

3.3. КОНУСНИ ЗУПЧАНИЦИ

3.3.1. Карактеристике и примена

Код конусних зупчаника осе обртања зупчаника се секу. Кинематске површине су конуси чији се врхови поклапају са тачком пресека оса обртања.

Конусни зупчаници, односно преносници са конусним зупчаницима, имају висок степен искоришћења. Међутим у односу на цилиндричне, код конусних зупчаника могуће је да се појаве додатне грешке при изради и монтажи, на шта треба посебно обратити пажњу. Грешке најчешће имају за последицу незадовољавајући траг ношења, појаву буке и вибрација или додатне силе у ослонцима. Да би се ово избегло потребне су следеће мере:

- ◆ висока тачност израде,
- ◆ ограничење дужине зупца,
- ◆ израда зупчаника са испупченим боковима зубаца,
- ◆ подешавање трага ношења у току монтаже аксијалним померањем малог зупчаника, а понекад и великог зупчаника,
- ◆ упаривање зупчаника конусног зупчастог пара на посебним испитним машинама, и њихова каснија монтажа као пара,
- ◆ коришћење релативно крутих кућишта.

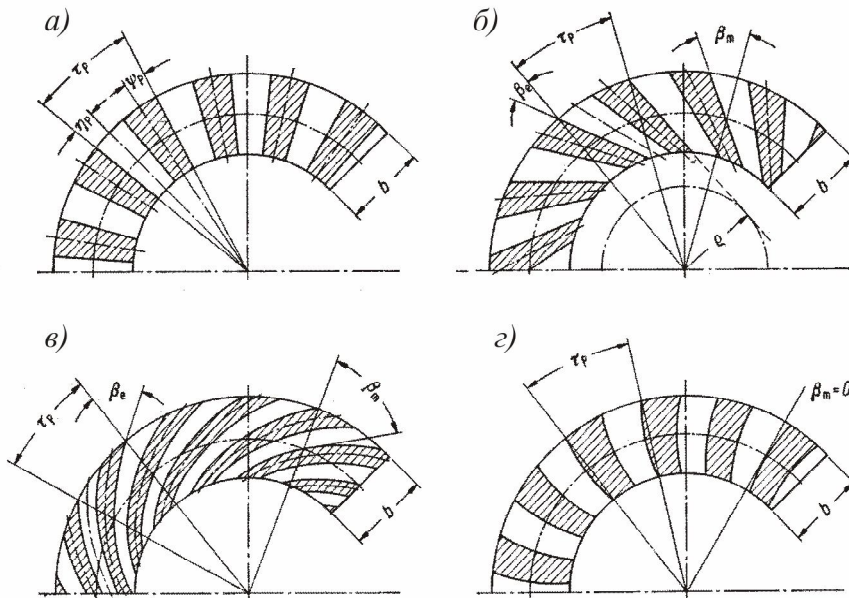
Облик бочне линије зупца зависи од путање врха ножа при обради, и сходно томе су и развијени одговарајући поступци израде зупчаника. Зависно од облика бочне линије зупца разликују се следећи типови конусних зупчаника (сл.34.1):

Конусни зупчаници са правим зупцима где, као и код цилиндричних зупчаника са правим зупцима, додир почиње и завршава се истовремено по целој дужини зупца. Због тога су ови зупчаници бучни у току рада, што им код нормалне израде ограничава примену до обимне брзине $v_{mt} \leq 6 \text{ m/s}$.

Конусни зупчаници са косим зупцима код којих праволинијска изводница бока зупца тангира кружницу пречника ρ . Код ових зупчаника зупци постепено улазе и излазе из захвата, тако да имају већи степен спрезања и мању промену крутости у току спрезања у односу на конусне зупчанике са правим зупцима. Због тога имају и мирнији рад. Код примене за високе бројеве обртаја и већа оптерећења најчешће су брушени ($v_{mt} < 50 \text{ m/s}$). Због конусности, угао нагиба бочне линије зупца β мења се дуж зупца.

Конусни зупчаници са лучним (кривим) зупцима имају закривљене бочне линије при чему долази до спрезања конкавног и конвексног бока

зупца. Зупци код ових зупчаника имају облик спирале, па се називају и спирални конусни зупчаници, а угао нагиба бочне линије - угао спирале. Облик лука бочне линије зупца зависи од поступка израде (Gleason, Oerlikon, Klingelnberg). Промена угла нагиба дуж зупца β је већа него код конусних зупчаника са косим зупцима. Ови зупчаници имају миран рад и већу носивост у односу на конусне зупчанике са косим зупцима, тако да се примењују за високо оптерећене брзоходе преноснике (небрушени за $v_{mt} \leq 30 \text{ m/s}$; брушени за $v_{mt} \leq 60 \text{ m/s}$).



Сл. 34.1. Конусни зупчаници са различитим облицима бочних линија, τ_p - подеони угао основног зупчаника, ψ_p - угао половине међузубља а) са правим зупцима; б) са косим зупцима (леви смер угла нагиба); в) са лучним зупцима (десни смер угла нагиба); г) са лучним зупцима са углом нагиба у средњем пресеку $\beta_m = 0^\circ$.

Специјални случај спиралних конусних зупчаника је када је угао нагиба зупца у средњем пресеку $\beta_m = 0^\circ$. Због подужне закривљености зупца, ови зупчаници имају већи степен спрезања и већу носивост у односу на зупчанике са правим зупцима, па се користе за веће обимне брзине ($v_{mt} \leq 10 \text{ m/s}$).

3.3.2. Геометрија конусних зупчаника

Основне кинематске површине конусних зупчастих парова су конуси, чији се врхови додирују у пресечној тачки оса обртања. Конусне површине додирују се дуж заједничке изводнице и котрљају се једна по другој без клизања. Осе конуса заклапају међусобни угао Σ , који најчешће износи 90° . Углови кинематских конуса δ_{w1} и δ_{w2} најчешће су једнаки угловима подеоних конуса δ_1 и δ_2 . Заједничка изводница је уствари кинематска оса, која такође

