

MEHANIČKI ELEMENTI ZA ULEŽIŠTENJE

Elementi za vođenje su delovi koji nose druge rotirajuće ili translatorne delove i koji im ograničavaju stepene slobode kretanja na potreban broj. Za nošenje rotirajućih delova koriste se **ležajevi**, a za nošenje translatornih delova **vođice**. Osnovna odlika elemenata za vođenje je da znatno smanjuju gubitke energije pri kretanju, korišćenjem različitih metoda za tu svrhu.

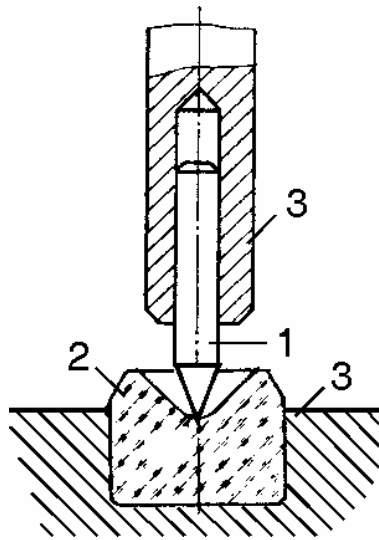
LEŽAJEVI

Ležajevi su mašinski elementi koji nose rotirajuće delove i pritom znatno smanjuju otpore pri kretanju. Prema vrsti otpora koji se pri kretanju javljaju, ležajevi mogu biti: **klizni ležajevi** i **kotrljajni ležajevi**.

Pored ovih klasičnih vrsta ležajeva, u mehatronici se primenjuju i specijalne vrste ležajeva, koje osnovni problem smanjenja trenja rešavaju na različite načine: **ležajevi sa šiljcima, ležajevi sa sečivima, magnetno-rasterećeni ležajevi, opružni ležajevi, fluidni ležajevi, itd.**

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Ležajevi sa šiljcima nalaze primenu u slučajevima kada se zahteva ekstremno mali moment trenja i veoma osetljiv i pokretljiv sistem. Sistem za uležištenje se sastoji od čeličnog rukavca u obliku šiljka (1) i ležišta od tvrdog metala ili dragog kamena (2), postavljenih u osnovnom materijalu (3).



Elementi ležaja sa šiljcima

- (1 - rukavac,
- 2 - ležište,
- 3 - osnovni materijal)

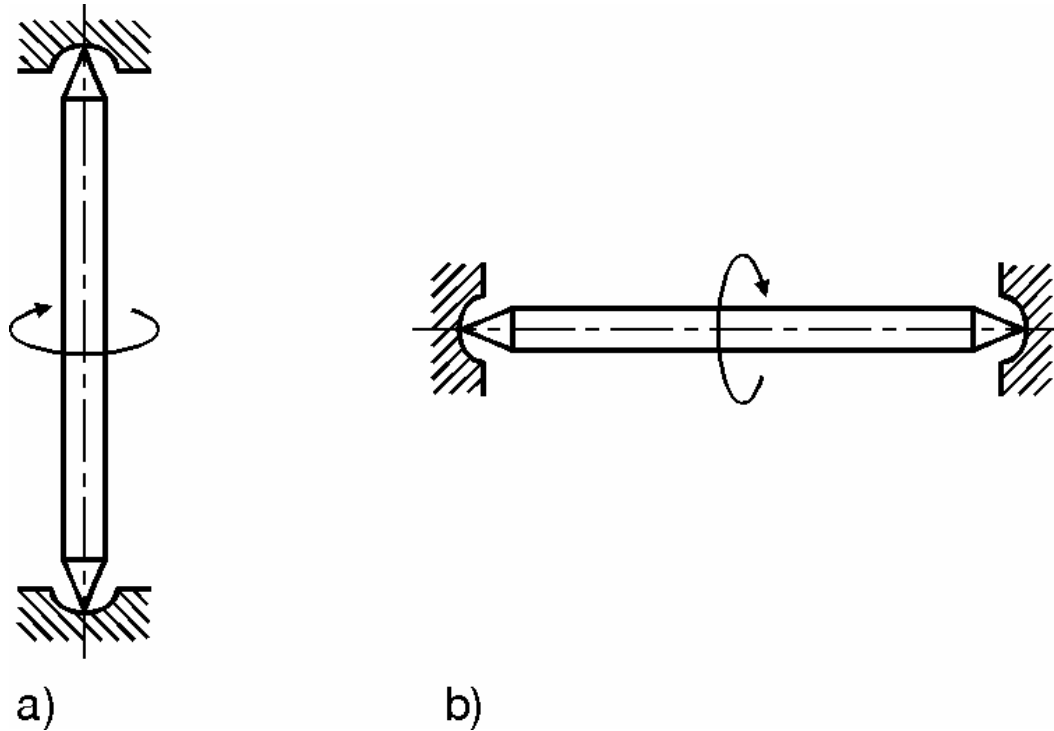
LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Vrhovi rukavaca u obliku šiljaka se izrađuju sa veoma malim zaobljenjima, da bi se ostvarilo ekstremno malo trenje. Ležišta su od tvrdih materijala, da bi izdržala visok specifični pritisak.

Ležajevi sa šiljcima mogu biti:

- sa vertikalnom obrtnom osom;
- sa horizontalnom obrtnom osom.

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA



Ležajevi sa šiljcima:

- a) sa vertikalnom obrtnom osom,
- b) sa horizontalnom obrtnom osom.

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Osnovni problem kod ležajeva sa šiljcima je u velikom specifičnom pritisku u tačkama dodira rukavaca i ležišta. Egzaktno posmatrano, ovde se ne radi o idealnim šiljcima, jer su vrhovi rukavaca zaobljeni, kako ne bi dolazilo do pojave suviše velikog specifičnog pritiska, koji bi mogao uzrokovati havariju ležišta.

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Prema *Hertz*-u se dobija:

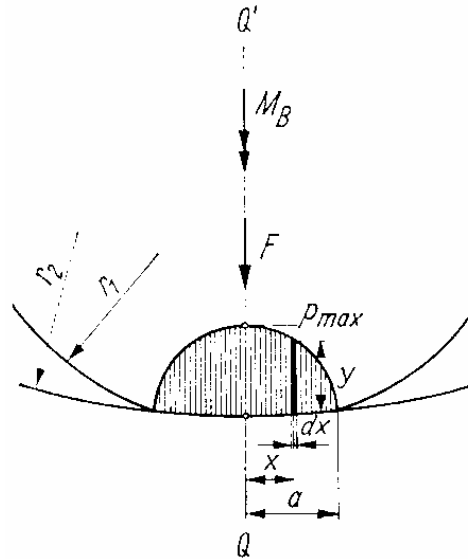
$$a^3 = \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \frac{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} F$$

ν - *Poisson*-ov koeficijent,

E_1, E_2 - moduli elastičnosti materijala u kontaktu,

F - sila koju prima ležište,

r_1, r_2 - poluprečnici ležišta i rukavca.



$$x^2 / a^2 + y^2 / p_{max}^2 - 1 = 0$$

Raspored površinskog pritiska (p) (dijagram i jednačina) na mestu kontakta rukavca i ležišta na osnovu proračuna momenta trenja (M_B)

($Q-Q'$ - obrtna osa sistema)

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Kako je *Poisson*-ov koeficijent za metale $\nu = 0,3$, dalje sledi:

$$a^3 = 1.37 \frac{Fr}{E}$$

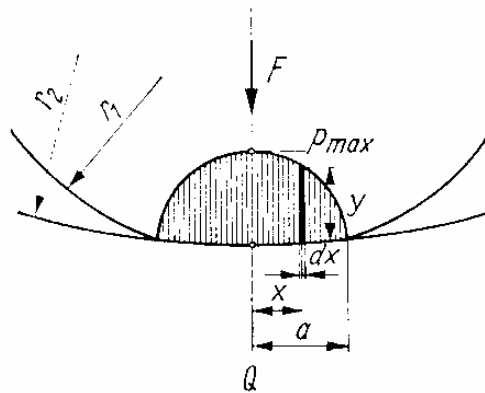
$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}$$

- poluprečnik ekvivalentne kugle,

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

- rezultujući modul elastičnosti.

$$x^2 / a^2 + y^2 / p_{\max}^2 - 1 = 0$$



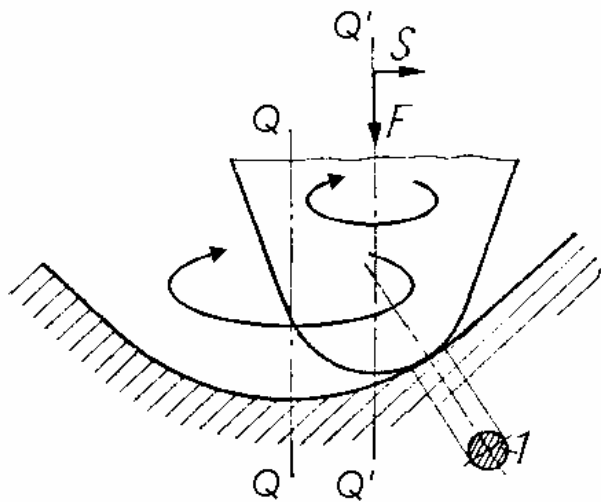
Raspored površinskog pritiska (p) (dijagram i jednačina) na mestu kontakta rukavca i ležišta na osnovu proračuna momenta trenja (M_B)

($Q-Q'$ - obrtna osa sistema)

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Ležajevi sa vertikalnom obrtnom osom

Osnovni problem kod ležajeva sa vertikalnom obrtnom osom se javlja pri dejstvu poprečne sile S , koja izbacuje rukavce iz ose ležišta, tako da nastaje situacija prikazana na slici. Pri radu dolazi i do rotacije same ose rukavaca oko ose ležišta, što ima za posledicu naglo povećanje momenta trenja.

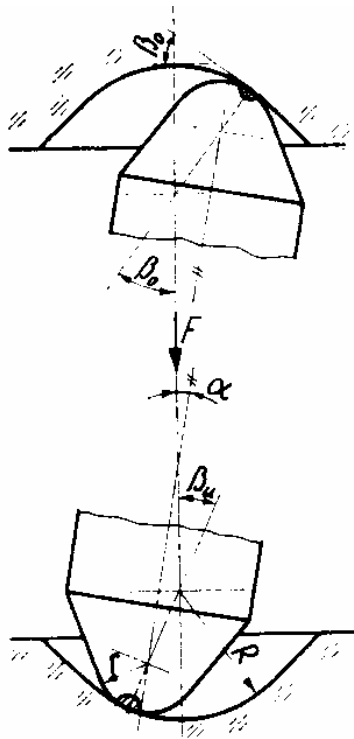


Obrtanje ose rukavaca oko ose ležišta
pri dejstvu male poprečne sile
(1 - mikrododirna površina)

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Ležajevi sa vertikalnom obrtnom osom

Pri montaži obrtnog sistema potrebno je ostvariti zazor između rukavca i ležišta, što izaziva zakošenje ose rukavaca.

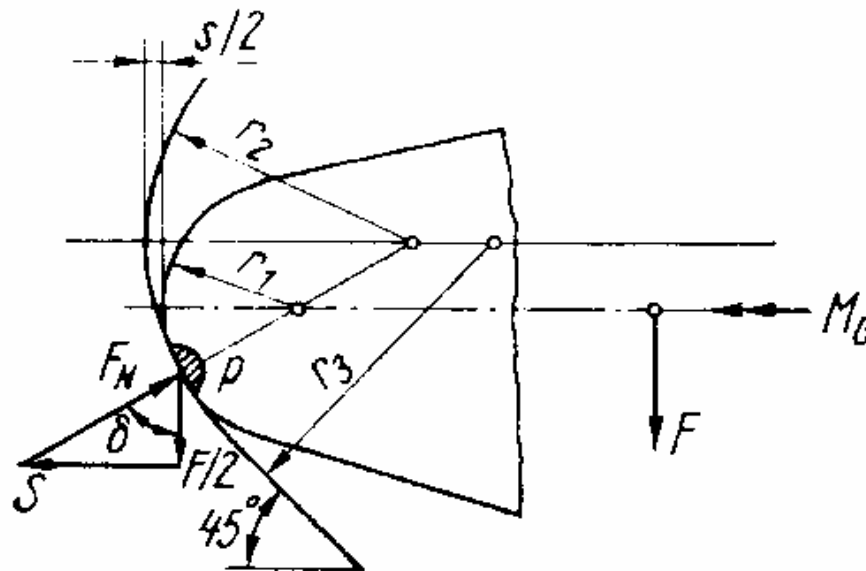


Zakošenje ose rukavaca kod ležaja sa šiljcima sa obe strane

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Ležajevi sa horizontalnom obrtnom osom

Osnovni problem kod ležajeva sa horizontalnom obrtnom osom je u izmeštanju ose rukavaca u odnosu na osu ležišta, usled dejstva sile F i pojave zazora s .

