

## NAUČNO-NASTAVNOM VEĆU MAŠINSKOG FAKULTETA U NIŠU

Odlukom Nastavno–naučnog veća Mašinskog fakulteta u Nišu, broj 612-566-4/2008 koja je doneta 5. juna 2008. godine, imenovan sam za recenzenta rukopisa pod naslovom "Diferencijalno–integralni račun bazičnih hipergeometrijskih funkcija" autora dr Predraga Rajkovića, dr Sladane Marinković i dr Miomira Stankovića. Na osnovu pregledanog rukopisa podnosim sledeću

### RECENZIЈU

Rukopis "Diferencijalno–integralni račun bazičnih hipergeometrijskih funkcija" autora dr Predraga Rajkovića, dr Sladane Marinković i dr Miomira Stankovića, predstavlja doprinos onom delu teorije specijalnih funkcija o kojem do sada nije bilo reči na našim prostorima. To je vrsta rukopisa koja povezuje srodne ideje u različitim naukama, što se može videti u završnoj glavi koja govori o primenama. Do skoro je izgledalo da je Njutn–Lajbnicov integro-diferencijalni račun dovoljan za naša sagledavanja realnosti, ali se pokazalo da se ceo naš svet može shvatiti kao specijalni slučaj  $q$ -sveta. Za ovo je bila potrebna nova definicija broja, elementarnih funkcija, novi diferencijalni i integralni račun. Sve to imamo u ovom rukopisu. Ono što se ne vidi jeste mnoštvo programa koje su autori morali sami sastaviti da bi potkrepili svoja istraživanja. Ova teorija bez softvera koji omogućavaju simboličko računanje (kao što su Mathematica ili Maple), bi bila neproduktivna i skoro nemoguća za primenu. Autori su svesno izostavili programerski deo teksta jer je, i bez toga, vrlo obiman. Zato preporučujem da se pripremi CD sa pratećim programima.

Rukopis obuhvata 272 stranice čistog teksta i još desetak strana referenci. Pisan je u tekst-editoru LaTeX. Posle predgovora i 10 glava, na kraju se nalazi spisak literature sa 179 bibliografskih jedinica. Originalni rezultati autora su publikovani u 26 radova, dobrim delom u vodećim matematičkim časopisima.

Razmatrani rukopis daje pregled i sistematizaciju publikovanih rezultata iz oblasti računa bazičnih hipergeometrijskih funkcija ( $q$ -računa) i prvo je takvo delo na srpskom jeziku.

U prvoj glavi pod naslovom "Osnove  $q$ -računa" predstavljeni su osnovni elementi ovog računa, kao što su  $q$ -brojevi,  $q$ -faktorijeli,  $q$ -binomni koeficijenti, bazične hipergeometrijske funkcije, analogoni gama i beta funkcije, itd. Preko ovih hipergeometrijskih funkcija predstavljeni su i analogoni nekih elementarnih funkcija u bazičnom računu, kao što su  $q$ -eksponencijalne,  $q$ -trigonometrijske,  $q$ -hiperboličke funkcije,  $q$ -Besselove funkcije.

Druga glava "Hipergeometrijska sumiranja i particije" ukazuje na čvrste veze kombinatorike i  $q$ -računa. Pored pregleda poznatih klasa specijalnih  $q$ -brojeva, ukazano je na njihovo pojavljivanje u prekrivanjima euklidskih prostora. Proučeni su algoritmi za dokazivanje identiteta u ovom računu.

U trećoj glavi "Elementi  $q$ -diferencijalno–integralnog računa" uvedeni su  $q$ -diferencijalni i  $q$ -integralni operatori i date njihove osnovne osobine.

U četvrtoj glavi "Teoreme o srednjoj vrednosti u  $q$ -računu" obrađeni su  $q$ -analogni nekih fundamentalnih teorema diferencijalnog i integralnog računa (teoreme o srednjoj vrednosti funkcija i integrala i Taylorova formula).

U petoj glavi su izvedeni analogoni brojnih nejednakosti, pre svega integralnih, za razne tipove  $q$ -integrala.

Šesta glava ” $q$ -Diferencne jednačine” posvećena je jednačinama u kojima učestvuju  $q$ -izvodi. Posebno su obrađene  $q$ -holonomične jednačine, tj. jednačine sa polinomijalnim koeficijentima i metodi za njihovo rešavanje.

Sedma glava se bavi ortogonalnim polinomima u  $q$ -računu. Najopštiji način opisivanja ortogonalnih polinoma preko hipergeometrijskih i  $q$ -hipergeometrijskih funkcija doveo je do novih klasifikacija ortogonalnih polinoma, predstavljenih Askeyevom i  $q$ -Askeyevom shemom.

U osmoj glavi ”Frakcioni  $q$ -račun i  $q$ -transformacije” uvedeni su  $q$ -integralni i  $q$ -diferencijalni operatori proizvoljnog reda sa promenljivom donjom granicom integracije i proučena njihova osnovna svojstva, kao i frakcione formule Taylorovog i Leibnizovog tipa. Data je i  $q$ -analogija poznate Mittag-Lefflerove funkcije. Konačno, predstavljene su i najznačajnije  $q$ -integralne transformacije, kao analogije Mellinove, Fourierove, Laplaceove i Hakelove transformacije.

U devetoj glavi ” $q$ -Račun i numerička matematika” iskorišćene su sličnosti i razlike standardnog diferencijalnog i integralnog računa sa  $q$ -računom za formiranje originalnih metoda. Tako, primenom  $q$ -izvoda funkcija, koji ne podrazumeva granični proces, izvedeni su metodi za rešavanje nelinearnih jednačina i sistema nelinearnih jednačina. Takvi metodi mogu biti od značaja pri radu sa funkcijama koje nisu diferencijabilne, za koje mnogi od poznatih metoda ne daju rezultate.

U desetoj glavi ”Primene  $q$ -računa u drugim naukama” problematika  $q$ -računa osvetljena je sa stanovišta geometrije nekomutativnih prostora, kvantne mehanike i fizike, statističke mehanike, teorije oscilatora, a data je i veza sa  $p$ -adikom.

Predloženi rukopis problematiku računa bazičnih hipergemetrijskih funkcija tretira na savremen način i sa različitih aspekata. On sadrži i niz originalnih rezultata autora koji su već publikovani u međunarodnim i domaćim časopisima ili izloženi na međunarodnim ili domaćim konferencijama. Pored toga, rukopis popunjava prazninu u skupu literature iz oblasti  $q$ -računa na srpskom jeziku.

## ZAKLJUČAK

Materijal u rukopisu je izložen na razumljiv i sistematičan način, i sadrži do sada najkompletniju sistematizaciju naučnih saznanja o bazičnim hipergemetrijskim funkcijama. Neki od rezultata su prvi put opisani na srpskom jeziku.

Na osnovu izloženog, predlažem Naučno-nastavnom veću Mašinskog fakulteta u Nišu da rukopis ”Diferencijalno-integralni račun bazičnih hipergemetrijskih funkcija”, autora dr Predraga Rajkovića, dr Sladjane Marinković i dr Miomira Stankovića oceni kao monografiju i odobri njeno publikovanje.

U Nišu,  
30. juna 2008.g.

**Recenzent**

dr **Predrag Stanimirović**, redovni profesor  
Prirodno-matematičkog fakulteta u Nišu