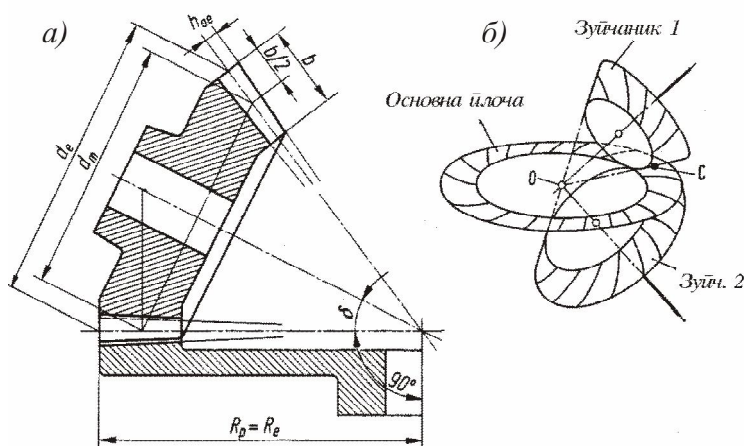
пролази кроз пресечну тачку оса обртања. Из једнакости обимних брзина оба конуса на кинематској оси следи израз за кинематски преносни однос:

$$u = \omega_1/\omega_2 = \sin \delta_{w2}/\sin \delta_{w1} \quad (34.1)$$

За осни угао $\Sigma = \delta_{w1} + \delta_{w2} = 90^\circ$ је:

$$u = 1/\tan \delta_1, \quad \text{односно} \quad u = \tan \delta_2 \quad (34.2)$$

Слично основној зупчастој летви код цилиндричних зупчастих парова, код конусних зупчастих парова може се дефинисати основна зупчаста плоча. За $\delta_2=90^\circ$ кинематска површина конусног зупчаника прелази у раван која врши обртно кретање, и такав зупчаник представља основну зупчасту плочу (сл. 34.2).



Сл. 34.2. Конусни зупчаник (а), односно конусни зупчasti пар (б), са припадајућом основном зупчастом плочом

Основна зупчаста плоча има облик кружне плоче чија величина зависи од броја зубаца спрегнутих зупчаника. Број зубаца основне зупчaste плоче може да се одреди према броју зубаца зупчаника конусног зупчастог пара, и за $\Sigma = 90^\circ$ износи

$$z_p = \frac{z_1}{\sin \delta_1} = \frac{z_2}{\sin \delta_2} \quad (34.3)$$

Преносни однос, осни угао и облик зубаца основне зупчaste плоче у потпуности одређује облик зубаца конусног зупчастог пара.

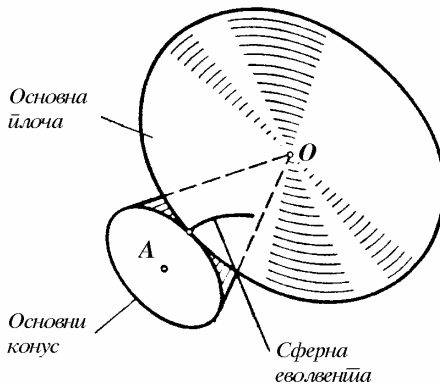
3.3.2.1. Облици профила зубаца конусних зупчаника

Спрезање бокова зубаца конусних зупчаника углавном се своди на спрезање њихових профила. Код цилиндричних зупчаника профил зупца добија се пресеком било које равни, која је управна на осу зупчаника. При томе су сви профили међусобно подударни. Код конусних зупчаника профил зупца добија се пресецањем зубаца било којом сфером чије је средиште у пресечној тачки оса обртања зупчаника. За различите пречнике ових сфера

дуж ширине зупчаника добијају се профили зубаца, који нису међусобно исти него су само слични.

Теоријска разматрања спрезања профила зубаца конусних зупчаника аналогна су спрезању профила зубаца цилиндричних зупчаника, при чему разматрања у равни треба заменити разматрањем на сфери уз примену сферне тригонометрије. Основном, подножном, подеоном, кинематском и теменом цилиндру одговарају основни, подножни, подеони, кинематски и темени конус, а чеоним површинама, одговарајуће сфере. Зупци су по висини ограничени подножним и теменим конусом, а по дужини спољашњом и унутрашњом сфером. У пракси се сферне површине замењују одговарајућим допунским конусима.

1. Сферно еволвентни конусни зупчасти парови



Сл. 34.3. Настанак сферне еволвенте

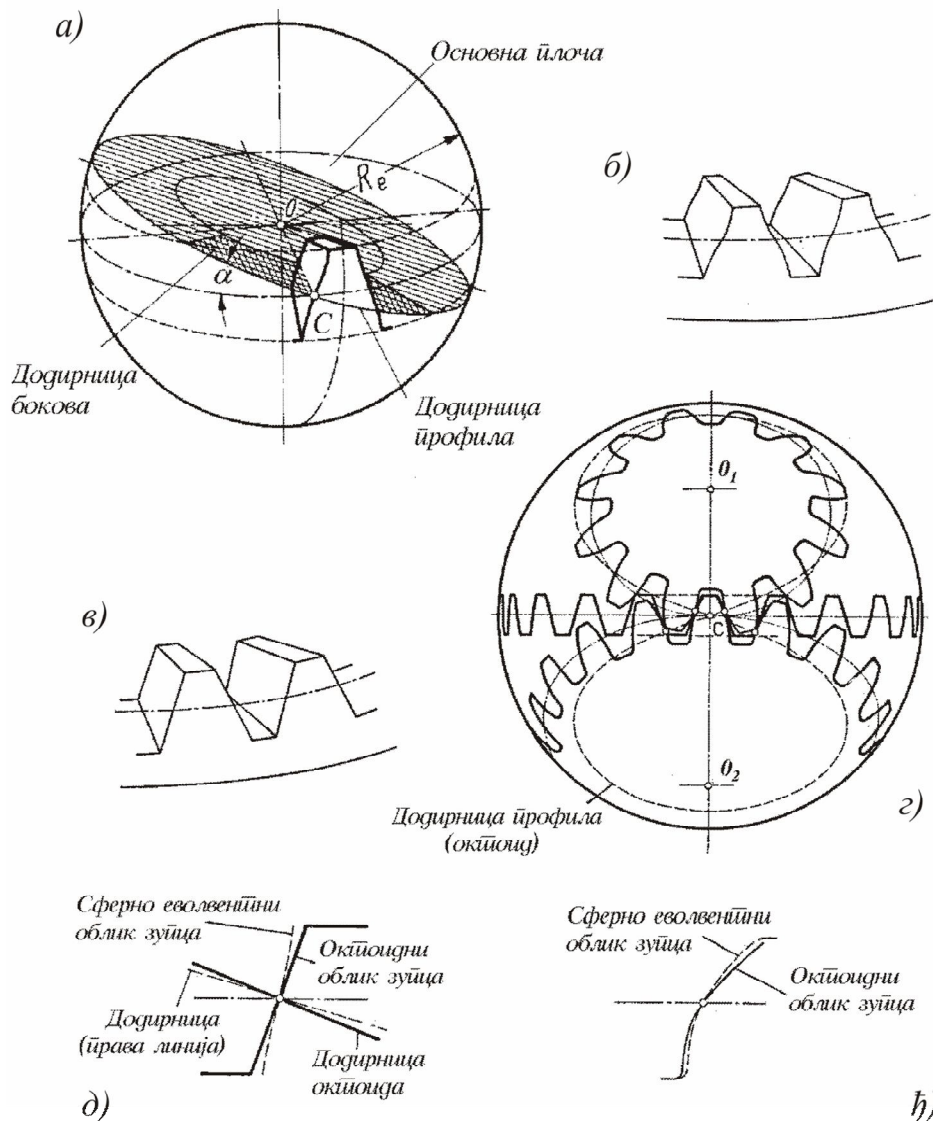
Сферна еволвента може да се дефинише као крива линија коју описује било која тачка равне основне плоче при њеном котрљању око основног конуса (сл. 34.3). При томе се основна плоча котрља и око тачке O , односно око врха основног конуса. Све тачке овако настале еволвенте подједнако су удаљене од тачке O . Скуп свих на овај начин насталих еволвенти на основном конусу образују еволвентну бочну површину зупца.