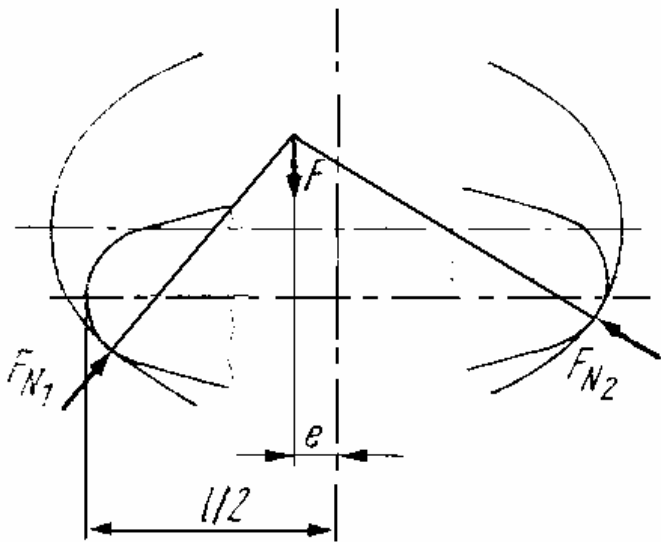


Sile u ležajevima sa horizontalnom obrtnom osom

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Ležajevi sa horizontalnom obrtnom osom

Kod simetričnog opterećenja osovine, odnosno vratila, ose rukavaca i ležišta su međusobno paralelne, dok u slučaju nesimetričnog opterećenja dolazi do zakošenja i nejednakog opterećenja rukavaca.



Ležaj sa horizontalnom obrtnom osom pod dejstvom nesimetričnog opterećenja (e - ekscentricitet sile F ,

l - dužina osovine ili vratila)

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

U primeni su dva osnovna konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima:

- ležajevi sa udubljenim ležištima;
- ležajevi sa izbušenim ležištima.

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

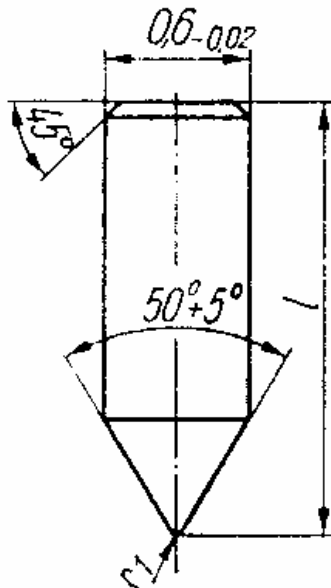
Ležajevi sa udubljenim ležištima

Ovi ležajevi se izrađuju kao standardni elementi. Vođenje i podupiranje sistema obavlja sam šiljak rukavca, što znači da istovremeno prima i radijalne i aksijalne sile.

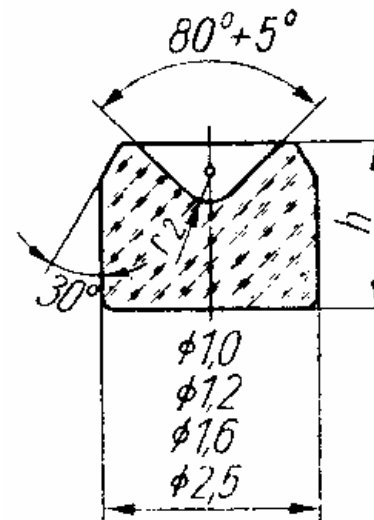
LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

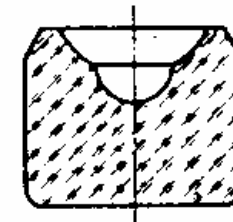
Ležajevi sa udubljenim ležištima



a)



b)



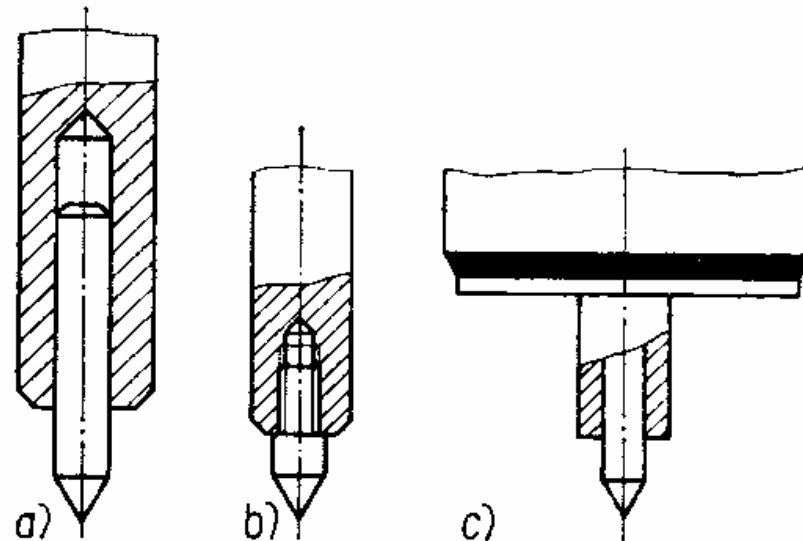
Elementi ležajeva sa udubljenim ležištima:

- a) oblik šiljka rukavca za uležištenja u mernim aparatima
- b) oblici udubljenih ležišta za uležištenja u električnim instrumentima ($h = 0,8; 1,0; 1,2; 1,6$ mm)

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

Ležajevi sa udubljenim ležištima



Načini pričvršćivanja šiljaka rukavaca:

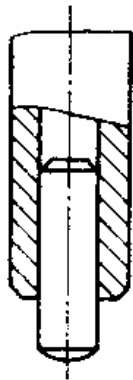
- a) presovanjem
- b) pomoću navoja
- c) lepljenjem za rotirajuću masu

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

Ležajevi sa udubljenim ležištima

Za jednostavne primene koriste se rukavci sa zaobljenom čivijom ili sa kuglom.



a)



b)

Konstruktivna izvođenja rukavaca sa velikim poluprečnicima šiljaka:

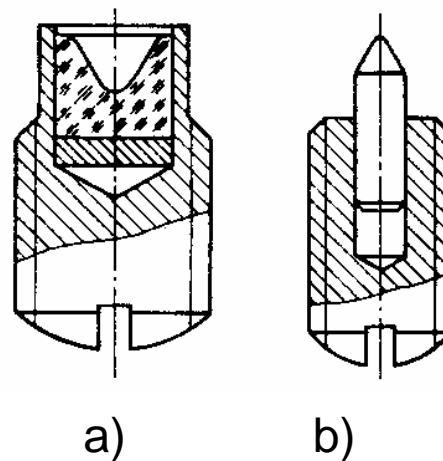
- a) cilindrični rukavac sferne čeone površine
- b) presovanjem učvršćena kugla

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

Ležajevi sa udubljenim ležištima

U cilju podešavanja zazora obrtnih sistema primenjuju se elementi ležajeva sa šiljcima upresovani u vijke.



Konstruktivna izvođenja podesivih ugradnih jedinica kod ležajeva sa šiljcima:

- a) ležište učvršćeno pomoću navoja
- b) šiljak rukavca učvršćen pomoću navoja

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

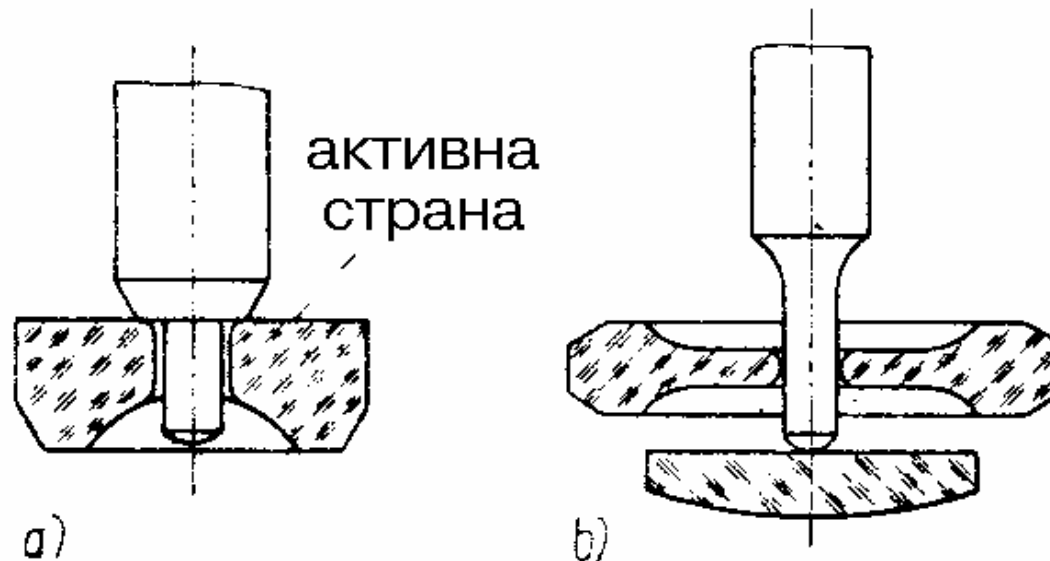
Ležajevi sa izbušenim ležištima

Kod ležajeva sa izbušenim ležištima vođenje i podupiranje sistema se obavlja na međusobno odvojenim mestima, zbog čega su odvojena i mesta prijema radijalnih sila od mesta prijema aksijalnih sila.

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

Ležajevi sa izbušenim ležištima



Ležajevi sa izbušenim ležištima i aksijalnim vođenjem:

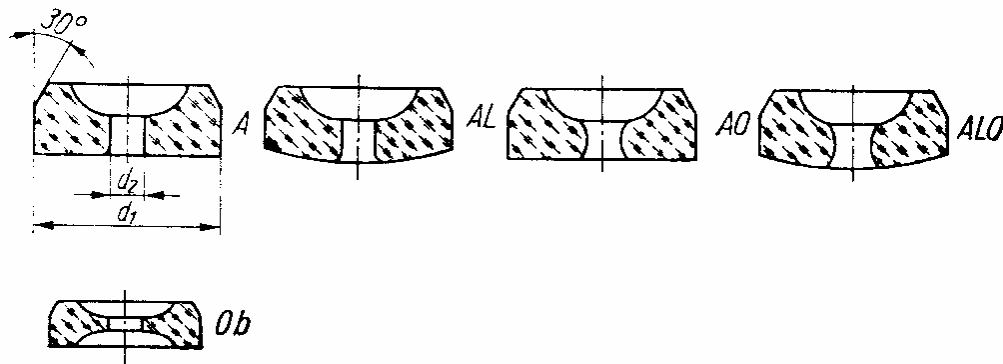
- a) izbušeno ležište bez oslonca
- b) izbušeno ležište sa osloncem

LEŽAJEVI SA ŠILJCIMA

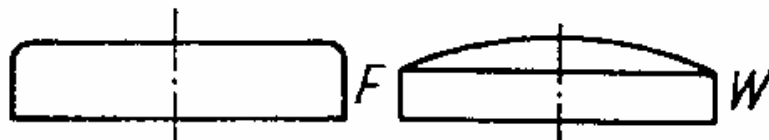
Konstruktivna izvođenja ležajeva sa šiljcima

Ležajevi sa izbušenim ležištima

U cilju ostvarivanja specifičnih zahteva, izrađuju se različiti oblici ležišta i oslonaca.



Oblici izbušenih ležišta za upresavanje i ulaganje



Oblici oslonaca za upresavanje (F - ravan, W - konveksan)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Ležajevi sa sečivima nalaze primenu u slučajevima kada treba ostvariti veoma male otpore pri kretanju ograničenom na mali ugao.

