

Proračun kotrljajnih ležajeva

Ležaji su mašinski elementi čiji je zadatak da omoguće relativno kretanje obrtnih delova uz istovremeno prenošenje opterećenja između njih i obezbeđenje tačnosti njihovog položaja. Prvenstveno se koriste kod pokretnih veza sa kružnim kretanjem, kao na primer u osloncima vratila i osovina, gde omogućuju kretanje rukavca u odnosu na nepomični oslonac uz istovremeno prenošenje odgovarajućeg opterećenja. Pored toga, primenjuju se i kod spojeva sa pravolinijskim i zavojnim kretanjem, kao na primer kod vođica i navojnih parova.

Kod kotrljajnih ležajeva pokretljivost se ostvaruje na principu kotrljanja.

Proračun kotrljajnih ležajeva

Osnovna oznaka kotrljajnih ležajeva sastoji se iz tri grupe brojeva ili slova, koji se odnose na tip ležaja, red mera i unutrašnji prečnik-provrt.

Tip ležaja označava se jednom ili dve brojne, odnosno slovne oznake.

Veličine širine i spoljašnjeg prečnika čine red mera koji je označen različitim brojnim oznakama. Red širine R_B sadrži oznake 0, 1, 2, 3, 4, 5, pri čemu 0 označava najmanju, a 5 najveću širinu. Red spoljašnjeg prečnika R_D sadrži oznake 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, poređanih u redosledu porasta prečnika. Kod oznake reda mera pri broj uvek se odnosi na širinu, a drugi na spoljašnji prečnik.

Proračun kotrljajnih ležajeva

Тип лежаја	Ред мера према ISO 15 за котрљајне лежајеве			Унутрашњи пречник	
	Ред спољашњег пречника	Ред ширине	Ред мера	Ознака	d у mm
0	0	0	0	/0.6	0.6
1	0	1	0	/0.8	0.8
2	0	2	0	1	1
3	0	3	0	2	2
4	0	4	0	.	.
5	0	5	0	.	.
6	2	0	0	9	9
7	2	1	0	00	10
8	2	2	0	01	12
(T)	2	3	0	02	15
3	2	4	0	03	17
4	2	5	0	04 (x5)	20
5	2	6	0	/22	22
6	2	7	0	05 (x5)	25
7	2	8	0	/28	28
8	2	9	0	06 (x5)	30
N	2	10	0	/32	32
NU	2	11	0	07 (x5)	35
NJ	2	12	0	08 (x5)	40
NUP	2	13	0	.	.
QJ	2	14	0	.	.
NA	2	15	0	96 (x5)	480
	2	16	0	/500	500
	2	17	0	.	.
	2	18	0	.	.
	2	19	0	.	.
	2	20	0	.	.
	2	21	0	.	.
	2	22	0	.	.
	2	23	0	.	.
	2	24	0	.	.
	2	25	0	.	.
	2	26	0	.	.
	2	27	0	.	.
	2	28	0	.	.
	2	29	0	.	.
	2	30	0	.	.
	2	31	0	.	.
	2	32	0	.	.
	2	33	0	.	.
	2	34	0	.	.
	2	35	0	.	.
	2	36	0	.	.
	2	37	0	.	.
	2	38	0	.	.
	2	39	0	.	.
	2	40	0	.	.
	2	41	0	.	.
	2	42	0	.	.
	2	43	0	.	.
	2	44	0	.	.
	2	45	0	.	.
	2	46	0	.	.
	2	47	0	.	.
	2	48	0	.	.
	2	49	0	.	.
	2	50	0	.	.
	2	51	0	.	.
	2	52	0	.	.
	2	53	0	.	.
	2	54	0	.	.
	2	55	0	.	.
	2	56	0	.	.
	2	57	0	.	.
	2	58	0	.	.
	2	59	0	.	.
	2	60	0	.	.
	2	61	0	.	.
	2	62	0	.	.
	2	63	0	.	.
	2	64	0	.	.
	2	65	0	.	.
	2	66	0	.	.
	2	67	0	.	.
	2	68	0	.	.
	2	69	0	.	.
	2	70	0	.	.
	2	71	0	.	.
	2	72	0	.	.
	2	73	0	.	.
	2	74	0	.	.
	2	75	0	.	.
	2	76	0	.	.
	2	77	0	.	.
	2	78	0	.	.
	2	79	0	.	.
	2	80	0	.	.
	2	81	0	.	.
	2	82	0	.	.
	2	83	0	.	.
	2	84	0	.	.
	2	85	0	.	.
	2	86	0	.	.
	2	87	0	.	.
	2	88	0	.	.
	2	89	0	.	.
	2	90	0	.	.
	2	91	0	.	.
	2	92	0	.	.
	2	93	0	.	.
	2	94	0	.	.
	2	95	0	.	.
	2	96	0	.	.
	2	97	0	.	.
	2	98	0	.	.
	2	99	0	.	.
	2	100	0	.	.

Proračun kotrljajnih ležajeva

Poslednja dva broja u osnovnoj oznaci odnose se na unutrašnji prečnik ležaja, odnosno provrt. Sistem obeležavanja je sledeći:

- prečnici u intervalu $d = 0.6 \dots 9$ [mm] navode se neposredno u nominalnim vrednostima,
- prečnici od 10, 12, 15 i 17 [mm] označavaju se brojevima 00, 01, 02 i 03,
- oznaka za prečnike u intervalu $d = 20 \dots 480$ [mm] deljenjem prečnika u [mm] sa 5,
- za međuvrednosti $d = 22, 28, 32$ [mm], kao i za $d \geq 500$ [mm] vrednosti prečnika se navode neposredno u [mm], ali se od oznake reda odvajaju kosom crtom

Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица 42.2. Примери означавања лежајева

Лежајеви	Ознака	Значење
	6 3 0 8	<ul style="list-style-type: none"> Прстени куглични једнореди лежај са радијалним додиром - ред ширине 0 Ред спољашњег пречника 3 8 × 5 = 40 mm - унутрашњи пречник (чита се шездесет три-нула осам)
	7 2 0 6 В	<ul style="list-style-type: none"> Прстени куглични једнореди лежај са косим додиром - ред ширине 0 Ред спољашњег пречника 2 6 × 5 = 30 mm - унутрашњи пречник Допунска ознака
	<p>Ознака према DIN 720</p> <p>3 0 3 1 5 А</p> <p>Ознака према ISO 355</p> <p>T 2 G В 075</p>	<ul style="list-style-type: none"> Прстен конусно ваљчани лежај Ред ширине 0 Ред спољашњег пречника 3 15 × 5 = 75 mm - унутрашњи пречник Прстени конусно ваљчани лежај Унутрашњи пречник у mm ($d = 75 \text{ mm}$)

Ред	Вредност изнад до	Ред пречника	$\frac{D}{d^{0,77}}$ изнад до	Ред ширине	$\frac{T}{(D-d)^{0,85}}$ изнад до
1	резервисано	А	резервисано	А	резервисано
2	10° ... 13°52'	В	3,40 ... 3,80	В	0,50 ... 0,68
3	13°52' ... 15°59'	С	3,80 ... 4,40	С	0,68 ... 0,80
4	15°59' ... 18°55'	Д	4,40 ... 4,70	Д	0,80 ... 0,88
5	18°55' ... 23°	Е	4,70 ... 5,00	Е	0,88 ... 1,00
6	23° ... 27°	Ф	5,00 ... 5,60		
7	27° ... 30°	Г	5,60 ... 7,00		

Proračun kotrljajnih ležajeva

Ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja:

$$\mathbf{F} = \mathbf{X}\mathbf{F}_r + \mathbf{Y}\mathbf{F}_a$$

\mathbf{F}_r - radijalna sila

\mathbf{F}_a - aksijalna sila

\mathbf{X} - faktor radijalnog opterećenja

\mathbf{Y} - faktor aksijalnog opterećenja

Proračun kotrljajnih ležajeva

Nominalni radni vek ležaja izražen u časovima rada:

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{F} \right)^\alpha$$

n - broj obrtaja u min

F - ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja

C - dinamička nosivost ležaja

α - koeficijent: **$\alpha = 3$** za kuglične ležajeve

$\alpha = 10/3$ za valjčane ležajeve

Proračun kotrljajnih ležajeva

Modificirani nominalni radni vek ležaja izražen u časovima rada:

$$L_{Mh} = L_h a_1 a_2 a_3 f_\theta$$

Koeficijent a_1 uzima u obzir verovatnoću izdržljivosti.

