$

где је η_k -фактор осетљивости материјала на концентрацију напона.

Вредности фактора осетљивости материјала на концентрацију напона приказане су у табели 2.

Табела 2. Вредности фактора осетљивости материјала на концентрацију напона η_k за различите врсте материјала

Материјал	η_k
Обични конструкциони челик	0,40 ... 0,85
Легирани челик	0,65 ... 0,95
Челик за опруге	0,95 ... 1,00
Ливено гвожђе	0,00 ... 0,40
Челични лив	0,25 ... 0,50



Slika 13. Teorijski faktor koncentracije napona α_k za zatezanje i savijanje

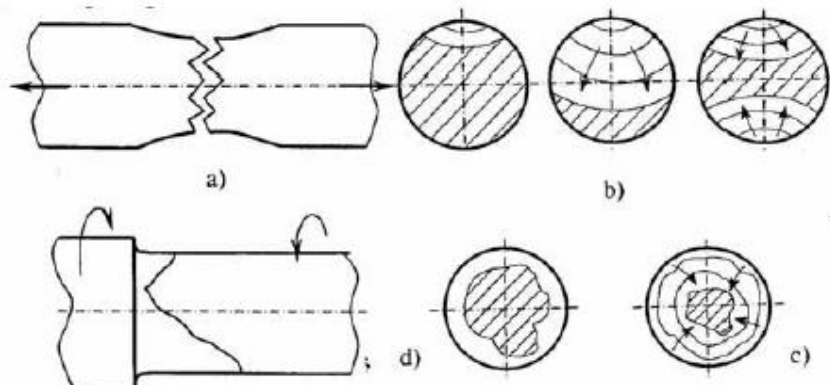
KRITIČNI NAPONI I STEPEN SIGURNOSTI

Kritična stanja mašinskih delova

U kritičnom stanju mašinski delovi ne mogu da izvršavaju svoju funkciju. To su u prvom lomovi mašinskih delova (statički i dinamički), plastične deformacije ili površinska razaranja kao što je habanje i druga oštećenja površinskog sloja mašinskog dela.

Statički lomovi (Sl.1a) nastaju pri statičkom ili pri progresivno rastućem opterećenju. Odlikuju se krupnom i tamnom strukturom u prelomu. U zoni loma nastaje kontrakcija preseka i plastične deformacije.

Dinamički lomovi – lomovi usled zamora, počinju pojavom inicijalne naprsline u površinskom sloju, u zoni koncentracije napona. Promenom napona prslina se širi, a preostali noseći deo preseka se smanjuje. Proces širenja prsline odvija se sve dok noseći deo preseka ne postane toliko mali da je jednokratna promena napona dovoljna da prelomi mašinski deo (Sl.1b). Zona statičkog loma se odlikuje krupnom i tamnom strukturom. Zona širenja prsline je glatka, svetla i sitnozrnasta. ako je zona statičkog loma velika u odnosu na dinamički. lom je ostvaren dejstvom promenljivog napona velikog intenziteta. U obrnutom slučaju promenljivi napon može biti mali, a širenje prsline dugotrajno. Prslina koja se širi samo sa jedne strane nastaje usled zatezanja ili jednosmernog savijanja. Obostrano širenje prsline može prouzrokovati samo naizmenično savijanje. Širenje kružne prsline nastupa ako se mašinski deo, izložen savijanju, okreće u odnosu na opterećenje (Sl.1c). Pri uvijanju prslina se širi pod uglom od 45° u odnosu na osu (Sl.1d).



Slika 1. Oblici preloma mašinskih delova: a) statički lom; b) dinamički lom pri zatezanju ili savijanju; c) dinamički lom pri kružnom savijanju; d) lom usled uvijanja

Statičke karakteristike materijala – kritični naponi usled savijanja, uvijanja, smicanja, pritiskivanja i kontaktnog naprezanja određuju se eksperimentom, ispitivanjem mašinskih delova, ili se procenjuju na osnovu statičkih karakteristika – kritičnih napona usled zatezanja modela mašinskih delova ili epruvete.

Ispitivanjem modela mašinskih delova – epruveta na kidalici pod dejstvom statičkog opterećenja dobijaju se statičke karakteristike materijala (Sl.2) – kritični naponi usled zatezanja i to:

R_e – napon tečenja (napon na granici tečenja – ranija oznaka σ_T);

R_m – zatezna čvrstoća (ranija oznaka σ_m).