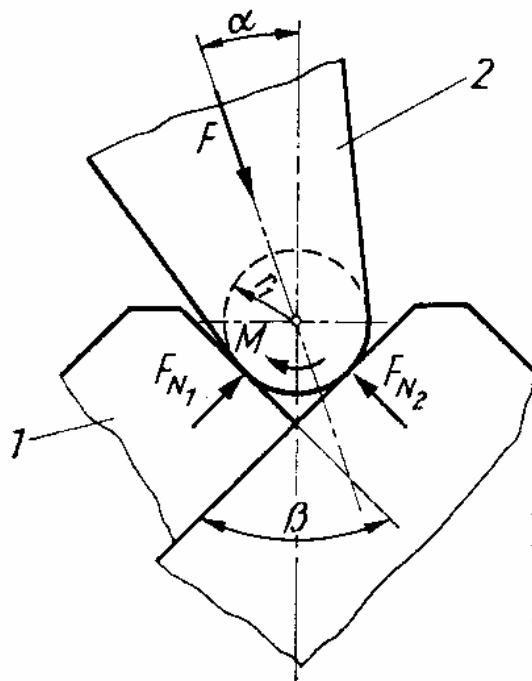
Prema vrsti otpora koji se pritom javlja, razlikuju se:

- klizni ležajevi sa sečivima;
- kotrljajni ležajevi sa sečivima.

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Klizni ležajevi sa sečivima

U ležištu (1), koje je obično u obliku dvodelnog žleba, uležišten je rukavac sa sečivom zaobljenim pri vrhu (2). Specifična konstrukcija i opterećenje obezbeđuju da ležaj radi bez zazora.



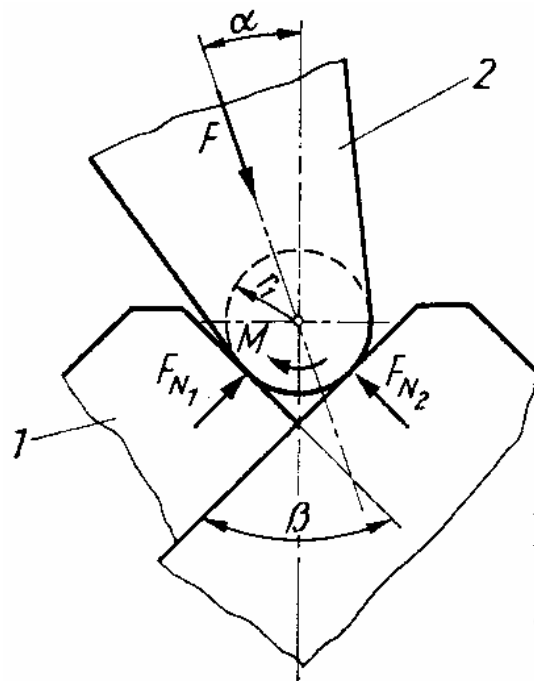
Klizni ležaj sa sečivom

(1 - ležište, 2 - rukavac sa sečivom)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Klizni ležajevi sa sečivima

Kod ove vrste ležajeva između dodirnih površina nastaje klizanje, pa je moment M potreban za savladavanje otpora:



$$M = (F_{N1} + F_{N2}) \mu r_1$$

μ - koeficijent trenja
između ležišta i sečiva

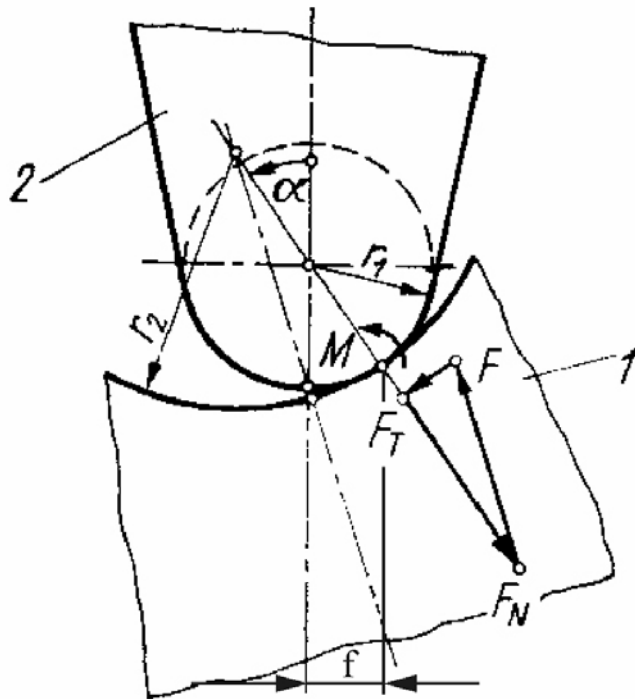
Klizni ležaj sa sečivom

(1 - ležište, 2 - rukavac sa sečivom)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Kotrljajni ležajevi sa sečivima

U cilju smanjenja otpora, umesto ležišta u obliku dvodelnih žlebova, koristi se cilindrična ležišta, po kojima se kotrljaju sečiva. Moment **M** koji savladava otpor pri kretanju dat je jednačinom:



$$M = Ff \cos \left(\frac{\alpha}{\frac{r_2}{r_1} - 1} \right)$$

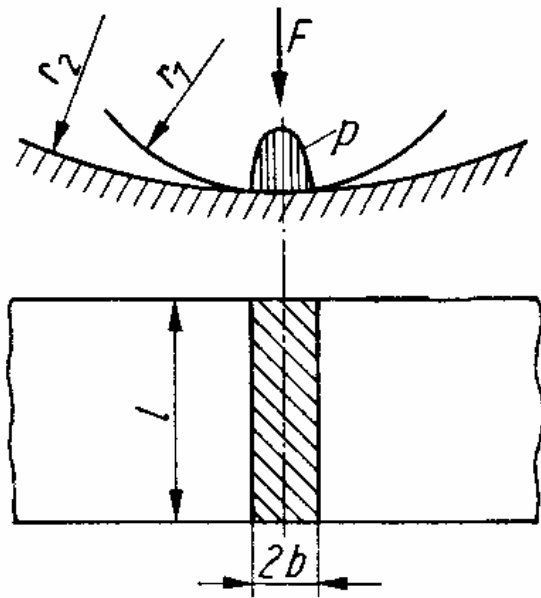
Kotrljajni ležaj sa sečivom

(1 - ležište, 2 - rukavac sa sečivom)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Kotrljajni ležajevi sa sečivima

Teorijski posmatrano, dodir između ležišta i rukavca sa sečivom je po liniji, ali se, zbog elastičnih deformacija na mestu kontakta, kontakt kod ove vrste ležajeva praktično ostvaruje po površini.



Prikaz opterećenja ležišta u kontaktu sa sečivom
(prema *Hertz-u*)

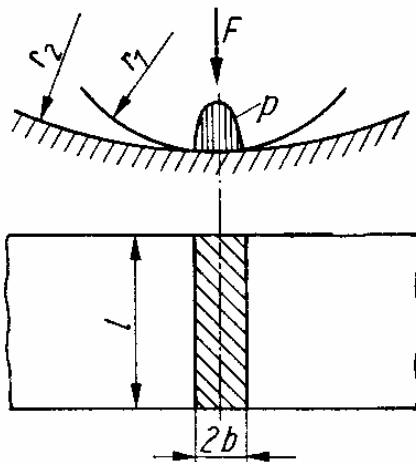
LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Kotrljajni ležajevi sa sečivima

Maksimalni površinski pritisak p_{\max} između ležišta i rukavaca sa sečivima dat je izrazom:

$$p_{\max}^2 = \frac{FE}{2\pi lr(1-\nu^2)}$$

- E** - rezultujući modul elastičnosti,
r - poluprečnik ekvivalentne kugle,
 ν - *Poisson*-ov koeficijent.



Mehanički funkcionalni elementi

tako da sledi:

$$b^2 = \frac{8Fr(1-\nu^2)}{\pi EI}$$

Prikaz opterećenja ležišta u kontaktu sa sečivom
(prema *Hertz*-u)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

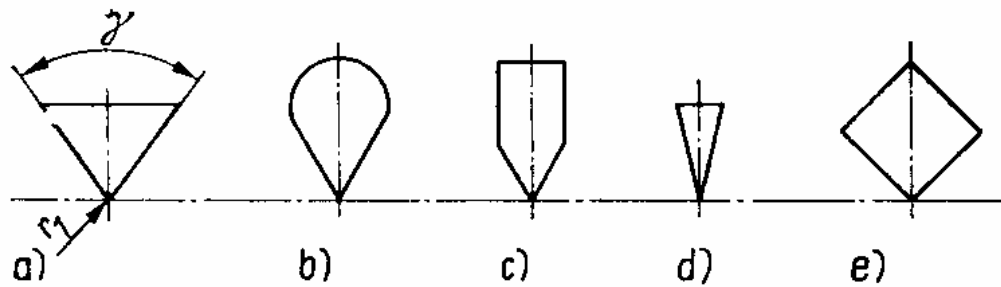
Kotrljajni ležajevi sa sečivima

Materijal ležišta i rukavaca sa sečivima je kaljeni ugljenični čelik ili dragi kamen. Iako je dragi kamen neosetljiv na hemijske uticaje, pogodan je za korišćenje samo kod manjih opterećenja. Čelik je, naprotiv, koroziono nepostojan, ali se primenjuje za veća opterećenja. Ležište mora uvek biti tvrđe od rukavca sa sečivom, kako ne bi dolazilo do ukopavanja sečiva u žleb.

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

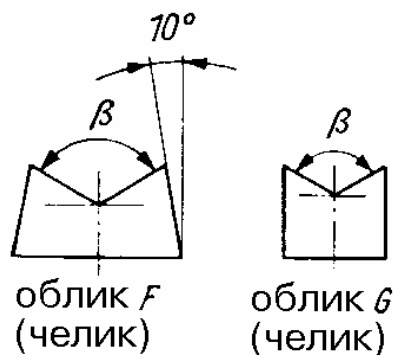
Konstruktivna izvođenja ležajeva sa sečivima

Ležajevi sa sečivima su sklopovi sastavljeni od elemenata standardizovanih oblika i na tržištu se nalaze kao gotovi proizvodi.



Profili sečiva:

- a) trougaoni
- b) kruškasti
- c) ravni
- d) visoki trougaoni
- e) četvorougao

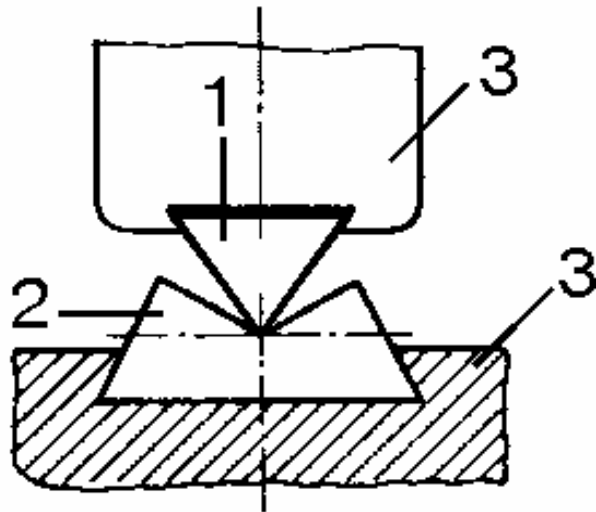


Standardni profili ležišta
(F - trapezni, G - pravougli)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Konstrukciona izvođenja ležajeva sa sečivima

Ugradnja elemenata kod ležajeva sa sečivima prikazana je na slici.



Elementi ležaja sa sečivom:

(1 - sečivo,

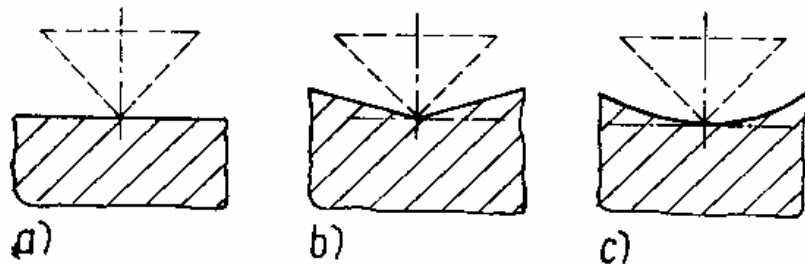
2 - ležište,

3 - osnovni materijal)

LEŽAJEVI SA SEČIVIMA

Konstrukciona izvođenja ležajeva sa sečivima

Ležajevi sa sečivima se uglavnom primenjuju kod mehaničkih vaga. Pritom, otpori pri kretanju najviše zavise od oblika ležišta. Najmanje otpore poseduju ravna ležišta, ali ne poseduju osiguranje od iskliznuća rukavaca. Ona se primenjuju kod veoma finih vaga. Kod trgovačkih vaga se uglavnom primenjuju ležišta V-oblika.