Dinamičke nosivosti ležaja date u katalogima proizvođača odnose se na određene materijale od kojih je ležaj izrađen. Za druge materijale vrednosti radnog veka koriguju se faktorom a_2 .

Ako se uslovi podmazivanja razlikuju od opitnih, odnosno, ukoliko je podmazivanje nepovoljno, ili je ulje manje viskoznosti uz mogućnost prodiranja nečistoće, onda se ovi uticaji uzimaju u obzir preko faktora a_3 .

Pri proračunu se često faktori a_2 i a_3 uzimaju zajedno: $a_{23} = a_2 a_3$

Proračun kotrljajnih ležajeva

Modificirani nominalni radni vek ležaja izražen u časovima rada:

$$L_{Mh} = L_h a_1 a_2 a_3 f_\theta$$

Nosivost ležaja se na povišenim temperaturama smanjuje, što se uzima u obzir faktorom f_θ .

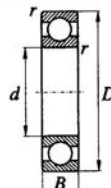
Proračun kotrljajnih ležajeva

Primer 1: U aksijalno nepokretnom osloncu vratila ugrađen je prsteni kuglični jednosredi ležaj sa radijalnim dodirom **6309**. Ležaj je opterećen radijalnom silom $F_r = 6.8\text{kN}$ i aksijalnom silom $F_a = 1.9\text{kN}$. Odrediti nominalni radni vek ležaja ako se vratilo okreće sa $n = 350\text{min}^{-1}$.

Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица П42-16

Присени куљични једнореди лежај
са радијалним додиром
Ознака 63,64
Ред мера RM 03, RM 04



ознака поврфта	d mm	63 (RM 03)						64 (RM 04)					
		D mm	B mm	r mm	f ₀	C kN	C ₀ kN	D mm	B mm	r mm	f ₀	C kN	C ₀ kN
00	10	35	11	0,6	11,3	8,15	3,45						
01	12	37	12	1,0	11,1	9,65	4,15						
02	15	42	13	1,0	12,1	11,4	5,40						
03	17	47	14	1,0	12,2	13,4	6,55	62	17	1,1	10,9	23,6	11,0
04	20	52	15	1,1	12,1	17,3	8,50	72	19	1,1	11,0	30,5	15,0
05	25	62	17	1,1	12,4	22,4	11,4	80	21	1,5	12,1	36,0	19,3
06	30	72	19	1,1	13,0	29,0	16,3	90	23	1,5	12,2	42,5	23,3
07	35	80	21	1,5	13,1	33,5	19,0	100	25	1,5	12,1	55,0	31,0
08	40	90	23	1,5	13,0	42,5	25,0	110	27	2,0	12,2	63,0	36,5
09	45	100	25	1,5	13,0	53,0	32,0	120	29	2,0	12,1	76,5	45,0
10	50	110	27	2,0	13,0	62,0	38,0	130	31	2,1	12,2	86,5	52,0
11	55	120	29	2,0	12,9	76,5	47,5	140	33	2,1	12,2	100	62,0
12	60	130	31	2,1	13,1	81,5	52,0	150	35	2,1	12,3	110	69,5
13	65	140	33	2,1	13,2	93,0	60,0	160	37	2,1	12,3	118	78,0
14	70	150	35	2,1	13,2	104	68,0	180	42	3,0	12,1	143	104
15	75	160	37	2,1	13,2	114	76,5	190	45	3,0	12,2	153	114
16	80	170	39	2,1	13,2	122	86,5	200	48	3,0	12,3	163	125
17	85	180	41	3,0	13,1	125	88,0	210	52	4,0	12,3	173	137
18	90	190	43	3,0	13,9	134	102	225	54	4,0	12,2	196	163
19	95	200	45	3,0	13,9	143	112						
20	100	215	47	3,0	13,8	163	134						
21	105	225	49	3,0	13,7	173	146						
22	110	240	50	3,0	13,8	190	166						
24	120	260	55	3,0	13,5	212	190						
26	130	280	58	4,0	13,6	228	216						
28	140	300	62	4,0	13,6	255	245						
30	150	320	65	4,0	13,7	285	300						
32	160	340	68	4,0	13,9	300	325						

$f_0 \cdot F / C_0$	0,3	0,5	0,9	1,6	3	6
e	0,22	0,24	0,28	0,32	0,36	0,43
Ако је $F_d / F_r > e$ Y=	2	1,8	1,58	1,4	1,2	1
Ако је $F_d / F_r > e$ X=0,56; Ако је $F_d / F_r \leq e$ X=1; Y=0						
Статичка носивост ($F_0 \geq F_{0d}$) $e_0 = 0,8$						
Ако је $F_{0d} / F_{10} \leq e_0$; X ₀ = 1; Y ₀ = 0; Ако је $F_{0d} / F_{10} > e_0$; X ₀ = 0,6; Y ₀ = 0,5						

Proračun kotrljajnih ležajeva

$$6309 \Rightarrow C = 53\text{kN}, \quad C_0 = 32\text{kN}, \quad f_0 = 13$$

C - dinamička nosivost ležaja

C_0 - statička nosivost ležaja

$$f_0 \frac{F_a}{C_0} = 0.77 \Rightarrow e = 0.267$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.28 > e = 0.267 \Rightarrow X = 0.56, \quad Y = 1.65$$

$$F = XF_r + YF_a = 6.94\text{kN}$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

$\alpha = 3$ za kuglične ležajeve

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{F} \right)^\alpha = 21182h$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

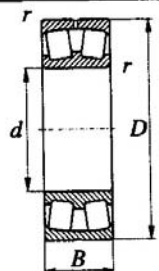
Primer 2: Standardni prsteni bačvasti dvoredi podesivi ležaj 22334 opterećen je radijalnom silom $F_r = 92\text{kN}$ i aksijalnom silom $F_a = 58\text{kN}$. Broj obrtaja ležaja je $n = 630\text{min}^{-1}$. Podmazivanje ležaja izvodi se mineralnim uljem čija viskoznost na radnoj temperaturi $\theta = 60^\circ\text{C}$ iznosi $\nu = 38\text{mm}^2/\text{s}$. Odrediti modificirani radni vek ležaja za verovatnoću izdržljivosti $P_N = 0.98$.

Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица П42-10В

T

Прстїени бачвасїи двореди
їодесиви лежаї
Ознака 223
Ред мера 23



озн. пров.	d mm	D mm	B mm	r mm	C kN	e	Y		C ₀ kN	Y ₀
							F _d /F _r			
							≤ e	> e		
08	40	90	33	1,5	129	0,36	1,86	2,77	143	1,82
09	45	100	36	1,5	156	0,36	1,90	2,83	176	1,86
10	50	110	40	2,0	190	0,36	1,86	2,77	216	1,82
11	55	120	43	2,0	224	0,36	1,89	2,81	255	1,84
12	60	130	46	2,1	260	0,35	1,91	2,85	300	1,87
13	65	140	48	2,1	290	0,34	2	2,98	355	1,96
14	70	150	51	2,1	325	0,34	2	2,98	375	1,96
15	75	160	55	2,1	375	0,34	1,99	2,96	440	1,94
16	80	170	58	2,1	415	0,34	1,99	2,96	500	1,94
17	85	180	60	3,0	455	0,33	2,04	3,04	540	2
18	90	190	64	3,0	510	0,33	2,03	3,02	620	1,98
19	95	200	67	3,0	560	0,33	2,03	3,02	680	1,98
20	100	215	73	3,0	655	0,34	2	2,98	815	1,96
22	110	240	80	3,0	800	0,33	2,07	3,09	1060	2,03
24	120	260	86	3,0	900	0,33	2,06	3,06	1140	2,01
26	130	280	93	4,0	1040	0,33	2,06	3,06	1340	2,01
28	140	300	102	4,0	1220	0,34	2	2,98	1600	1,96
30	150	320	108	4,0	1370	0,33	2,02	3	1830	1,97
32	160	340	114	4,0	1430	0,37	1,80	2,69	1900	1,76
34	170	360	120	4,0	1600	0,37	1,83	2,72	2120	1,79
36	180	380	125	4,0	1760	0,37	1,83	2,72	2360	1,79
38	190	400	132	5,0	1860	0,37	1,83	2,72	2500	1,79
40	200	420	138	5,0	2080	0,36	1,87	2,79	2800	1,83
44	220	460	145	5,0	2320	0,35	1,95	2,90	3350	1,91
48	240	500	155	5,0	2650	0,35	1,95	2,90	3900	1,91
52	260	540	165	6,0	3000	0,34	2	2,98	4400	1,96