Додирница профила код сферно еволвентних конусних зупчаника је део кружног лука на посматраној сфери, а додирница бокова је равна (сл. 34.4,*a*). Бокови зубаца основне зупчасте плоче су у облику еволвенти сферних конусних површина. Изнад кинематске површине бокови (темени део зупца) имају издубљене, а испод (подножни део зупца) испупчене еволвентне површине. Једино на подеоној кружници бокови зубаца имају нагиб $\alpha = 20^\circ$. Према томе, основна зупчаста плоча сферно еволвентних конусних зупчаника има сложен облик (сл. 34.4,*b*), што отежава израду ових зупчаника. Због тога се сферно еволвентни конусни зупчаници ретко примењују.

2. Октоидни конусни зупчасти парови

У циљу лакше израде било би погодно ако би бокови зубаца основне зупчасте плоче били у облику равни (сл. 34.4,*в*). У том случају профили њених зубаца су профили кружнице на сфери, а додирница профила је крива линија на сфери у облику осмице (сл. 34.4,*г*). Због тога се ови зупчаници називају октоидни (лат. *octo* - осам). Додирница бокова зубаца је у облику октоидне

конусне површине, и за област која одговара висини зупца, односно која се нормално користи, може се заменити њеном тангентном равни.



Сл. 34.4. Додирница профила и бокова сферно еволвентних (а) и октоидних (г) конусних зупчаника. Облик зубаца основне зупчасте плоче сферно еволвентних (б) и октоидних (в) зупчаника, и профили зубаца основне зупчасте плоче (д) и зупчаника (ж)

Профили зубаца октоидних конусних зупчаника не разликују се много од профила зубаца сферно еволвентних конусних зупчаника (сл. 34.4, д, ж). По правилу разлика је мања од дозвољених одступања прописаних толеранцијама. Одступања би могла бити и већа код V-зупчастих парова, због разлике угла додирнице при изради и при спрезању. Због тога се код конусних

зупчаника махом користе нулти и V-нулти зупчasti парови (кинематски и подеони конуси се поклапају).

3.3.2.2. Основни профил код конусних зупчаника

Као што је већ речено, облици и мере конусних зупчаника одређени су обликом основне зупчaste плоче, који дефинише бочна линија и облик профила. Међутим величине профила зубаца мењају се од спољашње чеоне површине ка унутрашњој. Најчешће се као стандардни профил усваја пресек зубаца основне зупчaste плоче и спољашњег цилиндра полупречника R_p у развијеном облику. Вредности модула не морају да буду увек из реда стандардних бројева. Према DIN 3971, поред модула у спољашњем чеоном пресеку m_e , користе се као номинални модули и вредности модула у средњем пресеку m_m .

С обзиром да JUS нема стандарде за ову област, то ће се у даљем излагању користити препоруке DIN стандарда.

За израду конусних зупчаника развијени су већи број различитих поступака озубљења. Зависно од поступка израде, облици зубаца конусних зупчаника могу доста да одступају.

Октоидни конусни зупчаници могу бити израђени са померањем профила алата. Већина алата за израду конусних зупчаника имају могућност подешавања обраде испупченог и издубљеног бока зупца, независно један од другог. Могуће је, без додатних трошкова израде, извести одступања у односу на стандардни профил, чиме се добија читав низ могућности промена облика и димензија зубаца.

Код конусних зупчаника треба разликовати померање профила за промену висине зупца (x_h) и померање профила за промену дебљине зупца (x_s).

3.3.2.3. Облик бочне линије и угао нагиба зупца

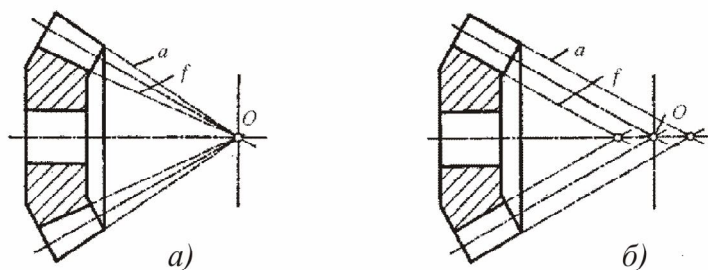
Кривина бочне линије зупца задата је радијусом врха ножа и поступком израде. Кривина је одређена углом β_m између тангенте на бочну линију и радијуса повученог из центра кроз пресечну тачку бочне линије и средње подеоне кружнице. Смер кривине је десни ако је угао са десне стране, а леви ако је са леве стране радијуса посматрано од средишта ка обиму.

При одређивању угла нагиба у средњем пресеку β_m треба имати у виду поступак израде зупчаника (Gleason, Klingelnberg, Oerlikon). Угао β_m се бира тако да је степен спрезања бочних линија $\varepsilon_\beta \geq 1,5$, јер је траг ношења код конусних зупчаника ограничен у погледу висине и дужине. При томе треба водити рачуна и о величини аксијалне силе, односно о носивости лежаја. Већа носивост зупчаника добија се уколико долази до спрезања издубљених бокова малог (погонског) зупчаника са испупченим боковима великог зупчаника. Смер угла нагиба бира се тако да аксијална сила делује од врха конуса ка зупчанику.