Osnovni oblici ležišta:

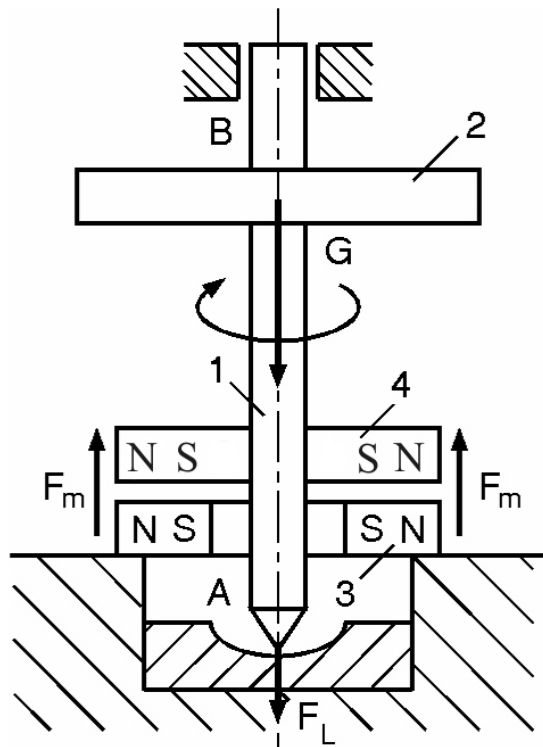
- a) ravno ležište
- b) ležište V-oblika
- c) cilindrično ležište

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Moment trenja u ležajevima prvenstveno zavisi od opterećenja ležišta. Zbog toga je potrebno opterećenja svesti na najmanju moguću meru. Jedna od mogućnosti za rasterećenje ležajeva je primena sile magneta.

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Vratilo (1), koje na sebi nosi disk (2), oslanja se preko ležišta (A i B) na noseću konstrukciju sistema. Težina vratila i diska G izaziva suviše veliki specifični pritisak u ležištu A, što za posledicu može imati havariju ležaja.



Prikaz sila u magnetno rasterećenom ležaju:

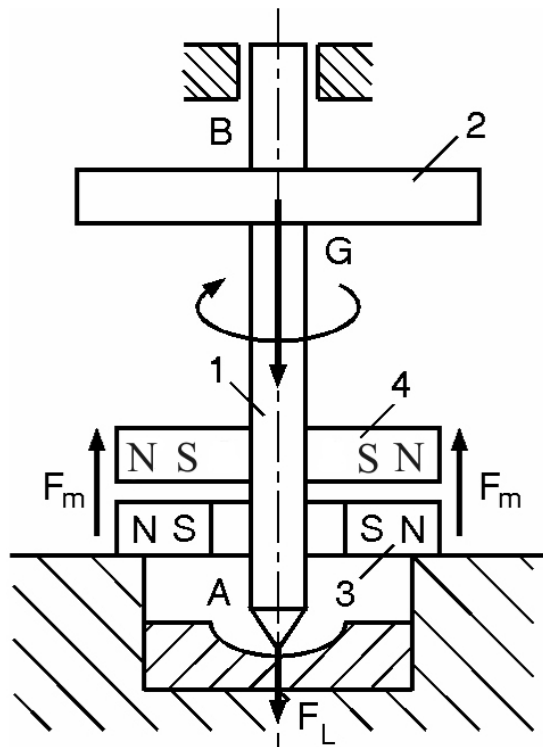
(1 - vratilo,

2 - disk,

3,4 - prstenasti magneti)

MAGNETNO RASTEREČENI LEŽAJI

U cilju smanjenja opterećenja, koriste se prstenasti magnet (3), koji je vezan za osnovni materijal, i prstenasti magnet (4), vezan za vratilo, sa prikazanim polaritetima.



Prikaz sila u magnetno rasterećenom ležaju:

(1 - vratilo,

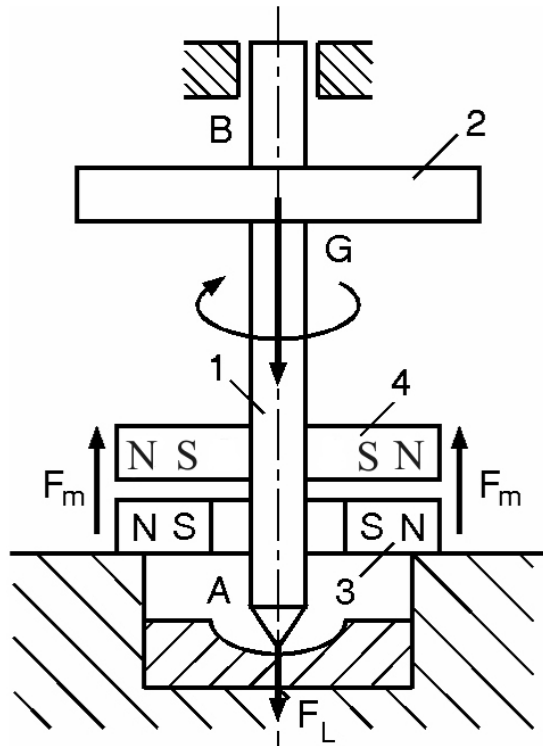
2 - disk,

3,4 - prstenasti magneti)

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Sila u ležištu F_L je: $F_L = G - F_m > 0$

Sila magneta F_m između feromagnetnih materijala u homogenom magnetnom polju magnetne gustine B_L i površine A data je izrazom: $F_m = 4 B_L^2 A$



Prikaz sila u magnetno rasterećenom ležaju:

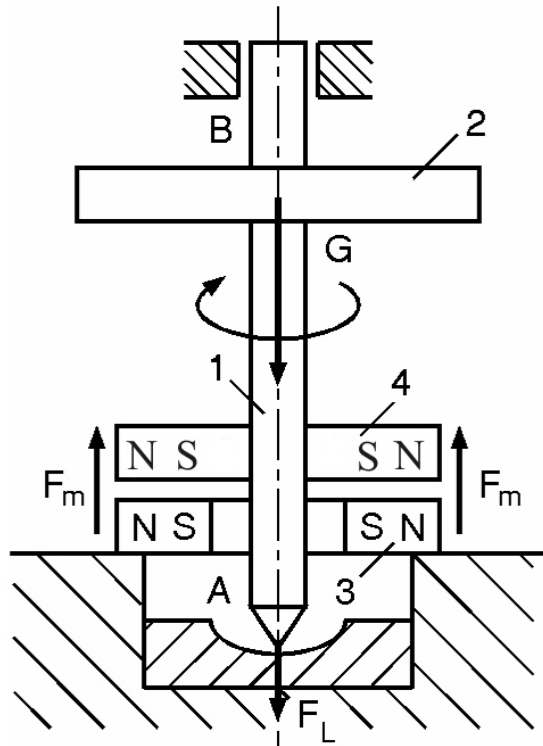
(1 - vratilo,

2 - disk,

3,4 - prstenasti magneti)

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Stvarna sila magneta se razlikuje od one definisane prethodnom jednačinom (usled nehomogenosti magnetnog polja, netačnosti montaže i sl.) i teško se može odrediti. Zbog toga se za njeno utvrđivanje pribegava eksperimentalnim postupcima.



Prikaz sila u magnetno rasterećenom ležaju:

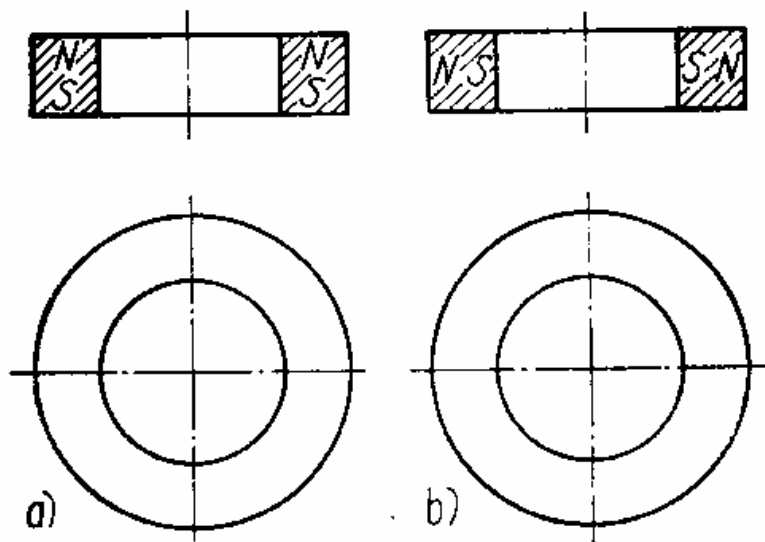
(1 - vratilo,

2 - disk,

3,4 - prstenasti magneti)

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Za rasterećenje ležajeva se primenjuju prstenasti ili cilindrični permanentni magneti, aksijalno i radijalno polarisani.

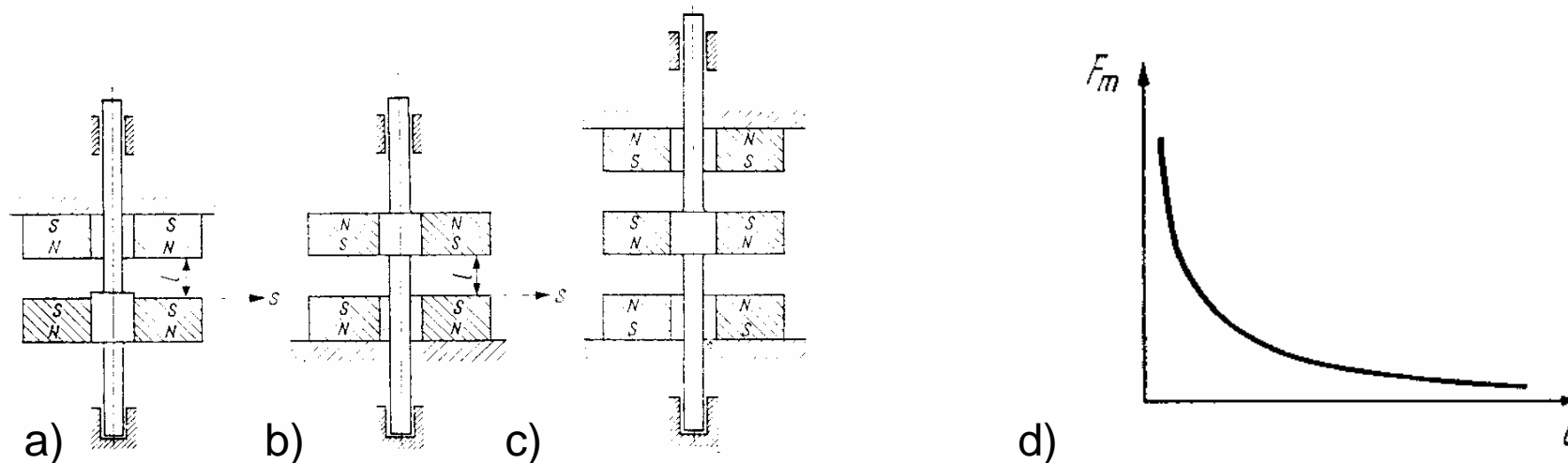


Prstenasti permanentni magneti:

- a) aksijalno polarisan
- b) radijalno polarisan

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Aksijalno polarisani magneti mogu međusobno zauzimati redni ili koaksijalni raspored. Kod rednog rasporeda aksijalno polarisanih magneta sila magneta F_m zavisi od rastojanja magneta l .