За F_d/F_r ≤ e; X = 1
За F_d/F_r > e; X = 0,67

Y - према таблици
X₀ = 1
Y₀ - према таблици

Proračun kotrljajnih ležajeva

$$22334 \Rightarrow C = 1600\text{kN}, \quad C_0 = 2120\text{kN}, \quad e = 0.37$$

$$X_0 = 1, \quad Y_0 = 1.79$$

$$d = 170\text{mm}, \quad D = 360\text{mm}$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0.63 > e = 0.37 \Rightarrow X = 0.67, \quad Y = 2.72$$

$$F = XF_r + YF_a = 219.4\text{kN}$$

$\alpha = 10/3$ za valjčane ležajeve

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{F} \right)^\alpha = 19897\text{h}$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

Modificirani nominalni radni vek ležaja izražen u časovima rada:

$$\mathbf{L}_{Mh} = \mathbf{L}_h \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3 \mathbf{f}_\theta$$

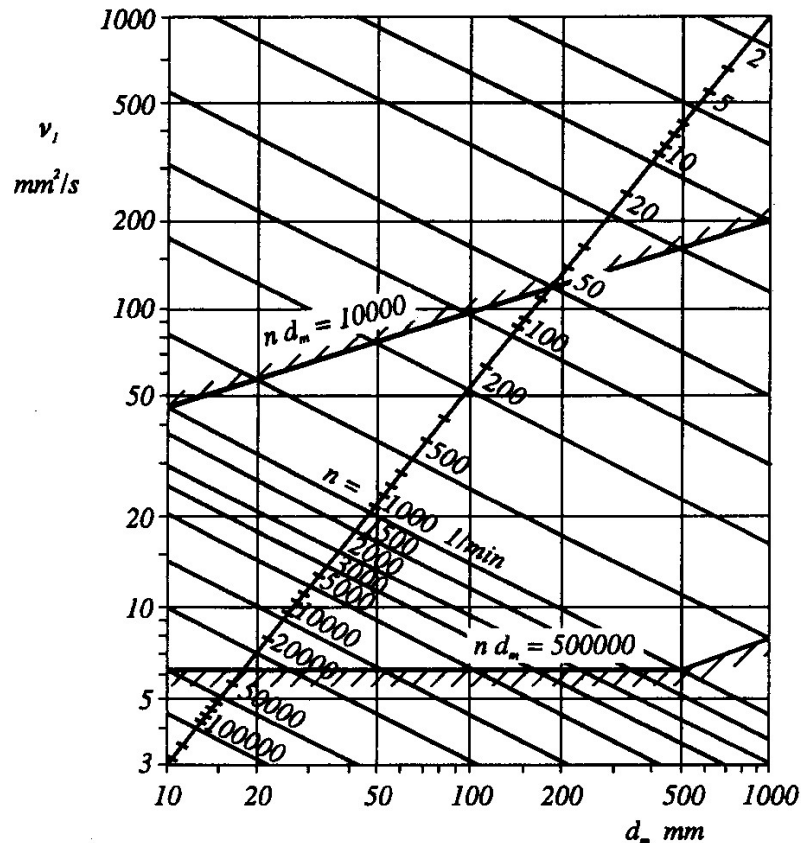
Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица П42-22 Фактор вероватноће издржљивости a_1

Вероватноћа издржљивости P_N	0.5	0.7	0.9	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
a_1	5	3	1	0.62	0.53	0.44	0.33	0.21

$$P_N = 0.98 \Rightarrow a_1 = 0.33$$

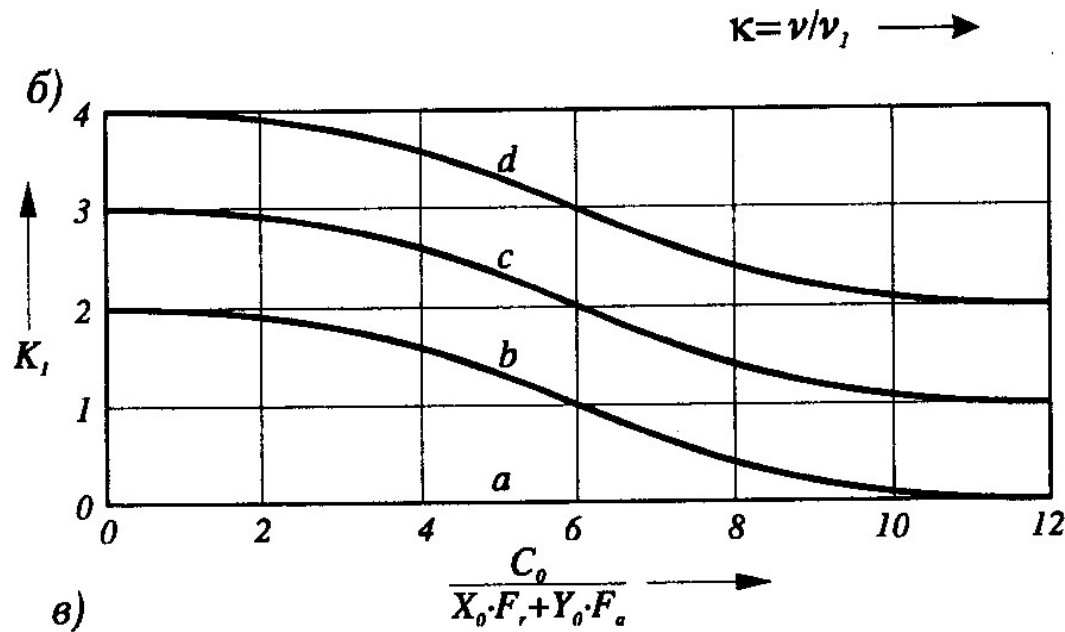
Proračun kotrljajnih ležajeva



v_1 - viskoznost ulja za podmazivanje kotrljajnih ležajeva

$$d_m = \frac{D + d}{2} = 365 \text{ mm} \quad \wedge \quad n = 630 \text{ min}^{-1} \Rightarrow v_1 = 14 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

Proračun kotrljajnih ležajeva



Ознаке:

a - куљични лежаји

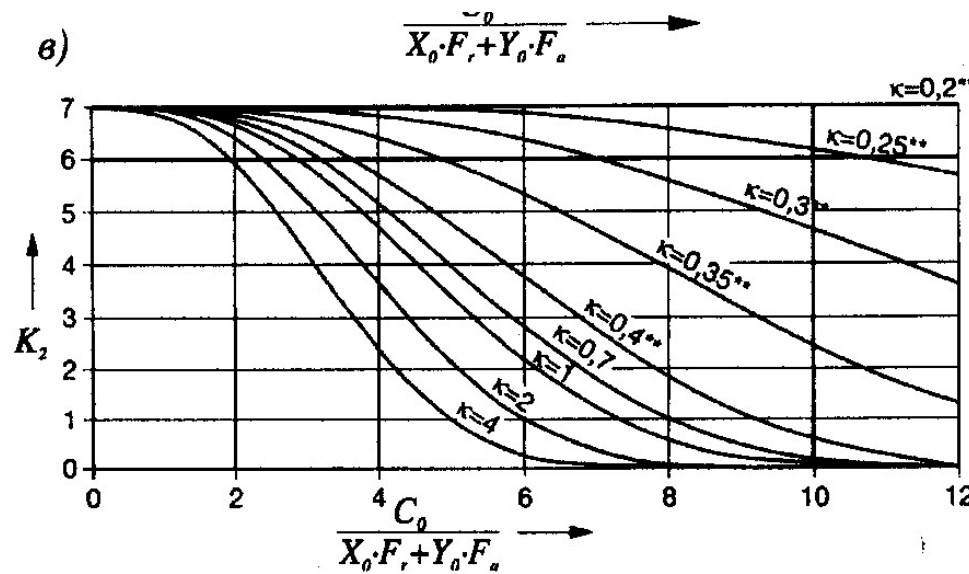
b - конусно ваљчани и цилиндрично ваљчани лежаји