Napon tečenja mašinskih delova R_{eM} razlikuje se od napona tečenja standardne epruvete R_e . Ova razlika je posledica uticaja veličine poprečnog preseka mašinskog dela:

$$R_{eM} = \xi_{T1} \cdot R_e$$

Gde je ξ_{T1} – faktor uticaja veličine poprečnog preseka na napon tečenja.

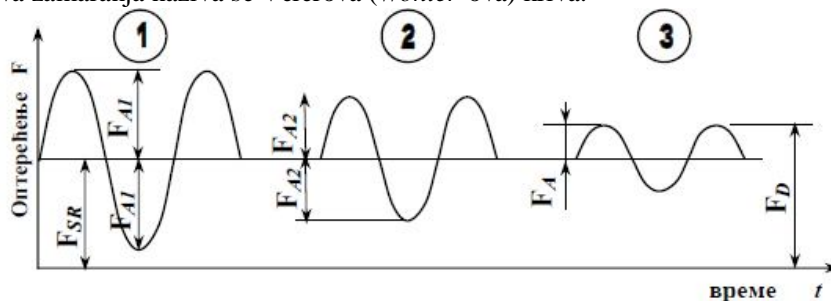
Čvrstoća mašinskog dela je sposobnost suprotstavljanja razaranja pod dejstvom opterećenja. Razlikuju se **zapreminska** i **površinska čvrstoća**.


 Slika 2. Dijagram zatezanja epruvete ($R - \varepsilon$)

Kritični naponi pri dinamičkom opterećenju – Dinamička izdržljivost

Pod dejstvom periodično promenljivog opterećenja u poprečnim preseccima mašinskih delova javljaju se periodično promenljivi naponi. Kod statičkog razaranja intenzitet napona ima najveći uticaj na pojavu razaranja mašinskih delova. Za razliku od tog slučaja pod dejstvom periodično promenljivog opterećenja, razaranja mašinskih delova ne zavisi samo od intenziteta napona, već i od broja njegovih promena. Ovaj vid razaranja, naziva se **razaranja usled zamora materijala**.

Dinamičke karakteristike materijala dobijaju se ispitivanjem više epruveta pod dejstvom periodično promenljivog opterećenja - na pulzatoru. U toku ispitivanja, srednje opterećenje zadržava se konstantnim za sve ispitivane epruvete, a amplitudno opterećenje smanjuje stepenasto (Sl.3). Pri tome se registruje broj promena opterećenja (N_1, N_2, \dots) i napona ($\sigma_{N1}, \sigma_{N2}, \dots$) do razaranja (Sl.3). Prikazana kriva zamaranja naziva se Velerova (Wöhler-ova) kriva.



Slika 3. Periodično promenljivo opterećenje: ista srednja vrednost opterećenja, a različite amplitude za svaku epruvetu

Broj promena periodično promenljivog opterećenja posle kojeg ni pri neograničenom broju promena opterećenja neće doći do razaranja epruveta naziva se **granični broj promena opterećenja** N_D . Za obične konstrukcione čelike granični broj promena opterećenja iznosi $N_D = (1 \dots 10) \cdot 10^6$. Odgovarajući nominalni napon naziva se **trajna dinamička izdržljivost epruvete** σ_D (Sl.4):

$$\sigma_D = \sigma_{SR} + \sigma_A$$

gde su:

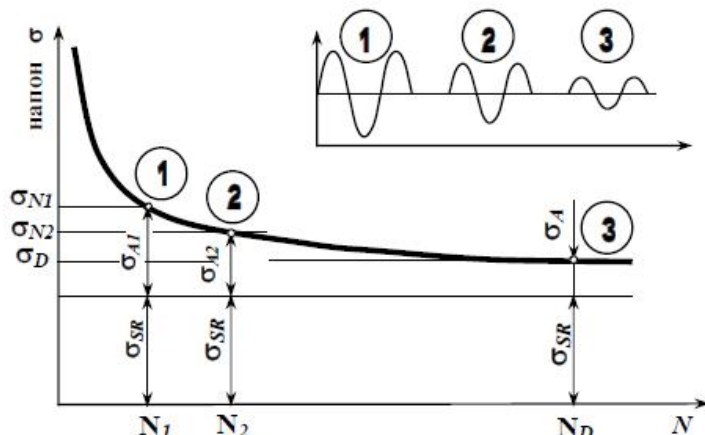
$\sigma_{SR} = F_{SR}/A$ – srednji napon,

$\sigma_A = F_A/A$ – amplituda dinamičke čvrstoće epruvete.