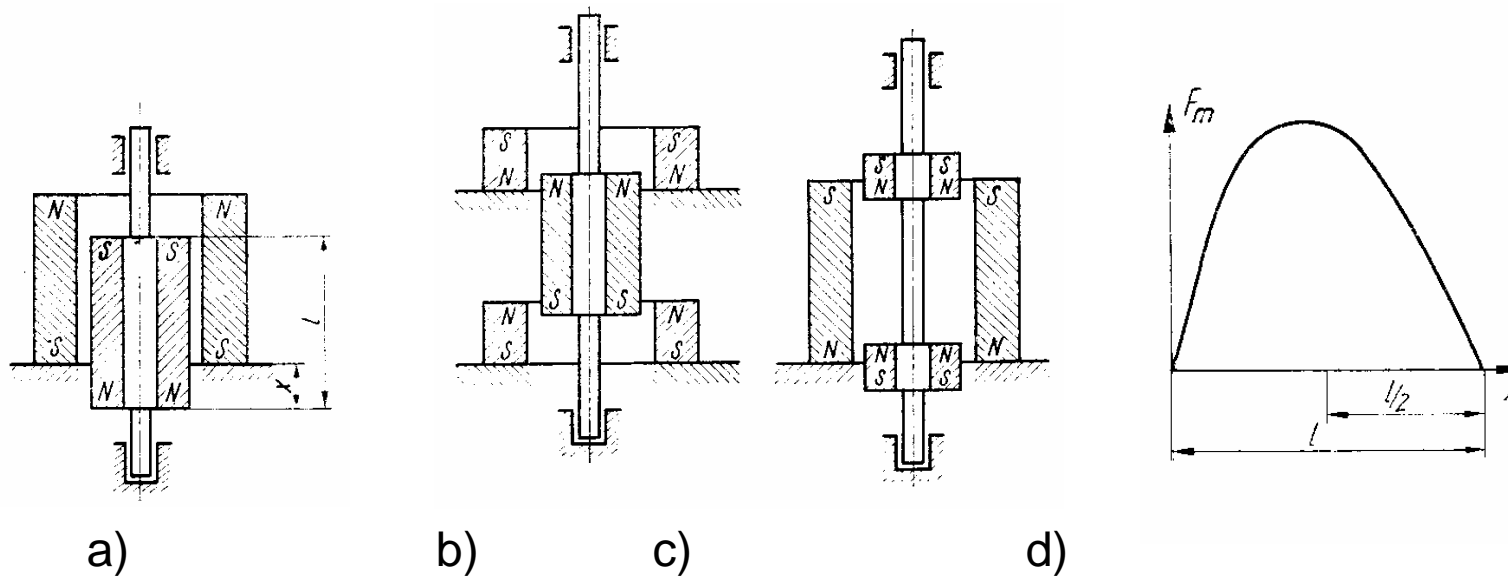


Redni raspored aksijalno polarisanih prstenastih magneta:

- a) sparivanje na privlačenje
- b) sparivanje na odbijanje
- c) sparivanje na dvostruko odbijanje
- d) zavisnost sile magneta F_m od rastojanja magneta l

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

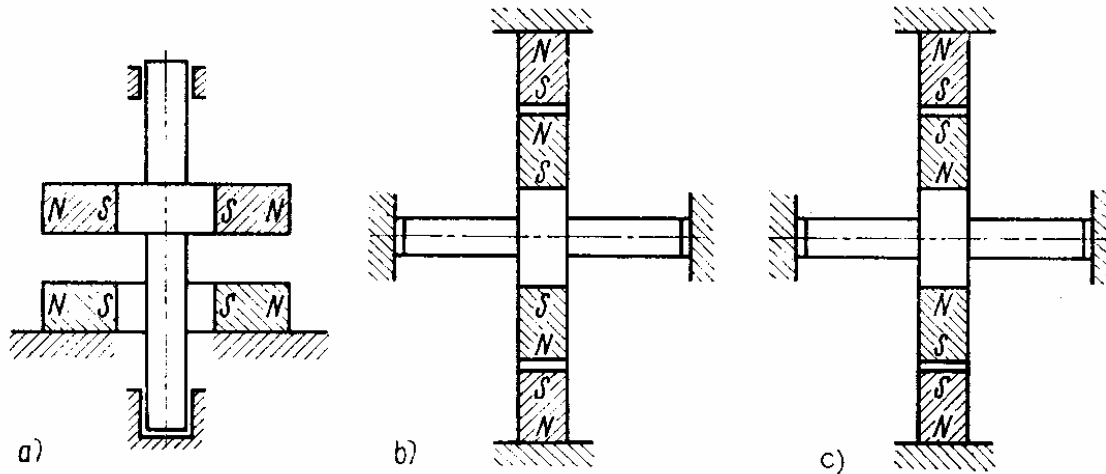
Kod koaksijalnog rasporeda aksijalno polarisanih magneta sila magneta F_m zavisi od dubine uranjanja x jednog magneta u drugi.



- Koaksijalni raspored aksijalno polarisanih cilindričnih i prstenastih magneta
- a) dva cilindrična magneta
 - b), c) tri magneta
 - d) zavisnost sile magneta F_m od dubine uranjanja x (za slučaj pod a))

MAGNETNO RASTEREČENI LEŽAJI

Radialno polarisani magneti se mogu primeniti na vertikalni i horizontalni položaj vratila, s napomenom da se kod primene na horizontalnim vratilima javljaju problemi stabilnosti.

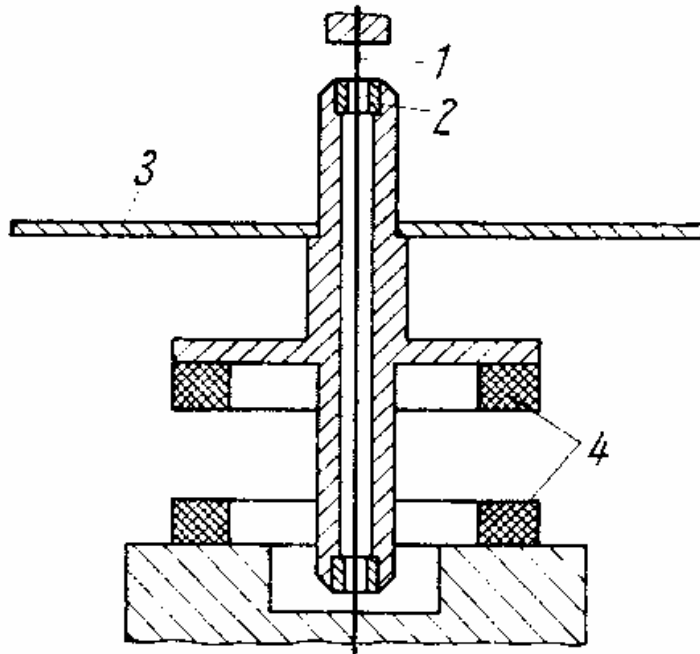


Raspored radialno polarisanih magneta:

- a) aksijalni raspored na odbijanje
- b) radialni raspored na privlačenje
- c) radialni raspored na odbijanje

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

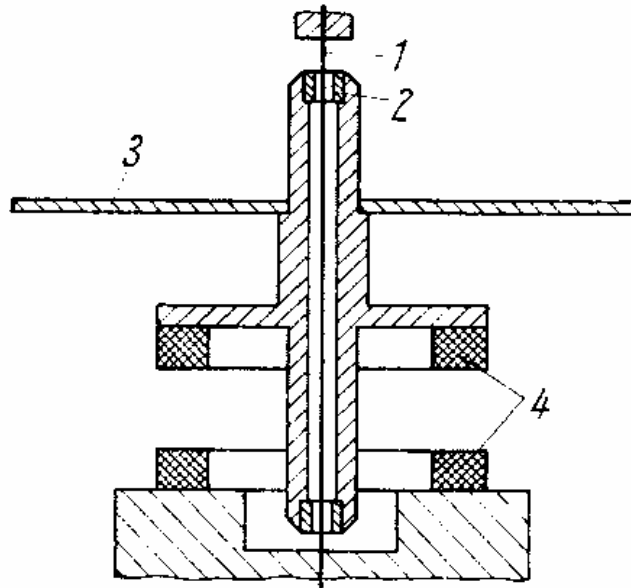
Magneti se primenjuju za rasterećenje ležajeva sa šiljcima i ležajeva sa sečivima. Pogodnim izborom sile magneta i odgovarajućim konstrukcionim izvođenjem mogu se ostvariti i lebdeći ležajevi.



Magnetni lebdeći ležaj:
(1 - žica za vođenje,
2 - udubljeno ležište,
3 - obrtni sistem,
4 - aksijalno polarisani magneti)

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Težina obrtnog sistema (3) se u potpunosti kompenzira dejstvom odbojnih sila aksijalno polarisanih magneta (4) u aksijalnom pravcu, tako da se javljaju samo radijalne mehaničke sile trenja. Praktično nema habanja između delova ležaja. Pri tome je konstrukcija ležaja izuzetno neosetljiva na udare, naročito u aksijalnom pravcu.



Magnetni lebdeći ležaj:
(1 - žica za vođenje,
2 - udubljeno ležište,
3 - obrtni sistem,
4 - aksijalno polarisani magneti)

MAGNETNO RASTEREĆENI LEŽAJI

Magneti se izrađuju, pre svega, od oksidno-keramičkih materijala za permanentne magnete, uglavnom sastavljenih iz oksida gvožđa i oksida barijuma, kojima se sinterovanjem daje željeni oblik.

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi nalaze primenu kod uležištenja bez zazora elemenata koji ostvaruju mala ugaona pomeranja. Ovi ležajevi takođe ispunjavaju i zahtev za ekstremno malim otporima pri kretanju i rade bez održavanja.

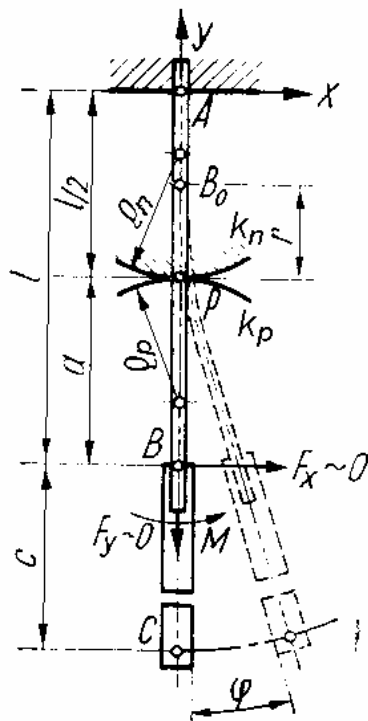
U primeni su opružni ležajevi sa:

- elementima opterećenim na savijanje;
- elementima opterećenim na uvijanje.

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Princip rada opružnih ležajeva sa elementima opterećenim na savijanje prikazan je na primeru jednostavnog elastičnog elementa na slici.



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

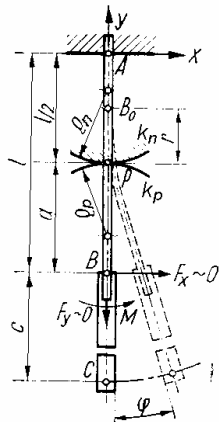
A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Elastični element **A-B** je uklješten u tački **A** u postolju, dok slobodni kraj u tački **B** nosi element **B-C**, koji izvodi kvazirotaciono kretanje. Tačka **B** ne vrši čisto obrtno kretanje oko nepokretnog trenutnog pola, već opšte ravansko kretanje oko trenutnog pola **P**, koje se može predstaviti kretanjem pokretne rulete k_p po nepokretnoj ruleti k_n .