c - ирсїени бачвасїи и колуйни конусно бачвасїи лежаји

d - цилиндрично бачвасїи лежаји са чисїим койрљањем

$$\frac{C_0}{X_0 F_r + Y_0 F_a} = 10.79 \Rightarrow K_1 = 1$$

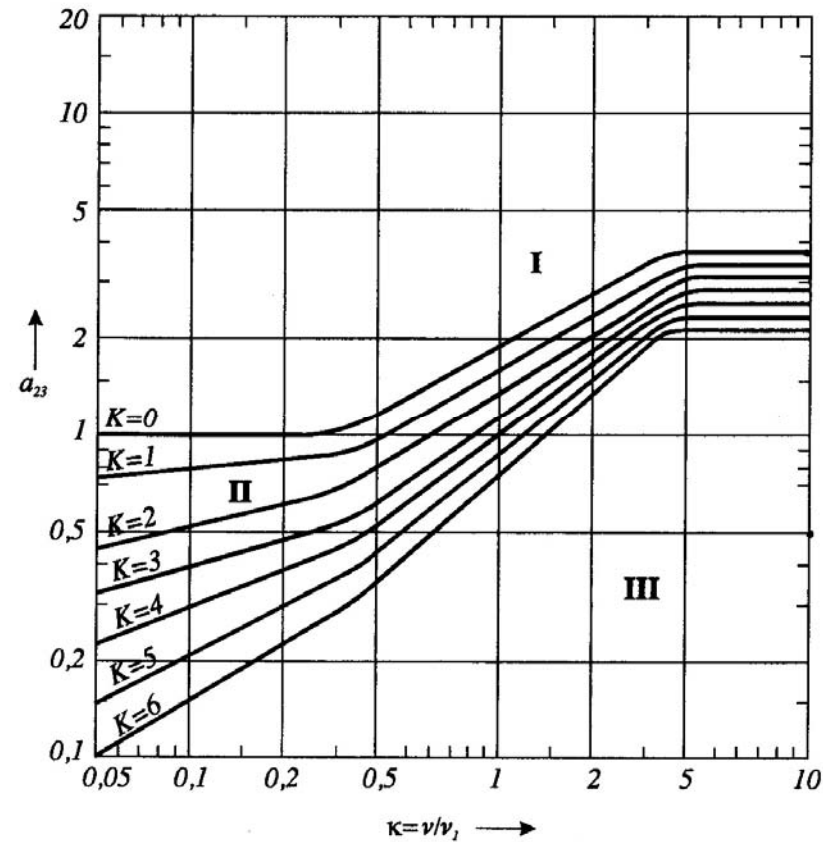
Proračun kotrljajnih ležajeva



****** за $\kappa < 0,4$ - доминира хабање лежаја
уколико нису додаћи одговарајући
адитиви

$$\kappa = \frac{v}{v_1} = 2.7 \Rightarrow K_2 = 0$$

Proračun kotrljajnih ležajeva



$$K = K_1 + K_2 = 1, \quad \kappa = \frac{v}{v_1} = 2.7 \Rightarrow a_{23} = a_2 a_3 = 2.4$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица П42-23 Фактор температуре f_{ϑ}

ϑ	150 °C	200 °C	250 °C	300 °C
f_{ϑ}	1	0,9	0,75	0,6

$$\theta = 60^{\circ} \text{C} \Rightarrow f_{\theta} = 1$$

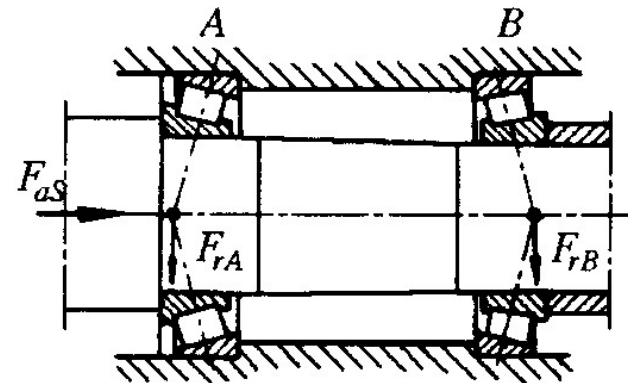
$$L_{Mh} = L_h a_1 a_2 a_3 f_{\theta} = 16000h$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

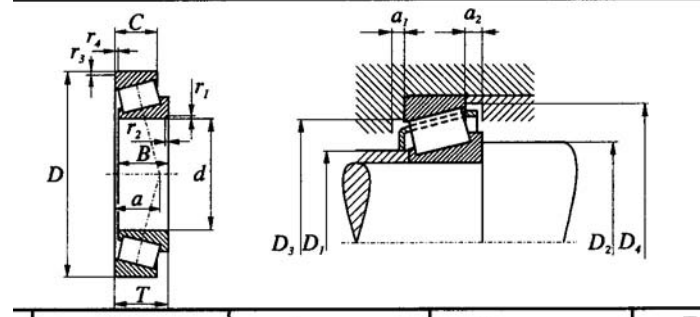
Primer 3: Uležištenje vratila izvedeno je sa dva konusno valjčana ležaja sa "O" rasporedom. U osloncu A ugrađen je ležaj 32209 (T3DC045), a u osloncu B ležaj 32206 (T3DC030). Opterećenje:

- ležaj A: $F_{rA} = 12\text{kN}$, $F_{aS} = 3\text{kN}$,
- ležaj B: $F_{rB} = 8\text{kN}$

Odrediti nominalni radni vek ležaja.



Proračun kotrljajnih ležajeva



322 (Ред мера RM 22)

ознака ISO 355	d mm	D mm	B mm	C mm	T mm	r_1, r_2 mm	r_3, r_4 mm	a mm	C kN	e	Y	C_0 kN	Y_0
T2DD017	17	40	16	14	17,3	1,0	1,0	11	29	0,31	1,92	30	1,06
T2CD025	25	52	18	15	19,3	1,0	1,0	13	32,5	0,33	1,81	36	1
T3DC030	30	62	20	17	21,3	1,0	1,0	16	54	0,37	1,6	63	0,88
T3DC035	35	72	23	19	24,3	1,5	1,5	18	71	0,37	1,6	85	0,88
T3DC040	40	80	23	19	24,8	1,5	1,5	19	80	0,37	1,6	95	0,88
T3DC045	45	85	23	19	24,8	1,5	1,5	20	83	0,4	1,48	100	0,81
T3DC050	50	90	23	19	24,8	1,5	1,5	21	88	0,42	1,43	110	0,79
T3DC055	55	100	25	21	26,8	2,0	1,5	23	110	0,4	1,48	137	0,81
T3EC060	60	110	28	24	29,8	2,0	1,5	24	134	0,4	1,48	170	0,81
T3EC065	65	120	31	27	32,8	2,0	1,5	27	156	0,4	1,48	200	0,81
T3EC070	70	125	31	27	33,3	2,0	1,5	28	163	0,42	1,43	216	0,79
T4DC075	75	130	31	27	33,3	2,0	1,5	29	173	0,44	1,38	232	0,76
T3EC080	80	140	33	28	35,3	2,5	2,0	31	200	0,42	1,43	265	0,79
T3EC085	85	150	36	30	38,5	2,5	2,0	34	228	0,42	1,43	305	0,79
T3FC090	90	160	40	34	42,5	2,5	2,0	36	260	0,42	1,43	360	0,79
T3FC095	95	170	43	37	45,5	3,0	2,5	39	300	0,42	1,43	415	0,79
T3FC100	100	180	46	39	49	3,0	2,5	42	335	0,42	1,43	475	0,79
T3FC105	105	190	50	43	53	3,0	2,5	44	380	0,42	1,43	550	0,79
T3FC110	110	200	53	46	56	3,0	2,5	46	415	0,42	1,43	600	0,79
T4FD120	120	215	58	50	61,5	3,0	2,5	51	480	0,44	1,38	735	0,76
T4FD130	130	230	64	54	67,8	4,0	3,0	56	570	0,44	1,38	865	0,76
T4FD140	140	250	68	58	71,8	4,0	3,0	60	655	0,44	1,38	1000	0,76
T4GD150	150	270	73	60	77	4,0	3,0	64	750	0,44	1,38	1160	0,76
T4GD160	160	290	80	67	84	4,0	3,0	69	880	0,44	1,38	1400	0,76
T4GD170	170	310	86	71	91	5,0	4,0	74	980	0,44	1,38	1600	0,76

Proračun kotrljajnih ležajeva

Ležaj A:

32209 (T3DC045) ► $d = 45\text{mm}$, $C_A = 83\text{kN}$, $e_A = 0.4$, $Y_A = 1.48$

Ležaj B:

32206 (T3DC030) ► $d = 30\text{mm}$, $C_B = 54\text{kN}$, $e_B = 0.37$, $Y_B = 1.6$