Trajna dinamička čvrstoća (σ_D) epruvete je nominalni napon pri periodično promenljivom opterećenju koji epruveta izdrži bez loma usled zamora materijala i pri neograničenom broju promena opterećenja.

Zavisno od karaktera promene periodičnog opterećenja koje deluje na epruvetu ili mašinski deo, razlikuju se sledeće dinamičke čvrstoće:

- dinamička čvrstoća pri jednosmerno promenljivom opterećenju ($\sigma_{D(0)}$, $\tau_{D(0)}$, tj. $\sigma_{D(0)M}$, $\tau_{D(0)M}$) za $R = 0$,
- dinamička čvrstoća pri naizmenično promenljivom opterećenju ($\sigma_{D(-1)}$, $\tau_{D(-1)}$, tj. $\sigma_{D(-1)M}$, $\tau_{D(-1)M}$) za $R = -1$.



Slika 4. Velerova (Wöhler-ova) kriva – kriva zamaranja za epruvete opterećene periodično promenljivim opterećenjem

Ispitivanjem je utvrđena eksponencijalna zavisnost između izdržljivosti σ_N i broja promena napona do razaranja u obliku:

$$\sigma_N^m \cdot N = const$$

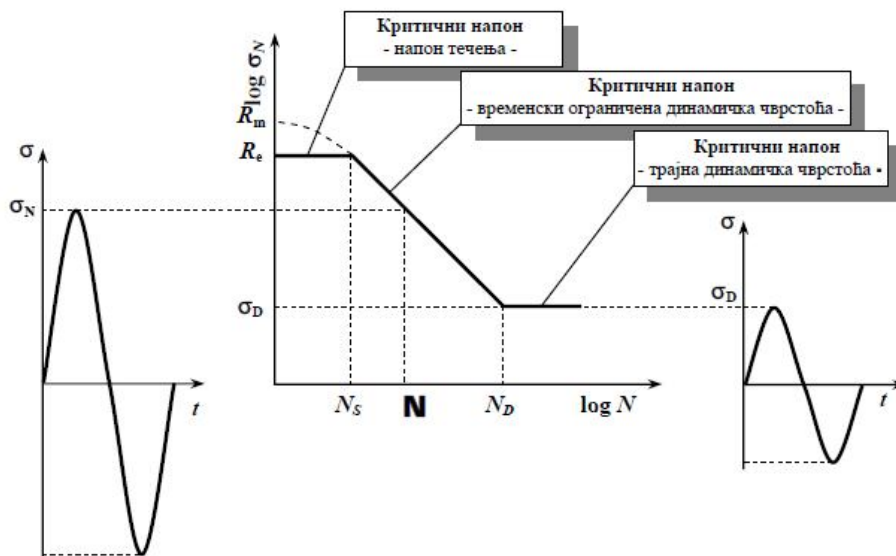
I nazvana je prema prvom istraživaču koji je ovu vezu utvrdio – **Velerova kriva**.

Za crtanje Velerove krive potrebno je znati veliki broj tačaka, koje se dobijaju ispitivanjem velikog broja epruveta. Da bi se broj potrebnih ispitivanja (uzoraka) smanjio, zavisnost $\sigma - N$ (Sl.4) se češće prikazuje u logaritamskom koordinatnom sistemu ($\log \sigma - \log N$), jer ima oblik prave linije (Sl.5).

$$\sigma_N^m \cdot N = C$$

$$m \cdot \log \sigma_N + \log N = \log C$$

$$m \cdot y + x = C_1$$



Slika 5. Velerova kriva u dvostrukim logaritamskim koordinatama

Kada je broj promena opterećenja manji od $N_s = 10^3 \dots 10^4$ (Sl.5), Velerova kriva se završava pravom linijom koja odgovara naponu tečenja.

Domen broja promena opterećenja od N_s do N_D je domen vremenski ograničene dinamičke izdržljivosti σ_N .

Vremenski ograničena dinamička izdržljivost (σ_N) je nominalni napon pri periodično promenljivom opterećenju koji epruveta izdrži ograničeni broj promena opterećenja N do trenutka loma.