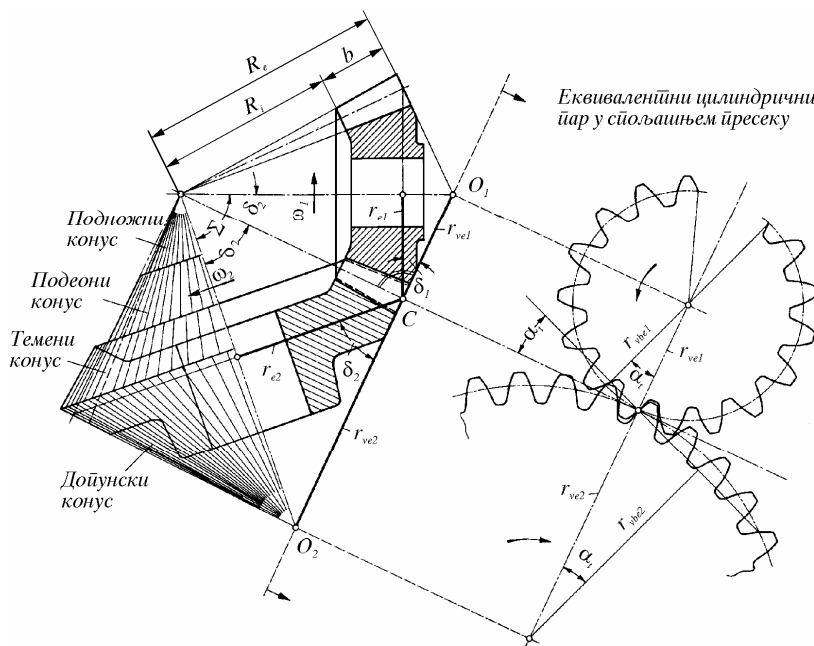
3.3.2.4. Допунски конуси и еквивалентни цилиндрични зупчasti пар

Кинематске површине конусних зупчастих парова су конуси чији се врхови додирују у истој тачки, и они се поклапају са подеоним конусима. Врхови темених и подножних конуса не морају међусобно да се поклопе. Код конусних зупчаника са константном висином зупца (сл. 34.5,б) изводнице темених и подножних конуса су паралелне у односу на изводнице подеоног конуса. При изради алат се креће увек паралелно изводници подножног конуса чиме се постиже већа тачност и једноставнија израда.

Недостатак конусних зупчаника са константном висином је што је зубац зупчаника на унутрашњој страни доста узан чиме се повећава опасност од подсецања. Носивост, као и бука и вибрације код конусних зупчаника са лучним зупцима је у оба случаја (сл. 34.5,а и б) приближно иста.



Сл. 34.5. Конусни зупчаници са променљивом (а) и константном (б) висином зупца



Сл. 34.6. Конусни зупчasti пар са допунским конусима и еквивалентним цилиндричним паром у спољашњем пресеку

За прорачун носивости конусних зупчаника користи се Тредголдова (Tredgold) апроксимација, која просторни проблем одређивања тачног облика зубаца своди на раван. При томе се сферне површине, којима се пресецају бокови зубаца да би се добили профили зубаца, преводе у допунске конусе (сл. 34.6).

Врхови допунских конуса леже на одговарајуће осе зупчаника, а њихове изводнице нормалне су на изводнице одговарајућих кинематских конуса, тако да тангирају сферу са средиштем у пресечној тачки оса. Код зупчасте плоче допунски конус прелази у цилиндар.

Конусно осно растојање је дужина изводнице подеоног конуса до одговарајућег допунског конуса. Разликује се спољашње R_e , унутрашње R_i и средње R_m конусно растојање.

Развијањем допунских конуса у одговарајуће равни добијају се два сектора са профилима зубаца еквивалентног цилиндричног пара, који приближно одговарају профилима зубаца посматраног конусног зупчастог пара. Основне геометријске величине еквивалентног цилиндричног пара, као што су угао додирнице α_t , корак профила зубаца p_t , дебљина зупца у чеоном пресеку s и висина зупца $h = h_a + h_f$, су исте као и код конусног зупчастог пара. Полупречници кинематских кружница еквивалентног цилиндричног пара r_{ve} једнаки су дужинама изводница одговарајућих допунских конуса:

$$r_{ve1} = d_{e1} / (2 \cos \delta_1); \quad r_{ve2} = d_{e2} / (2 \cos \delta_2).$$

Геометријске величине на овај начин добијеног еквивалентног цилиндричног пара односе се на чеони пресек. Зависно од тога да ли се ради о конусном зупчастом пару са правим, косим или лучним зупцима, добијају се еквивалентни цилиндрични парови са правим, косим или лучним зупцима.

За прорачун носивости конусних зупчастих парова, меродаван је еквивалентни цилиндрични пар који се добија за допунски конус у средњем пресеку (сл. 34.6).

Таблица 34.1. Геометријске мере конусних нултих и V-нултих зупчаних парова

1	Осни угао	$\Sigma = \delta_1 + \delta_2$
2	Углови кинематских конуса	$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + u}; \quad \tan \delta_2 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + 1/u}$ за $\Sigma = 90^\circ; \quad \tan \delta_1 = 1/u; \quad \tan \delta_2 = u$
3	Спољашње конусно растојање	$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \cdot \sin \delta_1} = \frac{d_{e2}}{2 \cdot \sin \delta_2}$
4	Унутрашње конусно растојање	$R_i = R_e - b = R_m - b/2$
5	Пречници спољашњих подеоних кружница	$d_{e1} = m_{et} \cdot z_1; \quad d_{e2} = m_{et} \cdot z_2 = u \cdot d_{e1}$
6	Пречници средњих подеоних кружница	$d_{m1} = d_{e1} - b \cdot \sin \delta_1 = \frac{m_{mn} \cdot z_1}{\cos \beta_m}$ $d_{m2} = d_{e2} - b \cdot \sin \delta_2 = u \cdot d_{m1}$
7	Преносни однос	$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}$
8	Модул у спољашњем чеоном пресеку	$m_{et} = \frac{d_{e1}}{z_1} = \frac{d_{e2}}{z_2} = \frac{m_{en}}{\cos \beta_e}$
9	Модул у средњем пресеку	$m_{mn} = m_{mt} \cdot \cos \beta_m; \quad m_{mt} = d_{m1}/z_1 = d_{m2}/z_2$
10	Угао нагиба основног пр.	$\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$
11	Пречници темених кружница	$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} \cdot \cos \delta_1; \quad d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} \cdot \cos \delta_2$
12	Пречници подножних кружница	$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} \cdot \cos \delta_1; \quad d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} \cdot \cos \delta_2$
Конусни зупчаници са променљивом висином зупца (меродавно m_{et})		
13	Угао теменог конуса	$\delta_{a1} = d_1 + v_{f2} \quad (za \ v_{a1} = v_{f2})$ $\delta_{a2} = d_2 + v_{f1} \quad (za \ v_{a2} = v_{f1})$
14	Угао подножног конуса	$\delta_{f1} = \delta_1 - v_{f1}; \quad \delta_{f2} = \delta_2 - v_{f2}$
15	Угао главе зупца	усвојено: $v_{a1} = v_{f2}; \quad v_{a2} = v_{f1}$
16	Угао ноге зупца	$\tan v_{f1} = h_{fe1}/R_e; \quad \tan v_{f2} = h_{fe2}/R_e$
17	Висина главе зупца	$h_{ae1} = m_{et}(1+x_{he}) = h_{am1} + (b \cdot \tan v_{a1})/2$ $h_{ae2} = m_{et}(1+x_{he}) = h_{am2} + (b \cdot \tan v_{a2})/2$
18	Висина ноге зупца	$h_{fe1} = m_{et}(1+c_p^* - x_{he})$ (c_p^* - коефицијент теменог зупца) $h_{fe2} = m_{et}(1+c_p^* + x_{he})$ ($c_p^* = 0, 1 \dots 0,3$)