Proračun kotrljajnih ležajeva

претходна корупција саобраћивих лежајева

Односи сила		Аксијална компонента оптерећења која се користи за одређивање еквивалентног оптерећења лежаја	
		Лежај А	Лежај В
1	$\frac{F_{rA}}{Y_A} \leq \frac{F_{rB}}{Y_B}; \quad F_{aS} \geq 0$	$F_{aA} = F_{aS} + 0.5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B}$	$F_{aB} = 0.5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B}$
2	$\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B};$ $F_{aS} > 0.5 \cdot \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B} \right)$	$F_{aA} = F_{aS} + 0.5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B}$	$F_{aB} = 0.5 \cdot \frac{F_{rB}}{Y_B}$
3	$\frac{F_{rA}}{Y_A} > \frac{F_{rB}}{Y_B};$ $F_{aS} \leq 0.5 \cdot \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B} \right)$	$F_{aA} = 0.5 \cdot \frac{F_{rA}}{Y_A}$	$F_{aB} = 0.5 \cdot \frac{F_{rA}}{Y_A} - F_{aS}$

Напомена: Вредности за Y_A и Y_B бирају се из прилога П42-2 и П42-8

Proračun kotrljajnih ležajeva

$$\left(\frac{F_{rA}}{Y_A} = 8.1\text{kN} \right) > \left(\frac{F_{rB}}{Y_B} = 5\text{kN} \right)$$

$$(F_{aS} = 3\text{kN}) > \left(0.5 \left(\frac{F_{rA}}{Y_A} - \frac{F_{rB}}{Y_B} \right) = 1.55\text{kN} \right)$$

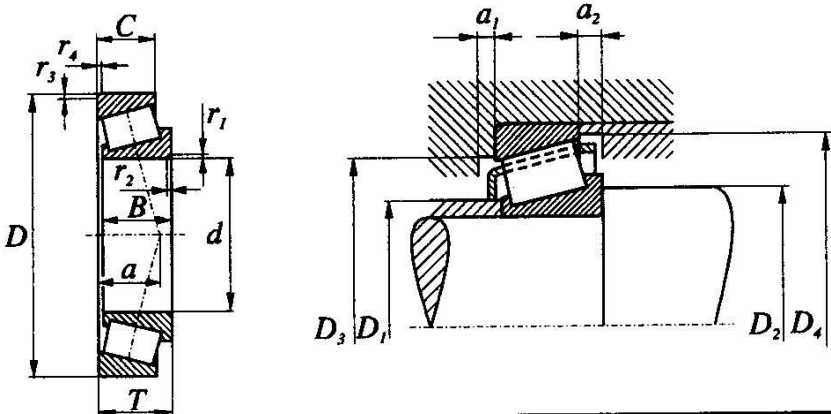
► proračun se izvodi za slučaj 2.

Merodavna aksijalna komponenta F_{aA} za određivanje ekvivalentnog dinamičkog opterećenja ležaja A:

$$F_{aA} = F_{aS} + 0.5 \frac{F_{rB}}{Y_B} = 5.5\text{kN}$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

Таблица П42-ва Вредности фактора за прстене конусно ваљчане лежаје



	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		$\frac{F_a}{F_r} \leq \frac{1}{2Y_0}$		$\frac{F_a}{F_r} > \frac{1}{2Y_0}$	
	X	Y	X	Y	X ₀	Y ₀	X ₀	Y ₀
Појединачна уградња	1	0	0,4	Y ¹⁾	1	0	0,5	Y ₀ ¹⁾
"O" и "X" распоред	1	1,12·Y ¹⁾	0,67	1,68·Y ¹⁾	1	2·Y ¹⁾	1	2·Y ₀ ¹⁾

Напомена: Код уградње два лежаја исте величине са "O" или "X" распоредом, носивост износи: $C = 1,715 \cdot C_{\text{пој. лежаја}}$; $C_0 = 2 \cdot C_{0 \text{ пој. лежаја}}$

¹⁾ Вредност из таблице

Proračun kotrljajnih ležajeva

$$\left(\frac{F_{aA}}{F_{rA}} = 0.46 \right) > (e_A = 0.4) \Rightarrow X_A = 0.4$$

Ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja A :

$$F_A = X_A F_{rA} + Y_A F_{aA} = 12.94 \text{ kN}$$

Nominalni radni vek ležaja A:

$\alpha = 10/3$ za valjčane ležajeve

$$L_{hA} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_A}{F_A} \right)^\alpha = 10900 \text{ h}$$

Proračun kotrljajnih ležajeva

Merodavna aksijalna komponenta F_{aB} za određivanje ekvivalentnog dinamičkog opterećenja ležaja B:

$$F_{aB} = 0.5 \frac{F_{rB}}{Y_B} = 2.5 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{F_{aB}}{F_{rB}} = 0.31 \right) < (e_B = 0.37) \Rightarrow X_B = 0 \wedge Y_B = 1$$

Ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja B :

$$F_B = X_B F_{rB} + Y_B F_{aB} = 8 \text{ kN}$$

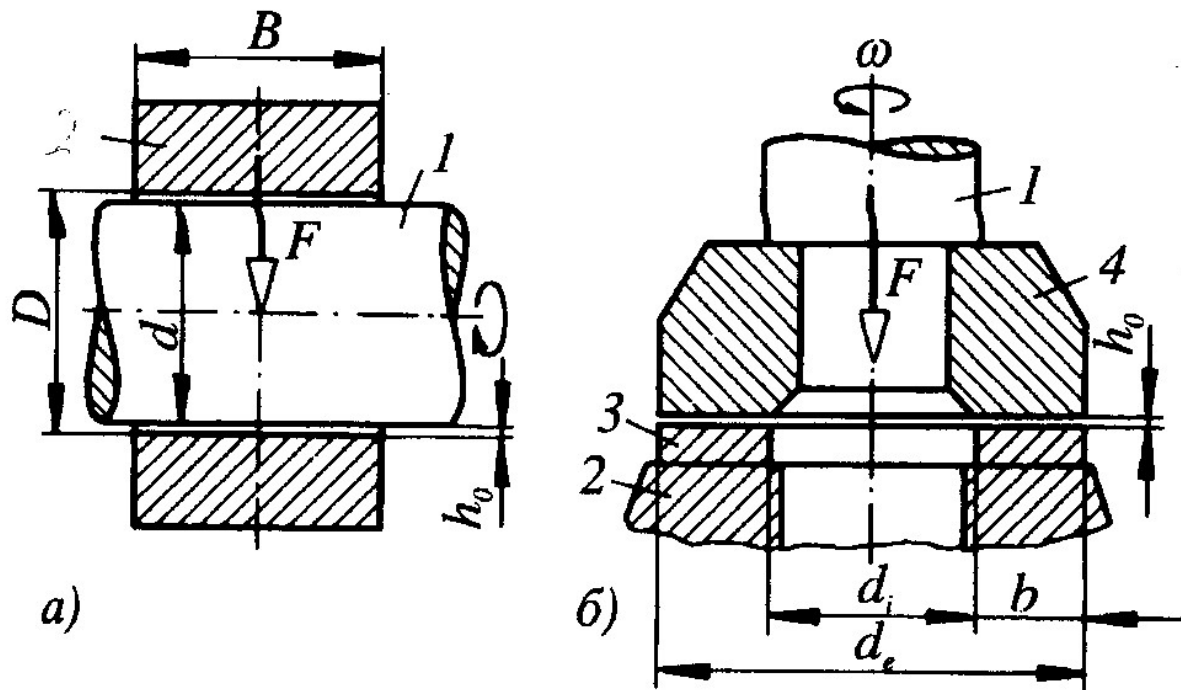
Nominalni radni vek ležaja B:

$\alpha = 10/3$ za valjčane ležajeve

$$L_{hB} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_B}{F_B} \right)^\alpha = 13000 \text{ h}$$

Proračun kliznih ležajeva

Kod kliznih ležaja relativno kretanje delova uz istovremeno prenošenje opterećenja ostvaruje se posredstvom klizanja. Osnovna podela kliznih ležaja je na **radijalne**, koji prenose poprečne sile, i **aksijalne**, koji prenose podužne sile.



Proračun kliznih ležajeva

Nosivost radijalnih kliznih ležaja predstavlja najveću silu koju može da prenese ležaj za predviđeni radni vek, a da pri tome ne bude prekoračena dozvoljena temperatura u ležaju, da ne dođe do nedozvoljenog habanja i zapreminskog razaranja materijala kliznog para, a pri hidrodinamičkom podmazivanju još i da debljina mazivog sloja ne bude manja od dozvoljene vrednosti.