Prema slici 5, broju promena N odgovara napon σ_N , a broju promena N_D odgovara σ_D , odakle sledi zavisnost:

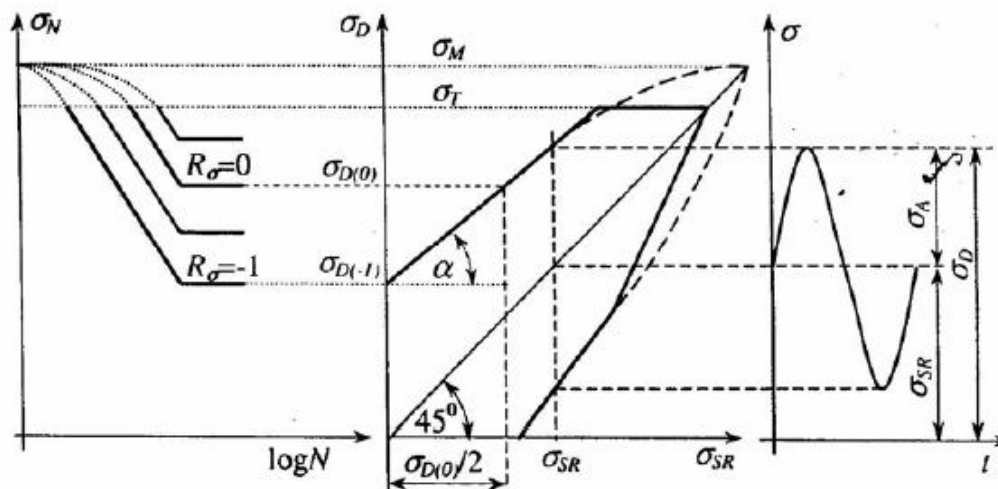
$$\sigma_N^m \cdot N = \sigma_D^m \cdot N_D,$$

tako da se promena dinamičke izdržljivosti može odrediti prema:

$$\sigma_N = \sigma_D \sqrt[m]{\frac{N_D}{N}} \leq R_e$$

Ova veza omogućuje da se izračuna vremenski ograničena dinamička izdržljivost $\sigma_N > \sigma_D$, ako je $N < N_D$. Za obrnuti broj promena $N > N_D$, merodavna je trajna dinamička izdržljivost σ_D i navedeni obrazac ne važi. Osim toga, ovaj obrazac ne važi ni u slučaju ako se dobije $\sigma_N > R_e$. Ako se proračunom dobije $\sigma_N > R_e$ usvaja se $\sigma_N = R_e$.

Smitov (Smith-ov) dijagram omogućuje dalju racionalizaciju obima ispitivanja dinamičke čvrstoće – dinamičke izdržljivosti. Sa promenom koeficijenta asimetrije ciklusa promene napona R menja se vrednost dinamičke čvrstoće. Nije racionalno eksperimentalno određivati dinamičku izdržljivost za svaku od njih (Sl.6).



Slika 6. Smitov dijagram

Smitov dijagram predstavlja vezu između trajne dinamičke izdržljivosti σ_D i srednje vrednosti σ_{SR} ciklične promene trajne dinamičke izdržljivosti. Ova veza nije linearna, ali je bliska linearnoj i može se aproksimirati pravom linijom. Na osnovu dve vrednosti dinamičke izdržljivosti (za dva R) dobija se ova prava, a zatim se na osnovu nje određuje dinamička izdržljivost za svako R . Karakteristične dinamičke izdržljivosti su za naizmeničnu promenu napona ($R = -1$) označena sa $\sigma_{D(-1)}$ i dinamička izdržljivost za jednosmernu promenu napona ($R = 0$) označena sa $\sigma_{D(0)}$. Srednje vrednosti vremenske funkcije ovih kritičnih napona su za naizmeničnu promenu $\sigma_{SR} = 0$, a za jednosmernu $\sigma_{SR} = \sigma_{D(0)}/2$. Kroz ove dve tačke provlači se prava linija do napona tečenja R_e iznad kojeg dinamička izdržljivost nije prihvatljiva za praktičnu primenu. Linija kritičnog napona leži pod uglom koji se iz naznačenog trougla na slici 6 izračunava po obrascu:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_{D(0)} - \sigma_{D(-1)}}{\frac{\sigma_{D(0)}}{2}} = 2 \left(1 - \frac{\sigma_{D(-1)}}{\sigma_{D(0)}} \right)$$

Ugao α je manji od 45° , a izuzetno može najviše biti jednak uglu od 45° . Pošto se od linije pod uglom od 45° meri amplituda dinamičke čvrstoće, to pokazuje da se ova amplituda $\sigma_A = \sigma_D - \sigma_{SR}$ smanjuje sa povećanjem srednjeg napona σ_{SR} . Prema ovom prikazu Smitov dijagram se dobija (konstruiše) na osnovu tri podatka i to $\sigma_{D(-1)}$, $\sigma_{D(0)}$ i R_e , a omogućuje da se odredi dinamička izdržljivost za odgovarajuću promenu napona. Ove veličine su date u tabeli za odgovarajuća naprezanja.