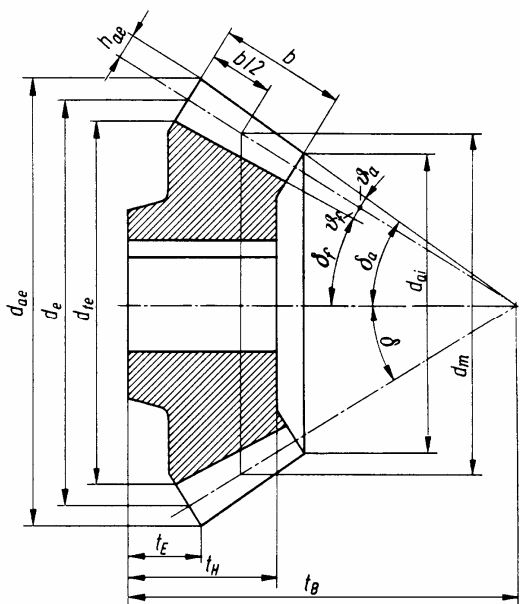
Таблица 34.1. (наставак)

Конусни зупчаници са константном висином зупца (меродавно m_{mn})		
19	Угао теменог конуса = угао подножног конуса	$\delta_{a1} = \delta_{f1} = \delta_1; \quad \delta_{a2} = \delta_{f2} = \delta_2$
20	Угао главе зупца = угао ноге зупца	$v_a = v_f = 0$
21	Висина главе зупца	$h_{am1} = m_{mn}(1+x_{hm}); \quad h_{am2} = m_{mn}(1-x_{hm})$
22	Висина ноге зупца	$h_{fm1} = m_{mn}(1+c_p^*-x_{hm}); \quad h_{fm2} = m_{mn}(1+c_p^*+x_{hm})$
Подаци за еквивалентни (виртуални) цилиндрични пар према Tredgold-у		
23	Угао нагиба основног профила	$\alpha_{vn} = \alpha_n; \quad \tan \alpha_{vt} = \tan \alpha_{mt} = \tan \alpha_n / \cos \beta_m$
24	Угао нагиба зупца	$\beta_{vm} = \beta_m; \quad \sin \beta_{vb} = \sin \beta_m \cdot \cos \alpha_n$
25	Преносни однос	$u_v = z_{v2}/z_{v1} = u \cdot \cos \delta_1 / \cos \delta_2 = \tan \delta_2 / \tan \delta_1$
26	Преносни однос за $\Sigma=90^\circ$	$u_v = u^2 = (z_2/z_1)^2$
27	Број зубаца	$z_{v1} = z_1 / \cos \delta_1; \quad z_{v2} = z_2 / \cos \delta_2$
28	Број зубаца за $\Sigma=90^\circ$	$z_{v1} = z_1 \sqrt{(u^2 + 1)/u^2}; \quad z_{v2} = z_2 \sqrt{u^2 + 1} = u^2 \cdot z_{v1}$
29	Број зубаца у нормалном пресеку	$z_{vn} = z_v / (\cos^2 \beta_{vb} \cdot \cos \beta_m)$
30	Пречници подеоних (кинематских) кружница	$d_{v1} = d_{m1} / \cos \delta_1; \quad d_{v2} = d_{m2} / \cos \delta_2$
31	Осно растојање	$a_v = (d_{v1} + d_{v2}) / 2$
32	Пречници темених круж.	$d_{va1} = d_{v1} + 2h_{am1}; \quad d_{va2} = d_{v2} + 2h_{am2}$
33	Пречник основне кружнице	$d_{vb} = d_v \cdot \cos \alpha_{vt}$
34	Модул	$m_{vt} = m_{mt} = \frac{d_{m1}}{z_1} = \frac{d_{v1}}{z_{v1}} = \frac{d_{v2}}{z_{v2}}; \quad m_{vn} = m_{mn} = m_{mt} \cdot \cos \beta_m$
35	Померање профила	$x_{hm1,2} = (h_{am1,2} - h_{am2,1}) / 2m_{mn}$
36	Ширина зупчаника	$b_v = b$
37	Број обртаја	$n_v = n \cdot (d_m / d_v)$
38	Додирни лук профила	$g_{va} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{d_{va1}^2 - d_{vb1}^2} + \sqrt{d_{va2}^2 - d_{vb2}^2} \right) - a_v \cdot \sin \alpha_{vt}$
39	Степен спрезања профила	$\varepsilon_{va} = g_{va} \cdot \cos \beta_m / (m_{mn} \cdot \pi \cdot \cos \alpha_{vt})$
40	Степен спрезања бочних линија	$\varepsilon_{v\beta} = b \cdot \sin \beta_m / (m_{mn} \cdot \pi)$
41	Укупни степен спрезања	$\varepsilon_{v\gamma} = \sqrt{\varepsilon_{va}^2 + \varepsilon_{v\beta}^2}$
42	Парцијални степен спрезања	$\varepsilon_{v1,2} = \frac{z_{v1,2}}{2\pi} \left\{ \left[(d_{va1,2}/d_{vb1,2})^2 - 1 \right]^{1/2} - \tan \alpha_{vt} \right\}$

3.3.2.5. Геометријске мере конусних зупчаника

На основу напред наведених теориских разматрања и сл. 34.6 могу се добити основне геометријске мере конусних зупчастих парова. За прорачун геометријских мера конусних зупчаника чија се висина зупца смањује од спољашње ка унутрашњој чеоној површини меродаван је модул у спољашњем чеоном пресеку m_{et} , а код конусних зупчаника са константном висином зупца меродаван је модул у средњем нормалном пресеку m_{mn} .

Изрази за прорачун основних геометријских величина конусног зупчастог пара дати су у табlici 34.1. У изразима су коришћени допунски индекси "e", "m", "i" за спољашњи, средњи и унутрашњи пресек (сл. 34.7), односно за одговарајући допунски конус. Остали индекси имају исто значење као и код цилиндричних парова. У табlici су такође дати и изрази за прорачун геометријских мера за еквивалентни цилиндрични пар у средњем пресеку (индекс "v"), који су неопходни за прорачун носивости.



Сл. 34.7. Димензије конусног зупчаника

Растојање између ослоне површине и врха подеоног конуса одређено је величином t_B , која се користи код уградње зупчаника. Овом величином одређен је положај једног зупчаника у односу на спрегнути (сл. 34.7).

