

1 . Odrediti oblast definisanosti sledećih funkcija:

- (a)  $z = x^2 + y^2$ ;
- (b)  $z = \frac{x - \sin x}{x^2 + y^2 + 3}$ ;
- (c)  $z = \ln x - \ln y$ ;
- (d)  $z = \ln \frac{x}{y}$ ;
- (e)  $z = \ln(x + y^2)$ ;
- (f)  $z = \sqrt{(x - 1)(y + 2)}$ ;
- (g)  $z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$ ;
- (h)  $z = \frac{e^x + e^y}{xy \cos x}$ .

2. Ispitati egzistenciju sledećih graničnih vrednosti:

- (a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{1 + x^2 + y^2}$ ;
- (b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ ;
- (c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$ ;
- (d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ .

3. Izračunati sledeće ponovljene vrednosti:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x - y}{x + y})$ ,  $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - y}{x + y})$ ;
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2})$ ,  $\lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2})$ .

4. Odrediti prve parcijalne izvode sledećih funkcija:

- (a)  $z = \ln(x + y^2)$
- (b)  $z = x^y$ ;
- (c)  $z = e^{xy}$ ;
- (d)  $z = \sin(x + y)$ ;
- (d)  $z = x^4 + 2y^3 + x^2 y + 2xy^2 + 3$ ;
- (e)  $z = x \cos y + y^3 \tan x + x^2 e^y + y \ln x$ ;
- (f)  $u = x^3 z + xy^3 z + xyz^3 + yz + 1$ .

5. Dokazati da funkcija  $z = \ln(e^x + e^y)$  zadovoljava sledeću jednakost  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$ .

6. odrediti totalni diferencijal sledećih funkcija:

- (a)  $z = 2x^3 + x^2 y + y$ ;
- (b)  $z = \frac{xy}{x - y}$ ;
- (c)  $z = \sin(xy)$ ;
- (d)  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

7. Odrediti jednačinu tangentne ravni i normale eliptičkog paraboloida  $z = \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2}$  u tački  $P(7, 2, 9)$ .

8. Napisati jednačinu tangentne ravni i prave normalne na elipsoid  $9x^2 + 4y^2 + z^2 - 29 = 0$  u tački  $P(1, -2, 2)$ .
9. Naći druge parcijalne izvode sledećih funkcija:  
 (a)  $z = x^4 + 2y^3 + x^2y + 2xy^2 + 3$ ;  
 (b)  $z = x \cos y + y^3 \tan x + x^2e^y + y \ln x$ ;  
 (c)  $z = e^x \cos y$ .
10. Dokazati da funkcija  $z = \arctan \frac{x}{y}$  zadovoljava jednačinu  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$ . Naći  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  i  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ .
11. Dokazati da funkcija  $z = \ln(e^x + e^y)$  zadovoljava jednakosti  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 1$  i  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - (\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y})^2 = 0$ .
12. Data je funkcija  $z = x^2 + y^2$ . Naći  $dz$  i  $d^2z$ .
13. Odrediti  $\frac{\partial z}{\partial x}$  i  $\frac{\partial z}{\partial y}$  ako je  $z = uv + u + v$ ,  $u = e^x + \sin y$ ,  $v = x^2 + y^2$ .
14. Odrediti  $\frac{\partial z}{\partial u}$  i  $\frac{\partial z}{\partial v}$  ako je  $z = ye^x$ ,  $x = u^2 + v^2$ ,  $y = uv$ .
15. Ako je  $x = e^u \cos v$  i  $y = e^u \sin v$  naći  $(\frac{\partial z}{\partial x})^2 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2$ .
16. Da li je tačka  $(0, 0)$  ekstremna vrednost funkcije  $z = x^2 - y^2$ .
17. Naći ekstremne vrednosti sledećih funkcija:  
 (a)  $z = x^3 + y^3 - 12xy$ ;  
 (b)  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$ .
18. Metodom eliminacije naći ekstremum funkcije  $z = e^{xy}$  pod uslovom  $x + y = 1$ .
19. Naći tačke uslovnih ekstremuma koje leže na preseku paraboloida  $z = x^2 + y^2$  i ravni  $x + y - 2 = 0$ .
20. Naći uslovne ekstremume funkcije  $z = ax + by$  ( $a, b \in R^+$ ) ako je  $x^2 + y^2 = 1$ .