Izdržljivost mašinskog dela

Mašinski deo se razlikuje u odnosu na epruvetu po obliku, dimenzijama, po hrapavosti površina i po drugim svojstvima koja doprinose da dinamička izdržljivost bude drugačija (uglavnom manja) u odnosu na dinamičku izdržljivost standardne epruvete. Dinamička izdržljivost mašinskog dela može se dobiti transformacijom dinamičke izdržljivosti epruvete primenom odgovarajućih faktora transformacije koji obuhvataju uticaj koncentracije napona, uticaj veličine poprečnog preseka, uticaj hrapavosti površine, uticaj stanja površinskog sloja i dr.

Koncentracija napona dovodi do smanjenja dinamičke čvrstoće u odnosu na epruvetu. U površinskom sloju mašinskog dela napon je jako povećan što doprinosi ranijoj pojavi inicijalne prsline na tom mestu, njenom širenju i lomu. Ranija pojava inicijalne prsline (pri manjem broju ciklusa promene napona) odražava se u vidu smanjenja dinamičke izdržljivosti mašinskog dela. Sledi da je efektivni faktor koncentracije napona odnos dinamičke izdržljivosti mašinskog dela bez koncentracije napona σ_D i dinamičke izdržljivosti mašinskog dela sa koncentracijom napona σ_D' , tj. $\beta_k = \sigma_D / \sigma_D'$.

Veličina poprečnog preseka takođe doprinosi smanjenju dinamičke izdržljivosti mašinskog dela. Sa povećanjem veličine poprečnog preseka uvećava se verovatnoća da u preseku može biti odstupanja strukture, anizotropnosti, dislokacija i dr. Sve to se može odraziti na smanjenje dinamičke izdržljivosti naročito ako je raspodela napona po preseku neravnomerna.

Mogućnost (verovatnoća) da prosečna dinamička izdržljivost jedinice površine u većem preseku bude manja od jačine iste takve površine u manjem preseku obuhvaćena je koeficijentom $\xi_l < 1$.

Hrapavost površine takođe se odražava na smanjenje dinamičke čvrstoće. Smanjenje je naročito veliko ako je površina neobrađena i korodirala. Neravnine na površinskom sloju su izvori mikrokonzentracije napona koje pospešuju pojavu inicijalne prsline i time doprinose smanjenju dinamičke izdržljivosti. Standardna epruveta je brušena i glačana. Za grublje obrade i neobrađene površine, faktor uticaja hrapavosti površine $\xi_2 < 1$. Smanjenje je veće ako je materijal čelik veće jačine jer je osetljiviji na koncentraciju napona.

Stanje površinskog sloja mašinskog dela može se popraviti tako da se oteža nastanak inicijalne prsline. Tako se povećava broj ciklusa promene napona do loma i ukupna izdržljivost mašinskog dela. Površinski sloj može biti ojačan primenom neke od mehaničkih ili termohemijskih metoda. U grupu mehaničkih metoda spadaju hladno valjanje površinskog sloja, hladno provlačenje žice kroz kalibrisani otvor (hladno vučenje), bombardovanje čeličnom sačmom i sl. Ovim metodama površinski sloj se sabija i plastično deformiše u hladnom stanju. Hladna deformacija dovodi do plastičnog ojačanja. U grupu termohemijskih metoda spadaju cementacija, nitriranje, površinsko kaljenje i sl. Obogaćeni površinski sloj ugljenikom, azotom i sl. postaje jači i otporniji na pojavu prsline. Ove metode se primenjuju izuzetno kada za to postoji izražena potreba. Ako su metode primenjene, pri izračunavanju dinamičke izdržljivosti, njihov uticaj se obuhvata koeficijentom $\xi_3 > 1$. U suprotnom, što je najčešći slučaj $\xi_3 = 1$.