3.3.3. Израда конусних зупчаника

Према облику профила зубаца основне зупчасте плоче, конусни зупчаници деле се на октоидне и сферно еволвентне. Израда сферно еволвентних зупчаника је јако компликована, и могуће је извести копирањем помоћу шаблона, због чега се ови зупчаници ретко примењују.

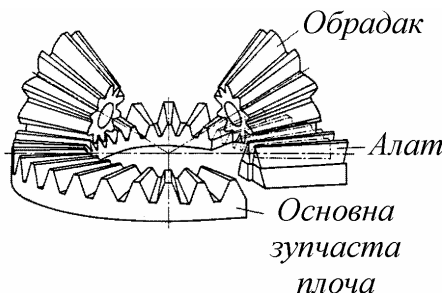
Модул зупчаника, који се најчешће задаје за спољашњи чеони пресек, по могућности треба бирати из прилога ПЗ1-1. У циљу избегавања могућег лома зупца на чеоним ивицама, препоручује се да модул у средњем нормалном пресеку буде у границама $m_{mn} = b/8 \dots b/12$.

Граничне вредности померања профила алата x_h као и гранични бројеви зубаца конусних зупчастих парова одређују се на исти начин као и код цилиндричних зупчастих парова, али на основу података о еквивалентном цилиндричном пару.

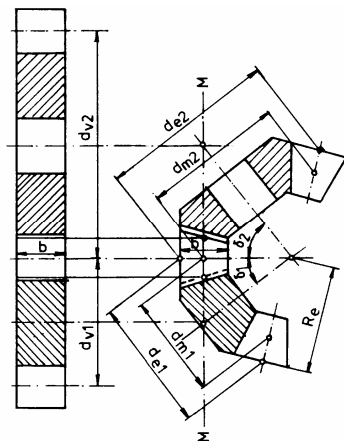
Растојање између

Код конусних зупчастих парова са октоидним профилима, бокови зубаца су у облику равни, тако да профил основне зупчасте плоче одговара стандардном профилу цилиндричних еволвентних зупчаника, што олакшава њихову израду. Конусне зупчанике са правим зупцима могуће је обрадити релативним котрљањем алата у односу на радни предмет. Обрада се врши помоћу два алата са праволинијским изводницама (сл. 34.8), који се крећу тако да описују бок зупца основне зупчасте плоче. Носач алата и радни предмет имају идентично кретање као и спрезање конусног зупчаника и основне зупчасте плоче. После обраде једног међузубља, зупчаник се окреће за један корак и обрађује се следеће међузубље. На сличан начин могу се обрађивати и конусни зупчаници са косим зупцима.

За обраду конусних зупчаника са лучним зупцима развијени су у свету неколико поступака обраде. Димензије конусних зупчаника са лучним зупцима зависе од поступка израде, што треба имати у виду при прорачуну и конструкцији ових зупчаника. Основне карактеристике ових поступака су следеће.



34.8. Принцип израде конусних зупчаника са правим зупцима



Сл. 34.9. Еквивалентни цилиндрични зупчасти пар у средњем пресеку

Gleason: Бочна линија зупца је у облику кружног лука. Висина и дебљина зупца као и међузубља су конусног облика. Угао нагиба зупца креће се од $0^\circ \dots 45^\circ$, али се нормално узима до 35° .

Oerlikon - spiromatic: Бочна линија зупца је у облику епициклоиде. Висина зупца је константна. Код N - озубљења нормални модул је највећи у средњем пресеку, а идући ка бочним странама смањује се.

Угао нагиба зупца најчешће се креће у границама $30^\circ \dots 50^\circ$.

Klingelnberg - paloid: Бочна линија зупца је еволвента. Висина зупца је константна. Дебљина зупца у нормалном пресеку приближно је иста дуж зупца. Угао нагиба зупца (угао спирале) нормално се креће у границама $35^\circ \dots 38^\circ$.

Klingelnberg - ciklo - paloid: Бочна линија зупца је епициклоида. Висина зупца - константна. Нормални модул и нормални подеони корак профила су приближно константни дуж зупца. Угао нагиба зупца креће се у границама $0^\circ \dots 45^\circ$.

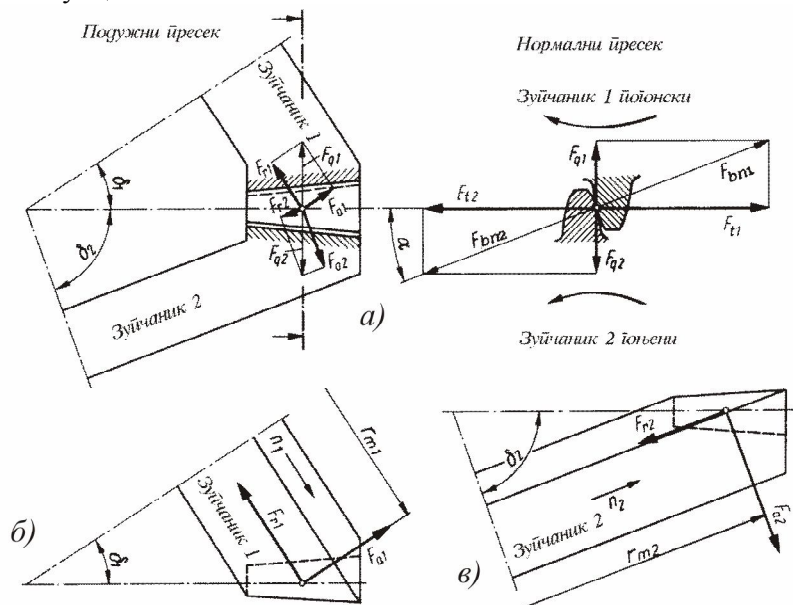
3.3.4. 3.4.4. Носивост конусних зупчаника

Прорачун носивости конусних зупчаника идентичан је као и прорачун носивости цилиндричних зупчаника, али се при томе прорачун изводи за еквивалентни цилиндрични зупчasti пар у средњем пресеку (сл. 34.9), чије се димензије могу да одреде према изразима датим у табlici 34.1.

3.3.4.1. Силе код зупчаника са правим зупцима

Меродавне силе на зупцима код конусних зупчаника одређују се за средњи пресек. На сл. 34.10 приказан је конусни зупчasti пар са правим зупцима са силама у нормалном и подужном пресеку, при чему је $\Sigma \neq 90^\circ$. Погонски зупчаник 1 делује на гоњени зупчаник 2 нормалном силом F_{bn2} (у смеру окретања зупчаника 2), а сам прима силу F_{bn1} (супротно од смера окретања зупчаника 1). Нормалне силе на боку зупца F_{bn1} и F_{bn2} разложене су на своје компоненте у тангентном F_{t1} и F_{t2} и попречном правцу F_{q1} и F_{q2} . У односу на осе обртања зупчаника попречне компоненте F_{q1} и F_{q2} разложене су на силе у аксијалном правцу F_{a1} и F_{a2} и силе у радијалном правцу F_{r1} и F_{r2} .