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

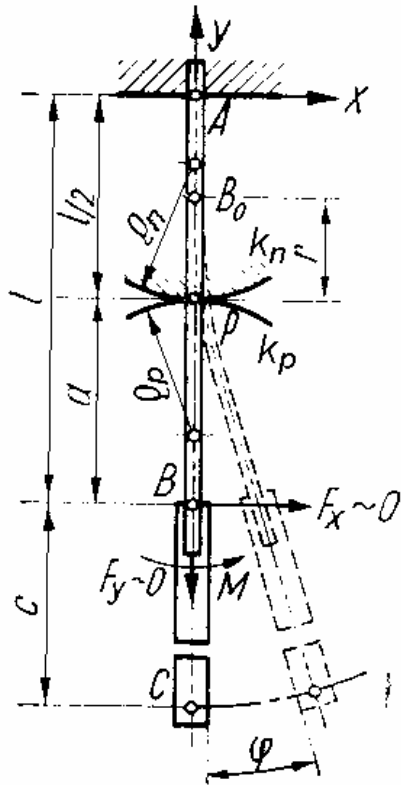
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Moment M potreban za ostvarivanje ugla savijanja φ iznosi:

$$M = \frac{EI_z \varphi}{l}$$

E - modul elastičnosti
 I_z - aksijalni moment inercije



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

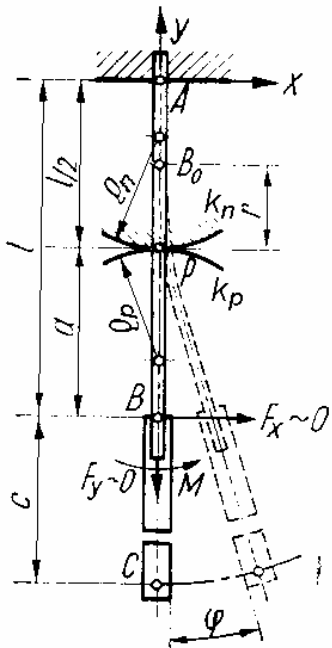
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Za koordinatni sistem x - y sa koordinatnim početkom u tački **A** i veoma male sile F_x i F_y , koje deluju u tački **B**, dobijaju se koordinate položaja trenutnog pola **P**:

$$x_p = \frac{l(\varphi - \sin \varphi)}{\varphi^2}$$

$$y_p = \frac{l(1 - \cos \varphi)}{\varphi^2}$$



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

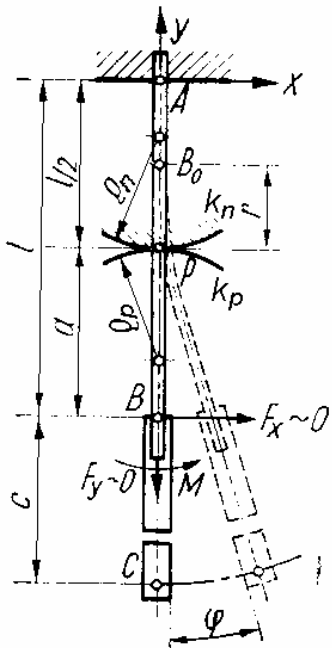
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Razvijanjem trigonometrijskih funkcija ($\sin \varphi$ i $\cos \varphi$) u redove, sa zanemarivanjem članova viših stepena, dobija se:

$$x_p = \frac{l\varphi}{6}$$

$$y_p = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{\varphi^2}{12} \right)$$



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M:

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

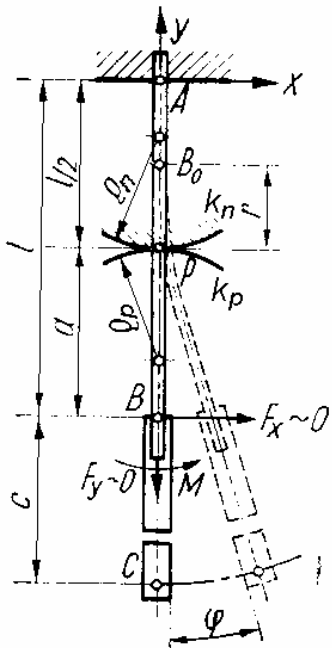
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Iz prethodnih jednačina se vidi da položaj trenutnog pola zavisi od ugla savijanja elastičnog elementa, na primer, za ugao savijanja $\varphi = 0$ koordinate položaja trenutnog pola iznose:

$$x_p = 0$$

$$y_p = \frac{l}{2}$$



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M:

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

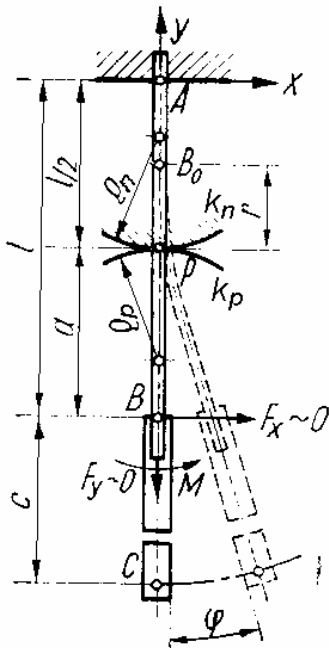
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Putanja tačke **B** je opisana jednačinama:

$$x_B = \frac{l(1 - \cos \varphi)}{\varphi} = \frac{\varphi l}{2}$$

$$y_B = \frac{l \sin \varphi}{\varphi} = l \left(1 - \frac{\varphi^2}{6} \right)$$



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

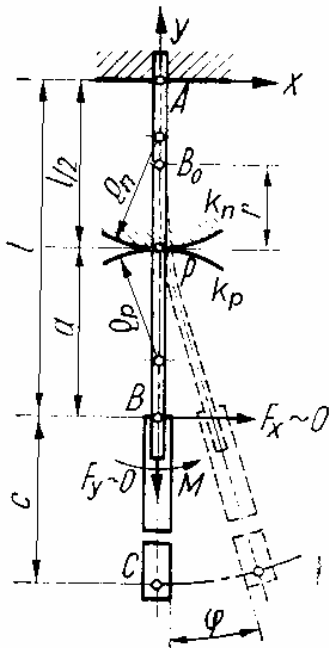
OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Putanja tačke C je opisana jednačinama:

$$x_C = c \sin \varphi + \frac{l(1 - \cos \varphi)}{\varphi} = \frac{\varphi(2c + l)}{2}$$

$$y_C = c \cos \varphi + \frac{l \sin \varphi}{\varphi} = c + l - \frac{\varphi^2(3c + l)}{6}$$



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M:

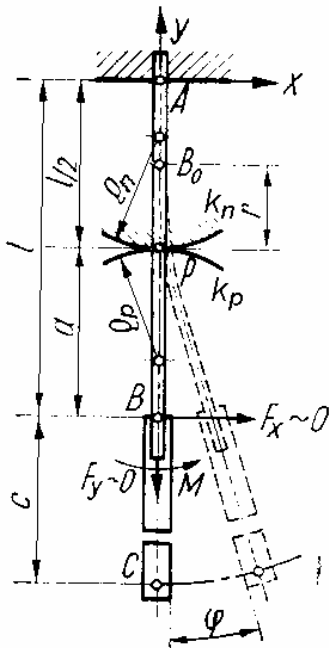
A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Ovakav jednostavni elastični element se uglavnom koristi za uležištenje klatna, kod mehaničkih vaga, itd. Poseban značaj ovi elementi imaju kod sistema koji moraju imati povratni moment. Ovakvi ležajevi mogu primiti samo sile zatezanja u pravcu elastičnog elementa.



Savijanje jednostavnog elastičnog elementa pod dejstvom momenta savijanja M :

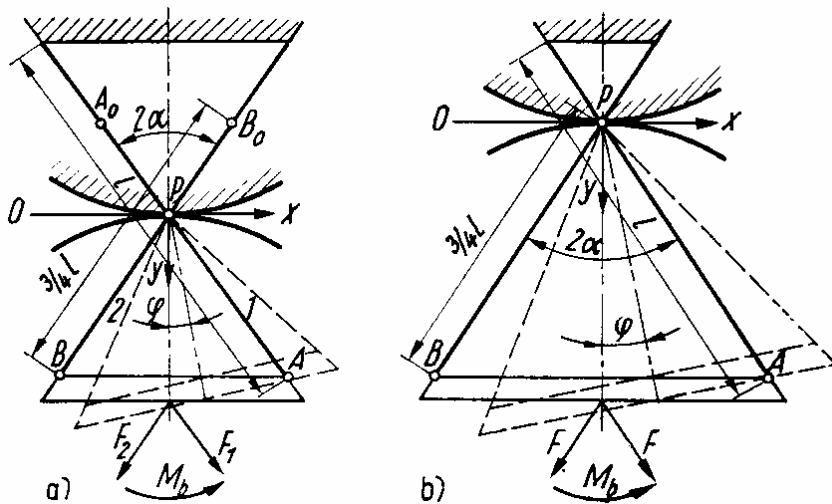
A, B - tačke učvršćivanja opruge opterećene na savijanje

F_x, F_y - sile u tački B

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

U cilju poboljšanja kinematskih karakteristika, umesto jednostavnog elastičnog elementa, upotrebljavaju se ukršteni elastični elementi.

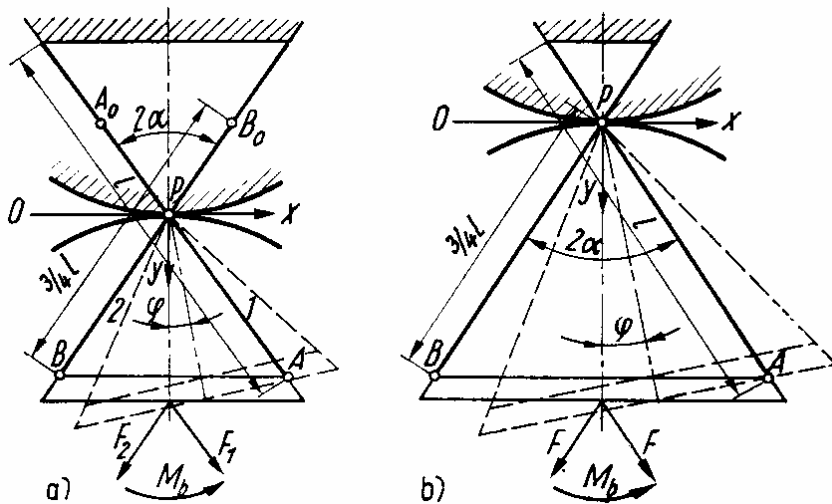


Savijanje ukrštenih elastičnih elemenata:
a) tačka ukrštanja je na polovini dužine elastičnih elemenata
b) tačka ukrštanja je na četvrtini dužine elastičnih elemenata
(1,2 - lisnate opruge, 0 - osa ukrštanja opruga)

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Ovakvi opružni ležajevi se sastoje iz dva jednostavna elastična elementa jednake krutosti, koji su sa jedne strane uklješteni u postolju, a sa druge strane zglobno vezani za uležišteni element **A-B**.

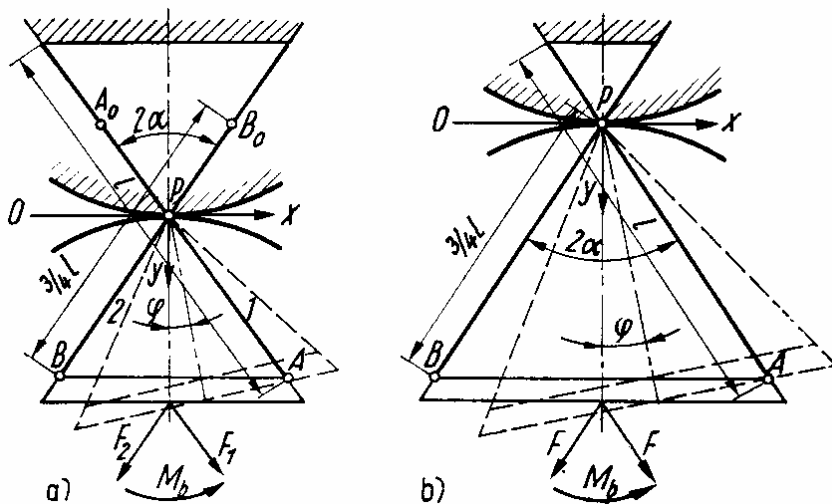


Savijanje ukrštenih elastičnih elemenata:
a) tačka ukrštanja je na polovini dužine elastičnih elemenata
b) tačka ukrštanja je na četvrtini dužine elastičnih elemenata
(1,2 - lisnate opruge, 0 - osa ukrštanja opruga)

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Na ovaj način se obrtna tačka elastičnih elemenata fiksira u blizini njihove presečne tačke. I ovde se u opštem slučaju javlja ravansko kretanje vođenih tačaka **A** i **B**, ali sa znatno manjim odstupanjem od idealnog obrtnog kretanja.