Dinamička izdržljivost mašinskog dela (σ_{DM}) je nominalni napon pri periodično promenljivo opterećenju koji mašinski deo izdrži bez loma usled zamora materijala i pri neograničenom broju promena opterećenja. Dobija se ispitivanjem pojedinačnih mašinskih delova.

Eksperimentalna ispitivanja pokazala su da dinamička izdržljivost mašinskog dela ne odgovara dinamičkoj izdržljivosti epruvete. Ona je uvek manja i to, utoliko više, ukoliko se konstrukcioni oblik, dimenzije i osobine površinskog sloja mašinskog dela više razlikuju od oblika, dimenzija i osobina površinskog sloja epruvete.

Direktno, eksperimentalno određivanje dinamičke čvrstoće za svaki mašinski deo je dugotrajno i skupo. Da bi se ono izbeglo, uveden je **faktor dinamičke izdržljivosti** K_D za procenu dinamičke izdržljivosti mašinskog dela na osnovu dinamičke izdržljivosti epruvete. **Faktor dinamičke izdržljivosti** K_D definisan je odnosom amplitude dinamičke čvrstoće epruvete σ_D i amplitude dinamičke čvrstoće mašinskog dela σ_{DM} :

$$K_D = \frac{\sigma_D}{\sigma_{DM}}$$

Vrednosti faktora dinamičke izdržljivosti mogu se izračunati na osnovu izraza:

$$K_D = \frac{\beta_k}{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}$$

gde je:

K_D – faktor redukcije dinamičke izdržljivosti

β_k - efektivni faktor koncentracije napona,

ξ_1 - faktor apsolutnih dimenzija mašinskog dela,

ξ_2 - faktor stanja površina mašinskog dela,

ξ_3 - faktor ostalih uticaja (kada se ne naglasi, $\xi_3 = 1$).

Ovako izračunata vrednost faktora dinamičke čvrstoće omogućava izračunavanje dinamičke čvrstoće mašinskog dela, jer je dinamička čvrstoća epruvete poznata i prikazana u tablicama materijala:

Dinamička izdržljivost mašinskog dela za naizmeničnu promenu napona ($R = -1$), je:

$$\sigma_{D(-)M} = \sigma_{D(-)} \frac{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_k} = \frac{\sigma_{D(-)}}{K_D}$$

Ugao nagiba linije kritičnog napona u Smitovom dijagramu α_M , dobija se korekcijom ugla α posredstvom srazmerne korekcije amplitude dinamičke izdržljivosti za sve vrednosti σ_{SR}

$$\operatorname{tg} \alpha_M = 1 + \left(1 - \frac{2\sigma_{D(-)}}{\sigma_{D(0)}} \right) \frac{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3}{\beta_k}$$

Stepen sigurnosti i dozvoljeni napon

Da bi mašinski deo ispravno i sigurno vršio svoju funkciju, u toku rada ne sme da dođe do pojave kritičnog stanja. To je ispunjeno ukoliko je radni napon manji od kritičnog. Zbog toga se uvodi stepen sigurnosti kao odnos kritičnog napona $[\sigma]$ i radnog napona σ

$$S = \frac{[\sigma]}{\sigma}$$

S obzirom na rasipanje ovih veličina da bi bilo uvek ispunjeno $[\sigma] > \sigma$ potrebno je da stepen sigurnosti S bude veći od nekih graničnih vrednosti. Ukoliko se raspolaže preciznim podacima o veličini radnog i kritičnog napona može kao minimalna vrednost stepena sigurnosti da se usvoji $S_{min}=1,25$. U protivnom, ukoliko svi uticajni parametri nisu uzeti u obzir, koriste se i veće vrednosti stepena sigurnosti.

Kod statički opterećenih mašinskih delova kritični napon je jednak granici tečenja R_{eM} , pa se statički stepen sigurnosti određuje prema:

$$S_T = \frac{R_{eM}}{\sigma}$$

gde je R_{eM} - merodavni radni napon – granica tečenja materijala mašinskog dela.