Сходно напред изложеном, са сл. 34.10 следе изрази за одређивање обимних F_t , радијалних F_r и аксијалних F_a сила на конусном зупчастом пару са правим зупцима.



Сл. 34.10. Силе код конусних зупчаника са правим зупцима: а) у нормалној и подужној равни; б) на зупчанику 1; в) на зупчанику 2

◆ Погонски зупчаник 1

$$F_{t1} = \frac{T_1}{r_{m1}}; \quad F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_1; \quad F_{a1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_1 \quad (34.4a)$$

◆ Гоњени зупчаник 2

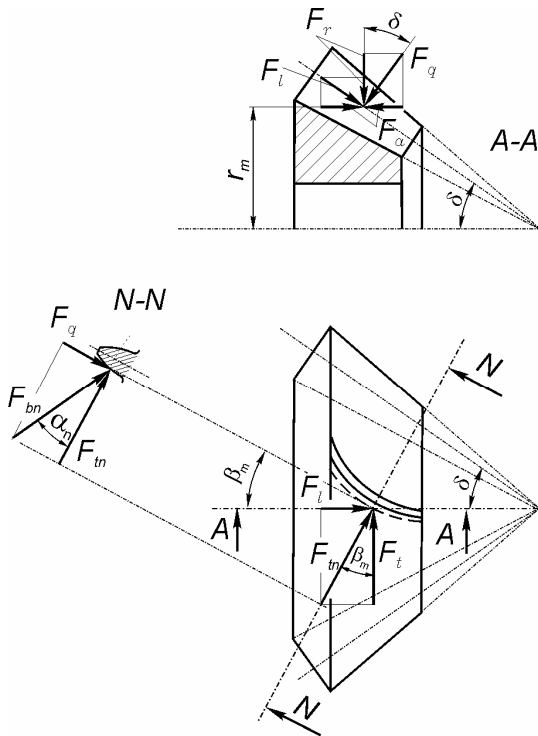
$$F_{t2} = \frac{T_2}{r_{m2}} = F_{t1}; \quad F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_2; \quad F_{a2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_2 \quad (34.46)$$

У изразима (34.4) T_1 и T_2 су номинални обртни моменти на зупчаницама 1 и 2 у Nmm ; r_{m1} и r_{m2} - полупречници подеоних кружница у средњем пресеку у mm ; α - угао нагиба основног профила (најчешће 20°); δ_1 и δ_2 - углови подеоних конуса зупчаника.

За случај да је $\Sigma = 90^\circ$, добија се $F_{a1} = F_{r2}$ односно $F_{a2} = F_{r1}$.

3.3.4.2. Силе код зупчаника са косим и лучним зупцима

Као и код зупчаника са правим зупцима, меродавне силе код конусних зупчаника са косим и лучним зупцима одређују се за средњи пресек. Ради



Сл. 34.11. Силе код конусних зупчаника са косим и лучним зупцима

поједностављења надаље ће бити приказане силе само на једном зупчанику. У нормалном пресеку $N-N$ на подеоним конусу (сл.34.11) зубац зупчаника оптерећен је нормалном силом F_{bn} , која је разложена на компоненте F_{tn} и F_{qn} . Обимна сила у нормалном пресеку F_{tn} разложена је надаље на обимну силу у средњем пресеку F_t и подужну силу F_l . У пресеку $A-A$ подужна F_l и попречна F_q сила разлажу се на компоненте у радијалном и аксијалном правцу.

Сходно напред изложеном, са сл. 34.11 следе изрази за одређивање обимних F_t , радијалних F_r и аксијалних F_a сила код конусних зупчаника са косим односно лучним зупцима.

$$F_t = \frac{T}{r_m}$$

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cdot \cos \delta \pm \sin \beta_m \cdot \sin \delta) \quad (34.5)$$

$$F_a = \frac{F_t}{\cos \beta_m} (\tan \alpha_n \cdot \sin \delta \mp \sin \beta_m \cdot \cos \delta)$$

где је су: T - номинални обртни момент у Nmm ; r_m - полупречник подеоне кружнице у средњем пресеку у mm ; $\alpha_n = 20^\circ$; δ_m - угао нагиба зупца у средњем пресеку; δ - угао подеоног конуса зупчаника.

У изразима (34.5) горњи знак односи се за случај када је код зупчаника нападнут испупчен бок зупца, а доњи ако је нападнут издубљен бок.

Коришћењем одговарајућих индекса добијају се интензитети сила на погонском и гоњеном зупчанику. За $\Sigma = 90^\circ$, добија се $F_{a1} = F_{r2}$ односно $F_{a2} = F_{r1}$.

3.3.4.3. Фактори оптерећења

♦ **Фактор радних услова** K_A одређује се према прилогу ПЗ3-1.

♦ **Фактор унутрашњих динамичких сила** K_v , за подкритично подручје бројева обртаја ($z_1 \cdot v_{m1}/100$) $\sqrt{u^2/(u^2 + 1)} < 10$ m/s) одређује се према:

$$K_v = f_F K_{350} N + 1 \quad (34.6)$$

где је f_F - фактор корекције оптерећења који се одређује према прилогу ПЗ4-2, а величина $K_{350} N$ одређује се према прилогу ПЗ4-1.

♦ **Фактор расподеле оптерећења на парове зубаца** $K_{F\alpha} = K_{H\alpha}$ одређује се као и код цилиндричних зупчаника према прилогу ПЗ3-7.

♦ **Фактори расподеле оптерећења дуж бочне линије** $K_{F\beta}$, $K_{H\beta}$. Због испупченог облика бокова зубаца, траг ношења има елиптични облик, због чега долази до повећања површинског притиска за 1,5 пута у односу на његову средњу вредност. При томе се сматра да не долази до оптерећења ивице зупца, односно носећа ширина износи $b_{eH} = 0,85b$. Поред тога положај зупчаника на препусту доводи до већих деформација вратила и лежаја, што такође неповољно утиче на расподелу оптерећења дуж бочне линије.

Због сложеног облика зубаца, тачан прорачун расподеле оптерећења дуж бочне линије је доста компликован. Због тога се овај фактор приближно одређује према табелици ПЗ4.4, при чему се узима $K_{F\beta} = K_{H\beta}$.