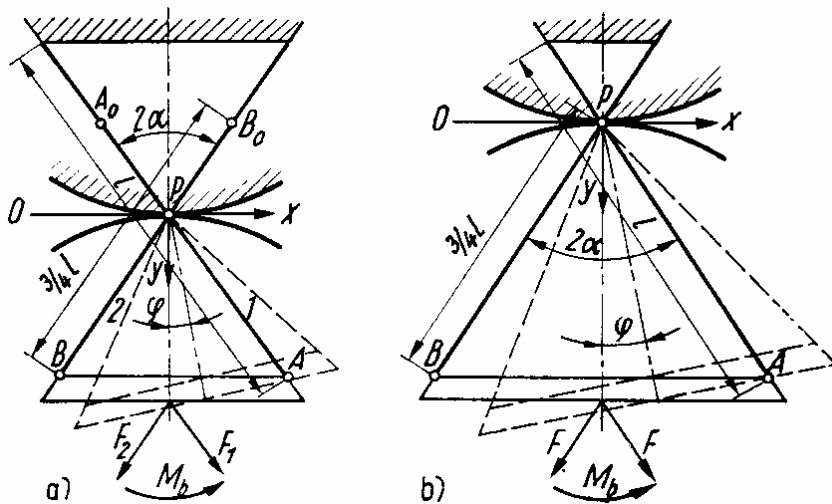


- Savijanje ukrštenih elastičnih elemenata:
- a) tačka ukrštanja je na polovini dužine elastičnih elemenata
 - b) tačka ukrštanja je na četvrtini dužine elastičnih elemenata
- (1,2 - lisnate opruge, 0 - osa ukrštanja opruga)

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na savijanje

Kinematskom analizom opšteg ravanskog kretanja tačkaka **A** i **B** može se odrediti položaj tačke ukrštanja elastičnih elemenata za koji vođeni element **A-B** ostvaruje čisto obrtno kretanje:



$$a = \frac{3l}{4}$$

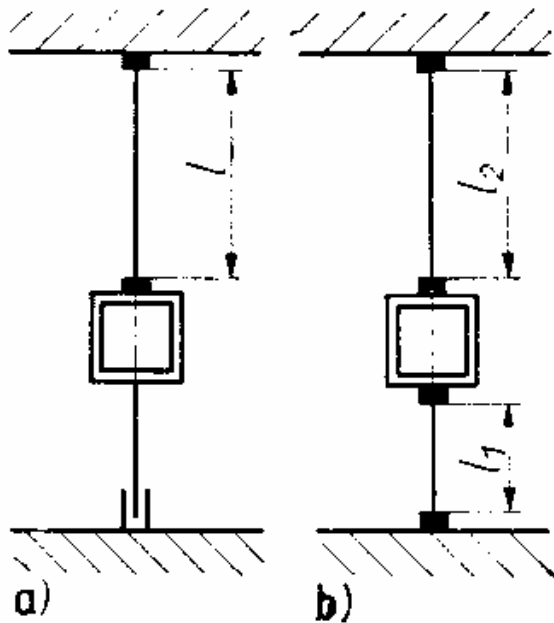
Savijanje ukrštenih elastičnih elemenata:

- a) tačka ukrštanja je na polovini dužine elastičnih elemenata
 - b) tačka ukrštanja je na četvrtini dužine elastičnih elemenata
- (1,2 - lisnate opruge, 0 - osa ukrštanja opruga)

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na uvijanje

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na uvijanje se koriste za osetljiva uležištenja i izvode se od elastičnih elemenata u obliku traka i žice od metala ili vlakana od kvarca.



Načini učvršćivanja sistema opruga opterećenih na uvijanje:

- a) uklještena sa jedne strane i oslonjena sa druge strane,
- b) uklještena sa obe strane

OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na uvijanje

Torzioni moment M koji ostvaruje ugao uvijanja φ iznosi:

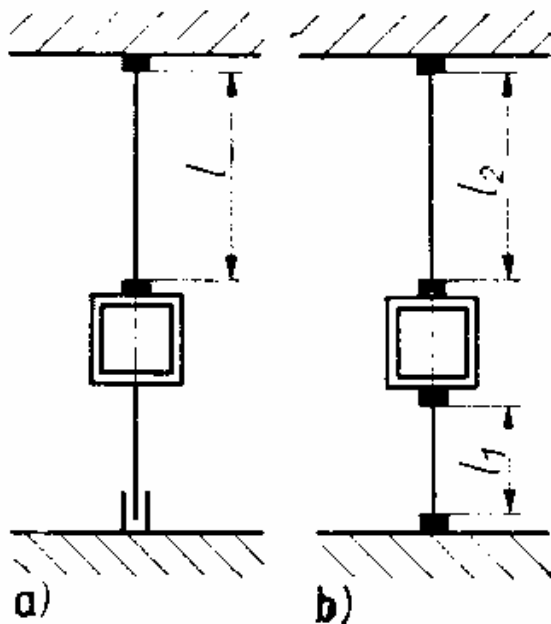
$$M = \frac{GI_0}{l} \varphi$$

G - modul klizanja

I_0 - polarni moment inercije

Načini učvršćivanja sistema opruga opterećenih na uvijanje:

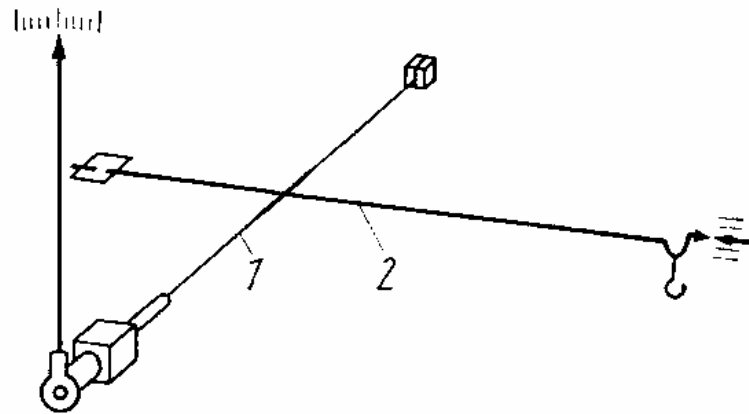
- a) uklještena sa jedne strane i oslonjena sa druge strane,
- b) uklještena sa obe strane



OPRUŽNI LEŽAJEVI

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na uvijanje

Opružni ležajevi sa elementima opterećenim na uvijanje se primenjuju u konstrukcijama sa horizontalnom ili vertikalnom obrtnom osom.



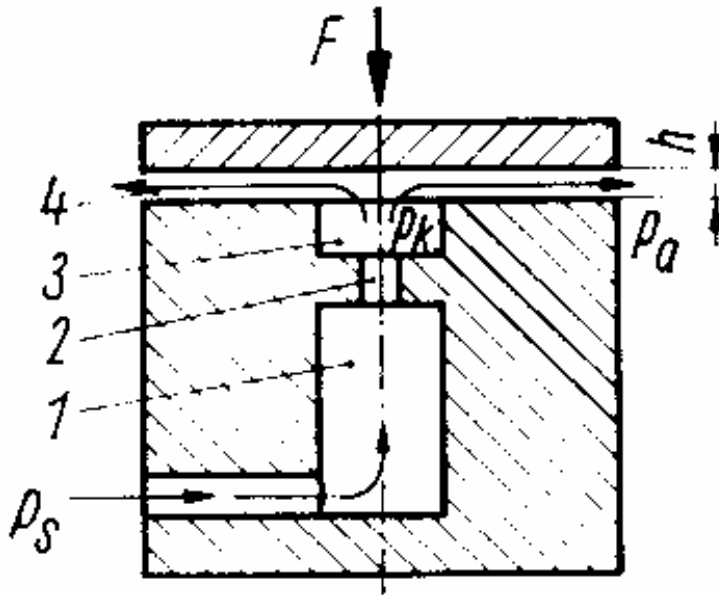
Horizontalno uležištenje sa torzionim elementom kod mikro-vage
(1 - torzioni element za uležištenje poluge kao merna spona,
2 - poluga)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Kod fluidnih ležajeva postoji stalno strujanje fluida (gasa ili tečnosti) pod pritiskom, tako da se između međusobno pokretnih delova formira podmazujući film. Nasuprot poznatom hidrodinamičkom efektu kod drugih vrsta ležajeva, ovde se neophodno potrebni pritisak fluida stvara van ležajeva. Pritisak fluida mora da obezbedi da se delovi ne dodiruju, nezavisno od toga da li miruju ili se kreću. Kao fluid se najčešće koristi vazduh.

FLUIDNI LEŽAJEVI

Princip rada vazdušnih ležajeva prikazan je na slici. Sabijeni vazduh pod pritiskom (p_s) se uvodi u predkomoru (1). U prigušnici (2) vazduh se ubrzava i smanjuje mu se pritisak. U komori (3) vazduh se smiruje, pre nego što, kroz vazdušni procep (4), izađe u atmosferu (p_a).

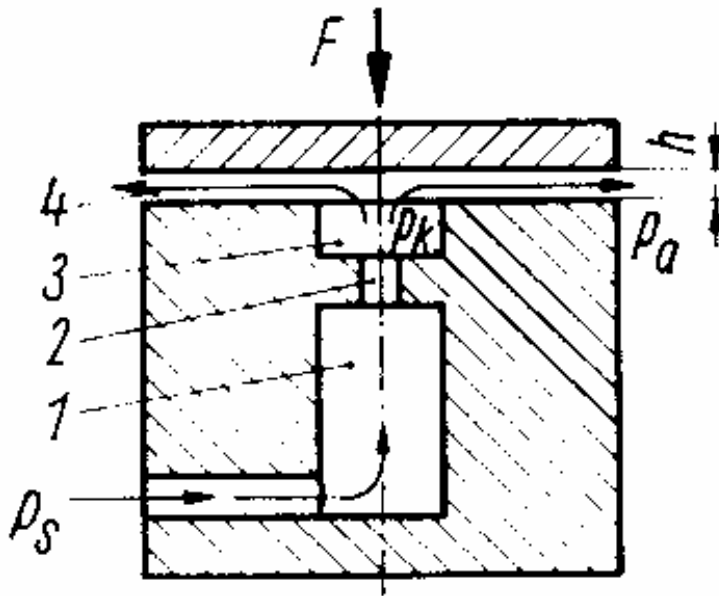


Princip rada vazdušnih ležajeva (osnovna jedinica):

- (1 - otvor za ustrujavanje,
- 2 - prigušnica,
- 3 - komora,
- 4 - vazdušni procep)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Pritisak u komori (p_k) zavisi od zazora između međusobno pokretnih delova (h). Manjim zazorom između delova postiže se veći pritisak i nosivost ležaja, kao i manja potrošnja vazduha.

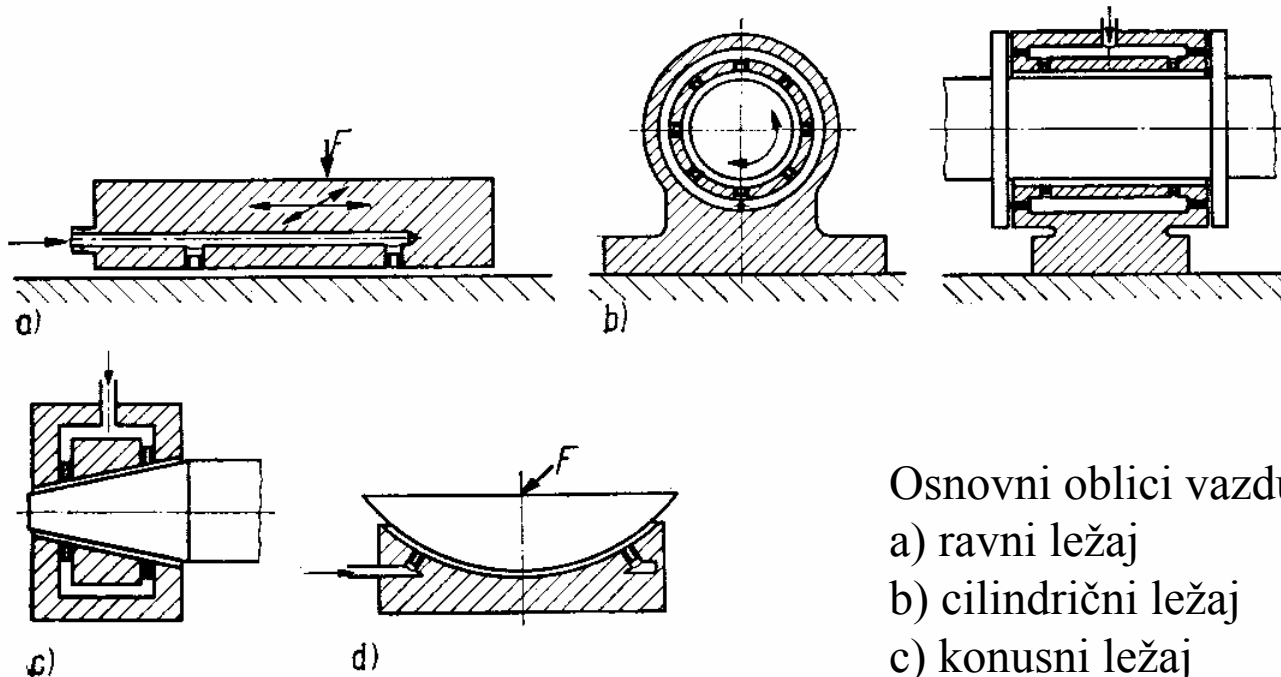


Princip rada vazdušnih ležajeva (osnovna jedinica):

- (1 - otvor za ustrujavanje,
- 2 - prigušnica,
- 3 - komora,
- 4 - vazdušni procep)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Vazdušni ležajevi se sastoje iz većeg broja gore prikazanih osnovnih jedinica. Na slici su prikazani neki oblici vazdušnih ležajeva.