Kod dinamički opterećenih mašinskih delova kritični napon može biti vremenska ili trajna dinamička izdržljivost. Dinamički stepen sigurnosti određuje se prema:

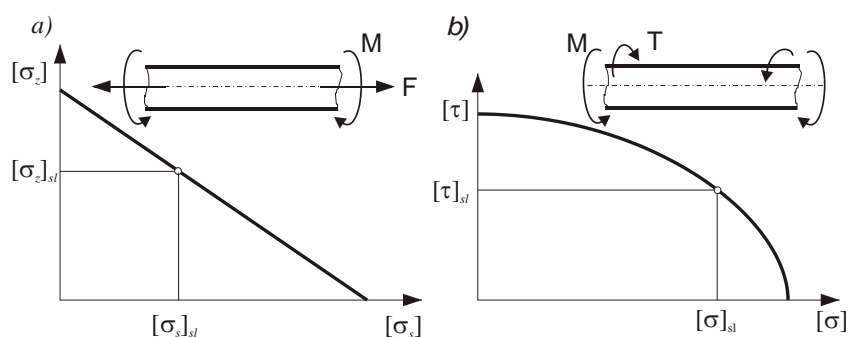
$$S_D = \frac{\sigma_{DM}}{\sigma_g}; \quad S_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_a} \quad (12.22)$$

- σ_g - najveća (gornja) granična vrednost radnog napona;
- σ_a - amplitudni radni napon;
- σ_{DM} - dinamička izdržljivost mašinskog dela;
- σ_{AM} - amplituda dinamičke izdržljivosti;
- S_D - stepen sigurnosti prema dinamičkoj izdržljivosti;
- S_A - amplitudni stepen sigurnosti.

Dinamički stepen sigurnosti kreće se u granicama. Za praktične proračune koristi se dozvoljeni napon. To je najveći napon koji mašinski deo sa sigurnošću može pod određenim uslovima da izdrži, a da ne nastane kritično stanje.

Dozvoljeni napon je jednak:

$$\sigma_{doz} = \frac{[\sigma]}{S}$$



Sl. 12.12. Kritični naponi složeno napregnutih delova:
a) istorodna naprezanja; b) raznorodna naprezanja.

$$\frac{[\sigma_z]_{sl}}{[\sigma_z]} + \frac{[\sigma_s]_{sl}}{[\sigma_s]} = 1$$

$$\left(\frac{[\sigma]_{sl}}{[\sigma]} \right)^2 + \left(\frac{[\tau]_{sl}}{[\tau]} \right)^2 = 1$$

Nosivost mašinskog dela je najveće opterećenje koje mašinski deo može prenositi u radnom veku, pod određenim uslovima sa sigurnošću da neće nastupiti kritično stanje. To je opterećenje koje odgovara dozvoljenom naponu.

Mašinski delovi su u praksi najčešće izloženi složeno naprezanju. Naponi u njima mogu biti istorodni, odnosno normalni ili tangenti, i raznorodni tj. normalni i tangenti. Kod dejstva istorodnih napona (oba normalna ili oba tangenta) zavisnost između kritičnih napona za ta dva naprezanja je linearna (sl. 12.12, a - primer zatezanja i savijanja). Kod raznorodnih napona ova veza se izražava jednačinom elipse (sl. 12.12, b - primer uvijanja i savijanja).

Kod složeno naprezanja mašinskog dela najpre se izračunavaju parcijalni stepeni, a zatim ukupni stepeni sigurnosti. Kod istorodnih naprezanja ukupni stepen sigurnosti računa se prema:

$$S_\sigma = \frac{S_z \cdot S_f}{S_z + S_f};$$

a kod raznorodnih prema:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}$$

- S_z - parcijalni stepen sigurnosti u odnosu na zatezanje;
- S_f - parcijalni stepen sigurnosti u odnosu na savijanje;

- S_s - parcijalni stepen sigurnosti u odnosu na smicanje;
- S_t - parcijalni stepen sigurnosti u odnosu na uvijanje;
- S - ukupni stepen sigurnosti.

Ukupni stepen sigurnosti može da se sračuna i preko hipoteza o uporednim naponima. Na primer kod zatezanja i savijanja (normalni naponi), uporedni napon sveden na zatezanje iznosi:

$$\sigma_i = \sigma_z + \alpha \cdot \sigma_s; \quad \alpha = \frac{[\sigma_z]}{[\sigma_s]}$$

tako da ukupni stepen sigurnosti iznosi:

$$S = \frac{[\sigma_z]}{\sigma_i}$$

Kod tangentnih i normalnih napona, uporedni napon sveden na normalni napon iznosi:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + (\alpha \cdot \tau)^2}; \quad \alpha = \frac{[\sigma]}{[\tau]}$$

pa je ukupni stepen sigurnosti

$$S = \frac{[\sigma]}{\sigma_i}$$