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- dimenzije ležaja

d - prečnik ležaja

D - prečnik posteljice

B - dužina rukavca, odnosno ležaja

- konstrukciona karakteristika

$$\varphi = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{D}} = \mathbf{0.2 \div 1}$$

$\varphi = 0.5 \dots 1$ - brzohodi manje opterećeni ležaji

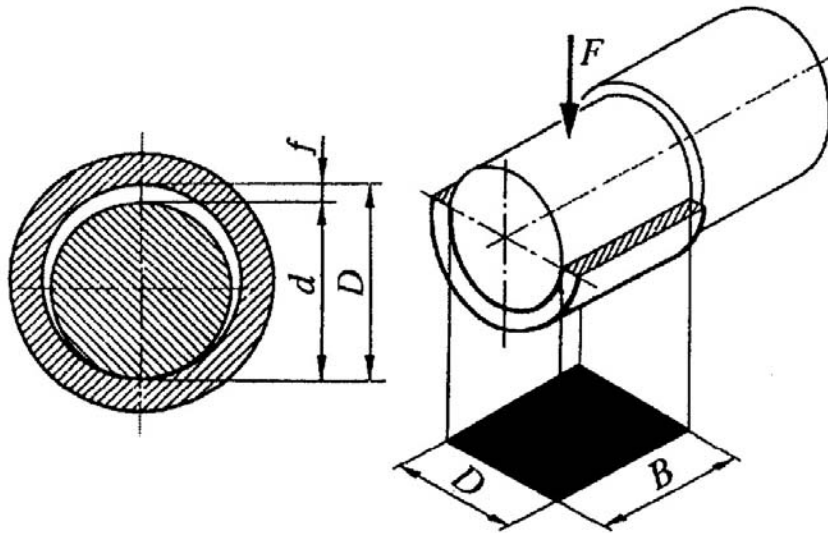
$\varphi = 0.3 \dots 0.7$ - optimalna nosivost

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radialnih kliznih ležaja:

- opterećenje ležaja F

- specifično opterećenje ležaja $p = \frac{F}{BD} \leq p_{\text{doz}}$



Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- apsolutni zazor ležaja: $f = D - d$

- relativni zazor ležaja: $\psi = \frac{f}{D} = \frac{D - d}{D}$

- brzina klizanja za minutni broj obrtaja n : $v = \frac{\pi d n}{60}$

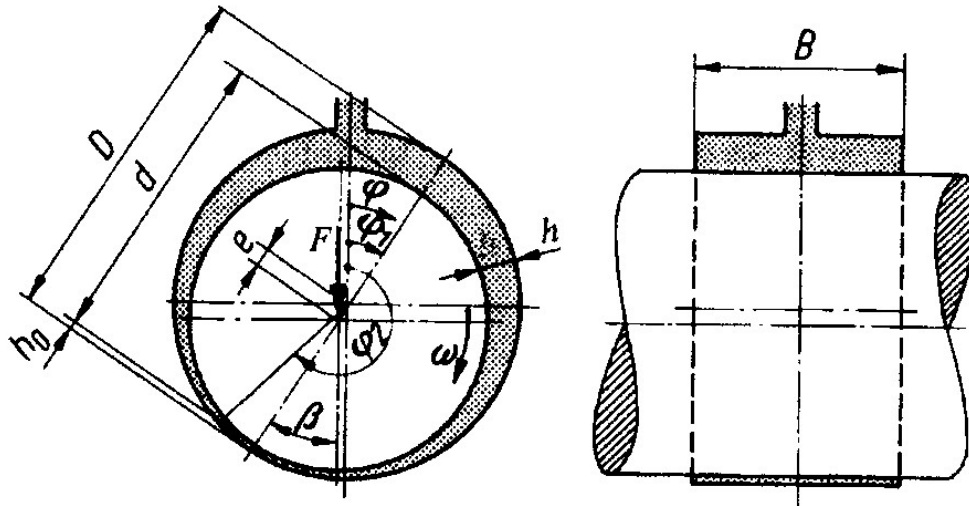
- minimalna debljina uljnog filma: $h_0 = \frac{D\psi}{2}(1 - \varepsilon) \geq h_{0\min}$

- relativna debljina uljnog filma: $\delta = \frac{h_0}{\frac{f}{2}} = \frac{h_0}{\psi \frac{d}{2}}$

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radialnih kliznih ležaja:

- ekscentričnost: $e = \frac{f}{2} - h_0$
- relativna ekscentričnost: $\varepsilon = \frac{e}{\frac{f}{2}} = 1 - \delta$



Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radialnih kliznih ležaja:

- karakteristika nosivosti ležaja - Somerfeldov broj (bezdimenziona veličina)

$$S_0 = \frac{p\psi^2}{\eta\omega}$$

p - pritisak [N/m^2]

η - dinamička viskoznost ulja na radnoj temperaturi [$\text{Pa}\cdot\text{s} = \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$]

ω - ugaona brzina [s^{-1}]

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- karakteristika nosivosti ležaja - Somerfeldov broj (bezdimenziona veličina)

Zavisno od vrednosti Somerfeldovog broja S_0 klizni ležajevi su razvrstani u tri grupe:

$S_0 \leq 1$ - brozohodi lako opterećeni ležaji

$S_0 = 1 \div 3$ - srednje opterećeni klizni ležaji

$S_0 > 3$ - teško opterećeni klizni ležaji

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radialnih kliznih ležaja:

- merodavna karakteristika trenja:

$$S_0 < 1 \Rightarrow \frac{\mu}{\psi} = \frac{3}{S_0}$$

$$S_0 > 1 \Rightarrow \frac{\mu}{\psi} = \frac{3}{\sqrt{S_0}}$$

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- gubici energije usled trenja:

$P_G = F\mu v$ P_G - snaga potrebna za savlađivanje otpora trenja

F - sila opterećenja ležaja

μ - koeficijent trenja

v - brzina klizanja

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- odvođenje toplote prirodnim hlađenjem ležaja:

$$Q_0 = k_c A (\theta_L - \theta_0)$$

Q_0 - količina toplote koju ležaj predaje okolini

k_c - koeficijent prelaza toplote

A - površina kućišta ležaja kroz koju se odvodi toplota u okolnu sredinu

θ_L - radna temperatura ležaja, koja ne prelazi

70 ... 100°C

θ_0 - temperatura okoline (20°C)

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- odvođenje toplote prinudnim hlađenjem ležaja:

$$Q_p = \rho c q (\theta_i - \theta_u)$$

Q_p - količina toplote koja se preko maziva, odnosno hlađenjem odvede iz ležaja

ρ - gustina ulja

c - specifična toplota ulja

q - protok ulja

θ_i - temperatura ulja na izlazu

θ_u - temperatura ulja na ulazu

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- termička stabilnost ležaja: $P_G = Q_0 + Q_p$

Proračun kliznih ležajeva

Tok proračuna radijalnih kliznih ležaja:

- uslovi hidrodinamičkog plivanja: $n > n_{gr}$

$$n_{gr} = \frac{F \cdot 10^{-7}}{\eta C_{gr} V_L}$$

F - sila opterećenja ležaja

η - dinamička viskoznost na radnoj temperaturi

V_L - zapremina ležaja

C_{gr} - konstanta

$$p < 1 \frac{N}{mm^2} \quad \Rightarrow \quad C_{gr} < 1$$

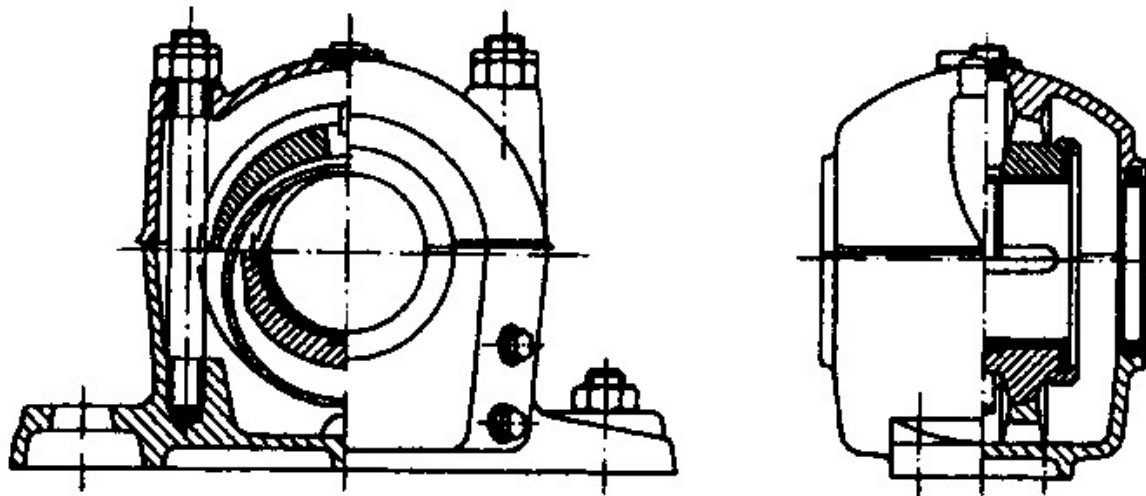
$$1 \frac{N}{mm^2} \leq p \leq 10 \frac{N}{mm^2} \quad \Rightarrow \quad 1 \leq C_{gr} \leq 8$$

$$p > 10 \frac{N}{mm^2} \quad \Rightarrow \quad C_{gr} \geq 6$$

Proračun kliznih ležajeva

Primer: Radijalni klizni ležaj sa zglobnim osloncem podmazuje se pomoću prstena za podmazivanje, a hladi prirodno - konvekcijom. Opterećenje ležaja je $F = 12000\text{N}$ pri $n = 620\text{min}^{-1}$. Dimenzionisati hidrodinamički klizni ležaj, ako je zadato:

$B/D = 0.8$, $p_{\text{doz}} = 5\text{ N/mm}^2$ za leguru ZnSn, ulje ISO VG 46



Proračun kliznih ležajeva

$$p = \frac{F}{BD} = \frac{F}{0.8D^2} \leq p_{\text{doz}} \Rightarrow D \geq \sqrt{\frac{F}{0.8p_{\text{doz}}}} = 55\text{mm}$$

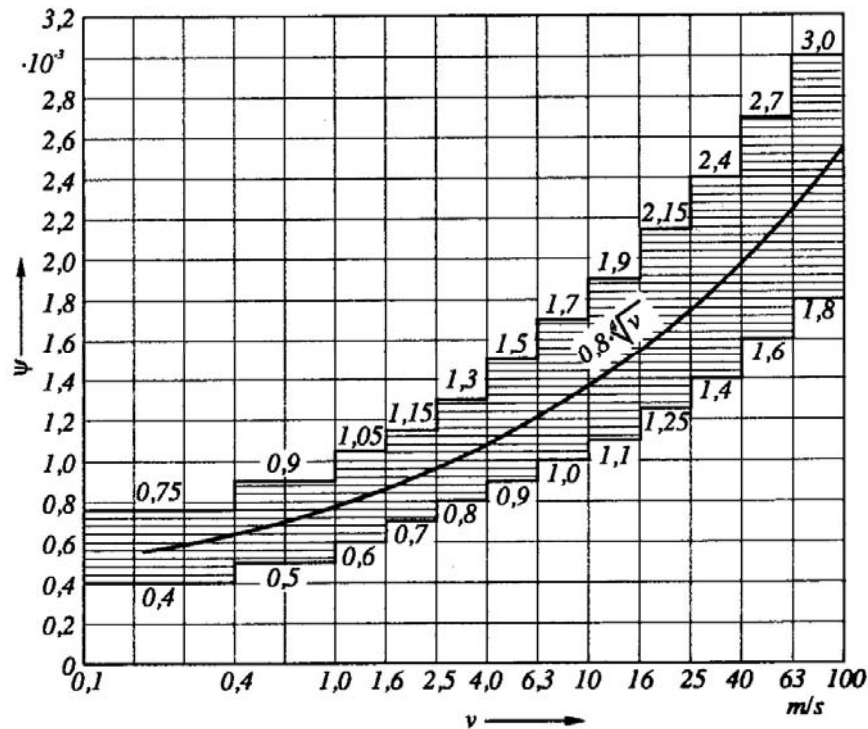
usv. $D = d = 60\text{mm}$

$$B = 0.8D = 48\text{mm}$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = 65\text{s}^{-1}$$

$$v = \omega \frac{d}{2} = 1.95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Proračun kliznih ležajeva



$$v = 1.95 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \psi = (0.7 \div 1.15) \cdot 10^{-3}$$

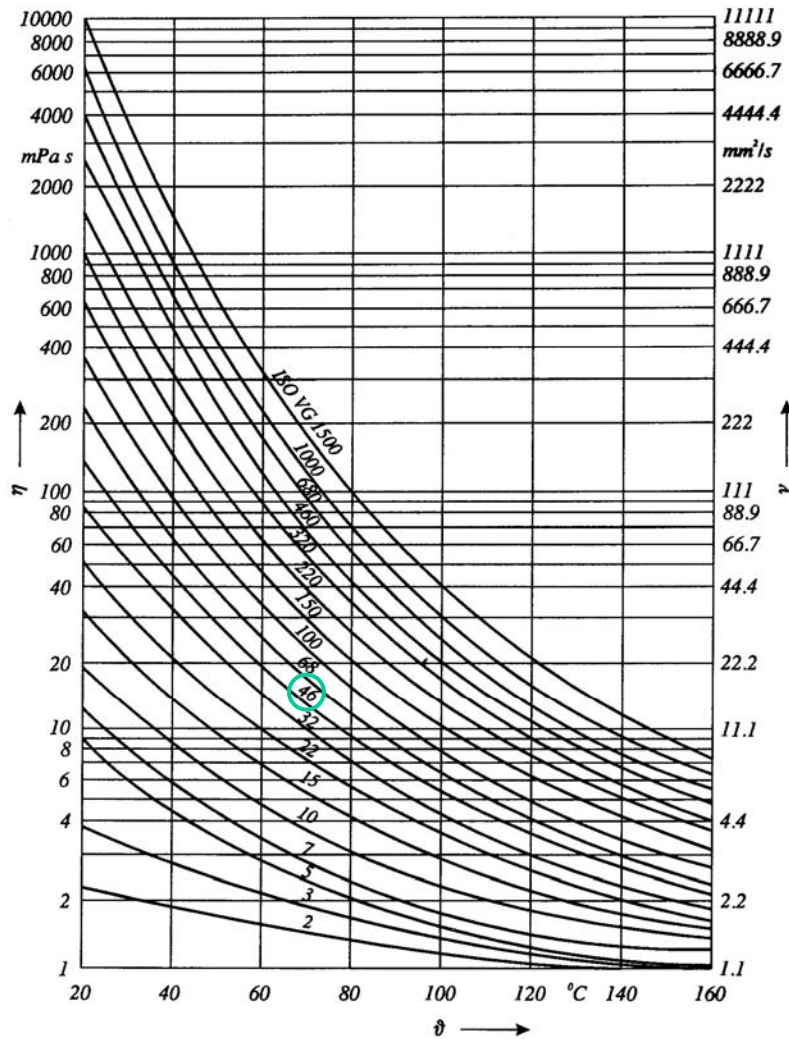
$$\text{usv. } \psi = 1 \cdot 10^{-3}$$

ψ – relativni zazor ležaja

Proračun kliznih ležajeva

$$p = \frac{F}{BD} = 4.16 \frac{N}{mm^2} = 4.16 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$$

Proračun kliznih ležajeva



η - dinamička viskoznost ulja na radnoj temperaturi [$\text{Pa}\cdot\text{s} = \text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$]

$$\theta = 40^{\circ}\text{C} \Rightarrow \eta = 0.046 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\theta = 50^{\circ}\text{C} \Rightarrow \eta = 0.029 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

$$\theta = 60^{\circ}\text{C} \Rightarrow \eta = 0.019 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Proračun kliznih ležajeva

S_0 - karakteristika nosivosti ležaja - Somerfeldov broj
(bezdimenziona veličina)