Osnovni oblici vazdušnih ležaja:

- a) ravni ležaj
- b) cilindrični ležaj
- c) konusni ležaj
- d) sferni ležaj

FLUIDNI LEŽAJEVI

Kod cilindričnih i konusnih vazdušnih ležajeva izlazni otvori se raspoređuju u obliku venca po obodu ležajeva. Dovod vazduha se obavlja prstenastim kanalima. U zavisnosti od nivoa opterećenja u primeni je jedan ili veći broj venaca. Za razliku od konusnih, cilindrični vazdušni ležajevi ne mogu da primaju aksijalna opterećenja.

U opštem slučaju, kod sfernih vazdušnih ležajeva je dovoljan jedan venac izlaznih otvora ili, čak, samo jedan otvor u sredini, u slučaju manjih opterećenja. Sferni vazdušni ležajevi mogu primati sile različitih pravaca.

FLUIDNI LEŽAJEVI

Osobine fluidnih ležajeva

Osnovna prednost vazdušnih ležajeva je u veoma malom trenju, kao i zanemarljivom povećanju trenja pri prelazu iz stanja mirovanja u stanje kretanja, što je posledica veoma male dinamičke viskoznosti vazduha ($\eta = 1,83 \text{ mPas}$ pri 20°C). Tako se moment trenja M_r koji nastaje pri rotaciji ugaonom brzinom ω kod ravnih vazdušnih ležajeva prečnika D sa zazorom između delova h može izračunati primenom obrasca:

$$M_r = \frac{D^4 \pi \eta \omega}{32 h}$$

pri čemu praktično ne zavisi od opterećenja.

FLUIDNI LEŽAJEVI

Osobine fluidnih ležajeva

Vazdušni ležajevi su temperaturno neosetljivi, jer je zagrevanje uležištenih delova, zbog stalnog strujanja vazduha, veoma malo. Stoga se mogu primeniti u slučajevima kada se, zbog visokih temperatura, uobičajena podmazujuća sredstva ne mogu primeniti. Kako se uležišteni delovi međusobno ne dodiruju, vazdušni ležajevi rade praktično bez habanja, pa se isti mogu izrađivati od različitih materijala. Obično se, pored čelika, koriste laki metali, staklo, keramički i plastični materijali, itd. Odsustvo habanja omogućava takođe veoma dug radni vek vazdušnih ležajeva.

FLUIDNI LEŽAJEVI

Osobine fluidnih ležajeva

Prednost vazdušnih ležajeva je i u odsustvu nečistoća kod primene. Problemi pri zaptivanju, izuzev kod prigušnica, uopšte ne postoje, pošto vazduh odlazi u atmosferu.

Zahvaljujući navedenim osobinama, primena vazdušnih ležajeva je univerzalna, počev od najmanjih turbina do mašina sa veoma velikim opterećenjima.

Najveću opasnost za vazdušne ležajeve predstavlja prestanak dovodenja vazduha. Zbog toga se za ustrujavanje vazduha koriste jednostavna i sigurna postrojenja.

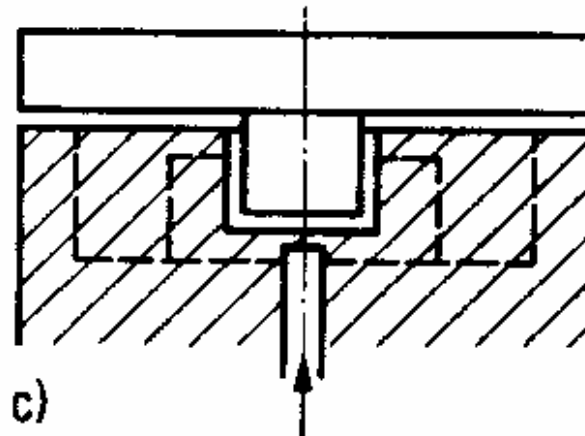
Da bi se ostvario vazdušni ležaj sa maksimalnom nosivošću i minimalnim utroškom vazduha potrebno je primeniti minimalni zazor između međusobno pokretnih delova. Pritom, najveći uticaj na nosivost nemaju mikro-, već makro-geometrijske osobine delova.

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstrukciona izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazdušnih ležajeva

Uležištenje obrtnih stolova je prikazano na slici. Obrtna platforma pliva na vazdušnom jastuku.



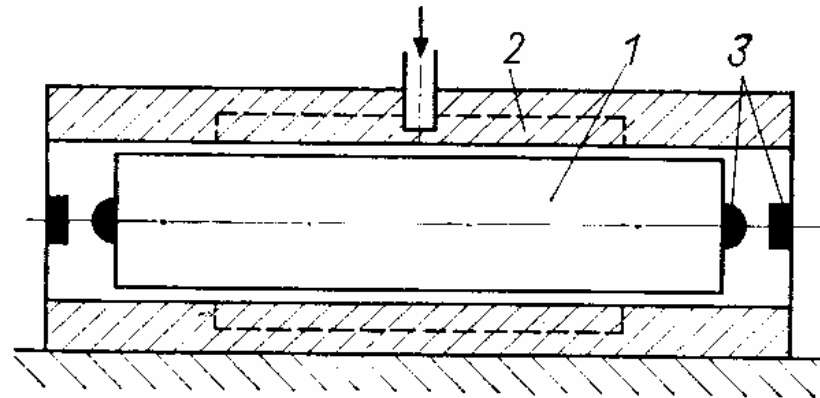
Uležištenje obrtnog stola
(- - - vazdušni kanali)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstrukciona izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazdušnih ležajeva

Libela kao vazdušno uležišteno vratilo pokazuje znatne prednosti u odnosu na klasično konstrukciono izvođenje vodene libele. Kod klasičnog rešenja nije moguće pokazivanje niti očitavanje na daljinu za primenu u mernoj tehnici.



Primer vazdušnog uležištenja kao libele

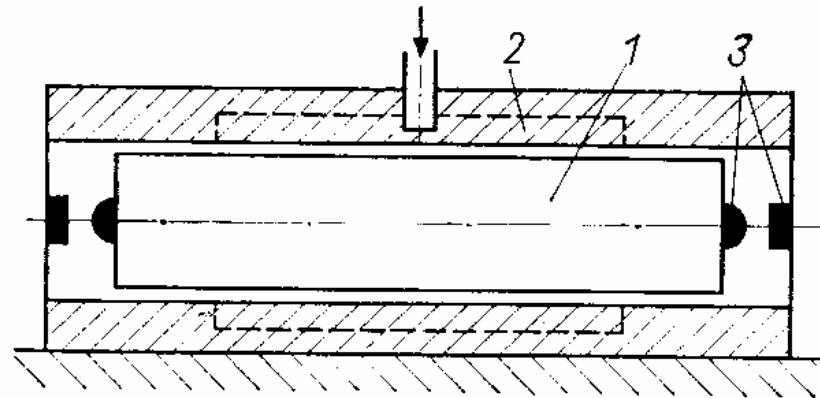
(1 - vratilo, 2 - vazdušni ležaj, 3 - električni kontakti)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstrukciona izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazdušnih ležajeva

Vazdušno uležišteno vratilo, prema slici, ima identičnu osetljivost na ugaona pomeranja, kao i vodena libela, a može biti izvedeno sa kontaktima na krajevima, za generisanje signala u cilju upravljanja ili regulacije.



Primer vazdušnog uležištenja kao libele

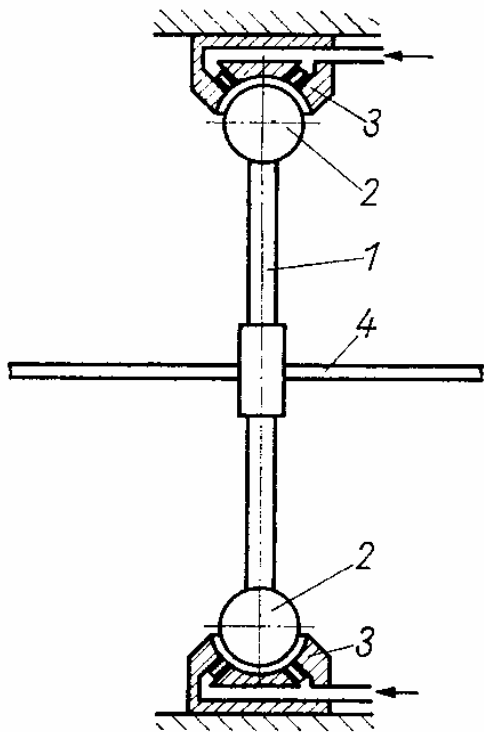
(1 - vratilo, 2 - vazdušni ležaj, 3 - električni kontakti)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstrukciona izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazдушnih ležajeva

Za uležištenje osovine mernog uređaja, kao zamena za ležajeve sa šiljcima, primenjuju se sferni vazdušni ležajevi, prikazani na slici.



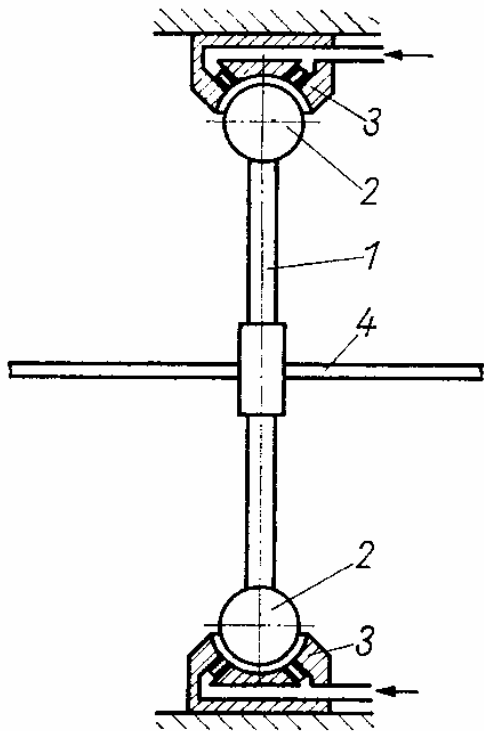
Šema uležištenja sfernim vazdušnim ležajevima:
(1 - osovina mernog uređaja,
2 - sfera,
3 - ležište u obliku polusfere,
4 - poluga za učvršćivanje delova mernog uređaja)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstrukciona izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazдушnih ležajeva

Gubici usled trenja su u ovom slučaju mnogo manji, a celokupna konstrukcija je mnogo manje osetljiva na dejstvo spoljašnjih sila i udare.



Šema uležištenja sfernim vazдушnim ležajevima:
(1 - osovina mernog uređaja,
2 - sfera,
3 - ležište u obliku polusfere,
4 - poluga za učvršćivanje delova mernog uređaja)

FLUIDNI LEŽAJEVI

Konstruktivna izvođenja fluidnih ležajeva

Primeri primene vazdušnih ležajeva

Posebno je značajna primena vazdušnih ležajeva kod vratila koja rotiraju veoma velikom brzinom ($10^5 - 2,5 \cdot 10^5$ o/min), zbog veoma malih gubitaka na trenje u vazdušnim ležajevima.