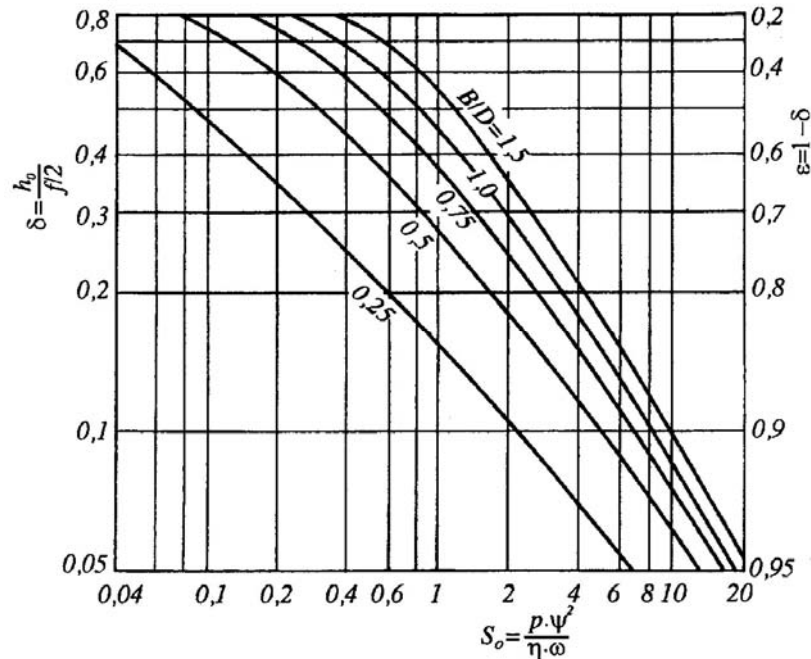
$$S_0 = \frac{p\psi^2}{\eta\omega}$$

$$\theta = 40^\circ \text{C} \Rightarrow S_0 = 1.39$$

$$\theta = 50^\circ \text{C} \Rightarrow S_0 = 2.21$$

$$\theta = 60^\circ \text{C} \Rightarrow S_0 = 3.37$$

Proračun kliznih ležaijeva



δ – relativna debljina uljnog filma

$$\theta = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 1.39 \Rightarrow \delta = 0.34$$

$$\theta = 50^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 2.21 \Rightarrow \delta = 0.28$$

$$\theta = 60^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 3.37 \Rightarrow \delta = 0.23$$

Proračun kliznih ležajeva

h_0 – minimalna debljina uljnog filma

$$h_0 = \frac{D\psi}{2}(1 - \varepsilon) = \frac{D\psi}{2}\delta$$

$$\theta = 40^\circ \text{C} \Rightarrow \delta = 0.34 \Rightarrow h_0 = 10.2 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\theta = 50^\circ \text{C} \Rightarrow \delta = 0.28 \Rightarrow h_0 = 8.4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\theta = 60^\circ \text{C} \Rightarrow \delta = 0.23 \Rightarrow h_0 = 6.9 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Proračun kliznih ležajeva

μ - koeficijent trenja

$$S_0 > 1 \Rightarrow \frac{\mu}{\psi} = \frac{3}{\sqrt{S_0}} \Rightarrow \mu = \frac{3}{\sqrt{S_0}} \psi$$

$$\theta = 40^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 1.39 \Rightarrow \mu = 0.0025$$

$$\theta = 50^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 2.21 \Rightarrow \mu = 0.00202$$

$$\theta = 60^\circ \text{ C} \Rightarrow S_0 = 3.37 \Rightarrow \mu = 0.00164$$

Proračun kliznih ležajeva

P_G - snaga potrebna za savlađivanje otpora trenja

$$P_G = F\mu v$$

$$\theta = 40^\circ \text{C} \Rightarrow \mu = 0.0025 \Rightarrow P_G = 59 \text{W}$$

$$\theta = 50^\circ \text{C} \Rightarrow \mu = 0.00202 \Rightarrow P_G = 47 \text{W}$$

$$\theta = 60^\circ \text{C} \Rightarrow \mu = 0.00164 \Rightarrow P_G = 38 \text{W}$$

Proračun kliznih ležajeva

Preporuke za površinu kućišta:

- za lake ležajeve: $\frac{A}{\pi d B} = 5 \div 6$
- za teže ležajeve: $\frac{A}{\pi d B} = 6 \div 7$
- za vrlo teške ležajeve: $\frac{A}{\pi d B} = 8 \div 9.5$

Proračun kliznih ležajeva

$$U_{sv}: \frac{A}{\pi d B} = 6 \Rightarrow A = 6\pi d B = 0.054 m^2$$

$$k_c = 15 \div 20 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

$$U_{sv}: k_c = 20 \frac{W}{m^2 K}$$

k_c - koeficijent prelaza toplote

Proračun kliznih ležajeva

$$P_G = Q_0 + Q_p \approx Q_0$$

Q_0 - količina toplote koju ležaj predaje okolini

Q_p - količina toplote koja se preko maziva, odnosno hlađenjem odvede iz ležaja

$$Q_0 = k_c A (\theta_L - \theta_0) \Rightarrow \theta_L - \theta_0 = \frac{P_G}{k_c A}$$

Usv: $\theta_0 = 20^\circ \text{C}$

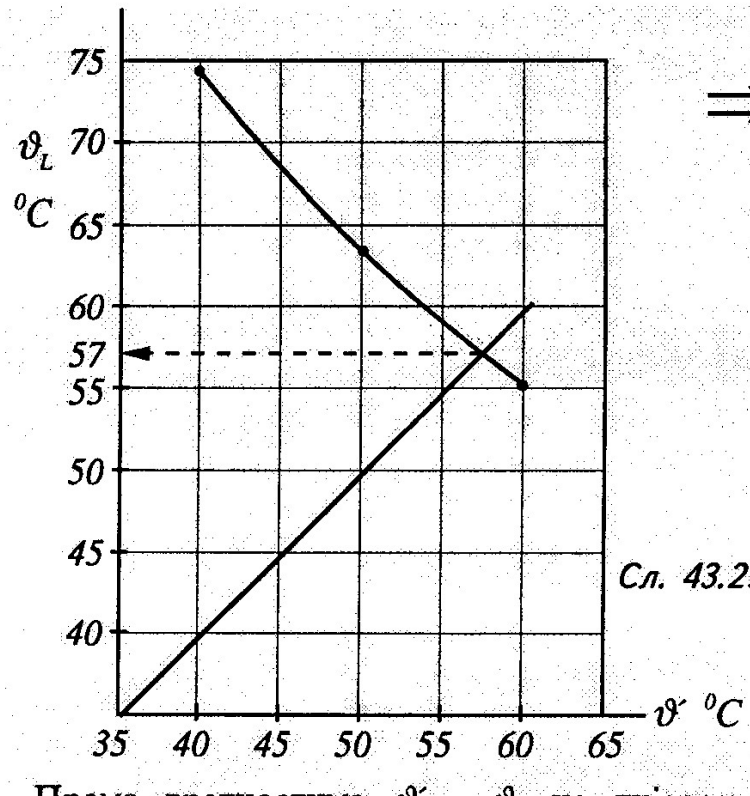
$$\theta = 40^\circ \text{C} \Rightarrow P_G = 59 \text{W} \Rightarrow \theta_L = 54.6^\circ \text{C}$$

$$\theta = 50^\circ \text{C} \Rightarrow P_G = 47 \text{W} \Rightarrow \theta_L = 43.5^\circ \text{C}$$

$$\theta = 60^\circ \text{C} \Rightarrow P_G = 38 \text{W} \Rightarrow \theta_L = 35.2^\circ \text{C}$$

Proračun kliznih ležajeva

Određivanje radne temperature ležaja:



$$\Rightarrow \theta_L = 57^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \eta = 0.023 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$S_0 = 2.78$$

$$\delta = 0.24$$

$$\mu = 0.0018$$

$$P_G = 42 \text{ W}$$

$$h_0 = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Proračun kliznih ležajeva

Пречник рукавца d у mm		Брзина клизања v у m/s				
изнад	до	-	1	3	10	30
		1	3	10	30	-
24	63	3	4	5	7	10
63	160	4	5	7	9	12
160	400	6	7	9	11	14
400	1000	8	9	11	13	16
1000	2500	10	12	14	16	18

$$d = 60mm$$

$$v = 1.95 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow h_{o\min} = 3.5 \cdot 10^{-3} mm$$

$$\left(h_0 = 7.2 \cdot 10^{-3} mm \right) > \left(h_{o\min} = 3.5 \cdot 10^{-3} mm \right)$$

Proračun kliznih ležajeva

$$V_L = B \frac{d^2 \pi}{4} = 13.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$p < 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{gr}} < 1$$

$$1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p \leq 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \Rightarrow \quad 1 \leq C_{\text{gr}} \leq 8$$

$$p > 10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{gr}} \geq 6$$

$$p = 4.16 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \Rightarrow \text{usv. } C_{\text{gr}} = 3.8$$

Proračun kliznih ležajeva

$$n_{gr} = \frac{F \cdot 10^{-7}}{\eta C_{gr} V_L} = 101 \text{ min}^{-1}$$

$$(n = 620 \text{ min}^{-1}) > (n_{gr} = 101 \text{ min}^{-1})$$

Uslovi hidrodinamičkog plivanja: **$n > n_{gr}$ je ispunjen.**