3.3.4.4. Прорачун носивости по критеријуму издржљивости бокова зубаца (питинг)

1. Радни напони бокова зубаца

Радни напони на боковима зубаца конусних зупчаника одређују се за еквивалентни цилиндрични пар у средњем пресеку (сл. 34.9) према следећем изразу:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_{LS} \cdot Z_\beta \cdot Z_B \cdot Z_K \sqrt{\frac{F_{m1}}{d_{v1} b} \cdot \frac{u_v + 1}{u_v} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}} \quad (34.7)$$

Фактори у изразу (34.7) имају исто значење као и код цилиндричног зупчастог пара. K_A , K_v , $K_{H\alpha}$, $K_{H\beta}$ су фактори оптерећења. Фактор облика бока зупца Z_H одређује се према изразу (33.27), према подацима за еквивалентни цили- ндрични зупчasti пар. Фактор еластичности материјала Z_E одређује се према прилогу ПЗ3-8, а фактор угла нагиба Z_β према изразу (33.29) за $\beta = \beta_m$. Фактор конусних зупчаника Z_K износи $Z_K = 0,8$. Фактор једноструке спреге Z_B

одређује се према изразу (33.30) према подацима за еквивалентни цилиндрични пар.

Фактор расподеле оптерећења дуж додирнице Z_{LS} узима у обзир расподелу оптерећења између додирних линија два или више парова зубаца у истовременој спреси. Одређује се према следећим изразима:

$$Z_{LS} = 1 \quad \text{за} \quad \varepsilon_{v\gamma} \leq 2 \quad (34.8)$$

$$Z_{LS} = \left\{ 1 + 2 \left[1 - \left(\frac{2}{\varepsilon_{v\gamma}} \right)^{1.5} \right] \sqrt{1 - \frac{4}{\varepsilon_{v\gamma}^2}} \right\}^{-0.5} \quad \text{за} \quad \varepsilon_{v\gamma} > 2 \quad \text{и} \quad \varepsilon_{v\beta} > 1$$

За остале случајеве ($\varepsilon_{v\gamma} > 2$ и $\varepsilon_{v\beta} < 1$) бира се према ISO 10300-2 од 2001.

Са $F_{mt} = F_t$ означена је номинална обимна сила на подеоном конусу у средњем пресеку (изрази (34.4)) у N , са b - активна ширина зупчаника у mm , са d_{v1} - пречник подеоне кружнице малог еквивалентног цилиндричног зупчаника у mm , а са u_v - кинематски преносни однос еквивалентног цилиндричног пара.

2. Критични напони бокова зубаца

Критични напони, односно издржљивост бокова зубаца конусних зупчаника одређује се на сличан начин као и код цилиндричних зупчаника према:

$$[\sigma_H] = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_X \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_v \cdot Z_w \quad (34.9)$$

где су:

- Z_{NT} - фактор радног века, који се одређује према прилогу П33-9,
- Z_X - фактор величине, који зависи од врсте материјала, термичке обраде, радијуса кривине бока зупца и модула, тако је тешко установити његове тачне вредности. Према ISO 10300-2:2001 узима се $Z_X = 1$,
- Z_L - фактор подмазивања, који се одређује према прилогу П33-10,
- Z_R - фактор храпавости, који се одређује према прилогу П33-12, при чему се R_{z10} одређује за еквивалентни цилиндрични пар,
- Z_v - фактор обимне брзине, који се одређује према прилогу П33-11 за $v_t = v_{mt}$,
- Z_w - фактор разлике тврдоћа спрегнутих бокова који се одређује на исти начин као и код цилиндричних зупчаника (тачка 3.3.3.2.),
- σ_{Hlim} - трајна динамичка издржљивост бокова зубаца, која се зависно од врсте материјала, одређује према прилогу П33-20.

Вредности фактора ($Z_L \cdot Z_v \cdot Z_R$) могу приближно да се одреде према табlici П33-13.

3. Степен сигурности против разарања бокова зубаца

Однос критичног напона $[\sigma_H]$ дефинисаног изразом (34.9) и радног напона σ_H одређеног према изразу (34.7) представља степен сигурности против разарања бокова зубаца услед питинга. За мали и велики зупчаник одређује се према:

$$S_{H1} = \frac{[\sigma_H]_1}{\sigma_H}; \quad S_{H2} = \frac{[\sigma_H]_2}{\sigma_H} \quad (34.10)$$

Вредности степена сигурности, добијене према изразу (34.10), треба да буду веће од S_{Hmin} , односно $S_H > S_{Hmin} = 1,0...1,2$.

3.3.4.5. Прорачун носивости по критеријуму издржљивости подножја зубаца

1. Радни напон подножја зубаца

Радни напони подножја зубаца конусних зупчаника одређују се за еквивалентни цилиндрични пар у средњем пресеку (сл. 34.9) према следећем изразу:

$$\sigma_F = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_{LS} \cdot Y_K \cdot \frac{F_{mt}}{b \cdot m_{mn}} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \quad (34.11)$$

где су:

- $K_A, K_v, K_{Fa}, K_{F\beta}$ - фактори оптерећења (тачка 3.4.4.3),
- Y_{Fa} - фактор облика зупца који се одређује према дијаграму у прилогу ПЗ3-14 за бројеве зубаца еквивалентног цилиндричног зупчаника z_v , односно z_{vn} ,
- Y_{Sa} - фактор концентрације напона, који се одређује према дијаграму на сл. ПЗ3-15 за бројеве зубаца еквивалентног цилиндричног зупчаника z_v , односно z_{vn} ,
- b - номинална обимна сила на подеоном цилиндру у средњем пресеку (изрази (34.4)) у N ,
- F_{mt} - активна ширина конусног зупчаника у mm ,
- m_{mn} - нормални модул у средњем пресеку у mm ,
- Y_ε - фактор степена спрезања, који се одређује према следећим изразима:

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{v\alpha}} \geq 0,625, \quad (\varepsilon_{v\beta} = 0)$$

$$Y_\varepsilon = 0,25 + \frac{0,75}{\varepsilon_{v\alpha}} - \varepsilon_{v\beta} \cdot \left(\frac{0,75}{\varepsilon_{v\alpha}} - 0,375 \right) \geq 0,625, \quad (0 \leq \varepsilon_{v\beta} \leq 1) \quad (34.12)$$

$$Y_\varepsilon = 0,625, \quad (\varepsilon_{v\beta} > 1)$$

- Y_{LS} - фактор расподеле оптерећења дуж додирнице: $Y_{LS} = Z_{LS}^2$ (Z_{LS} - (34.8)),
- Y_K - фактор конусних зупчаника, који узима у обзир разлику између цилиндричних и конусних зупчаника у погледу дужине линије додира. Одређује се зависно од односа ширине зупчаника b и пројекције дужине додирне линије l_b' према:

$$Y_K = \left(0,5 + \frac{l'_{bm}}{2 \cdot b} \right)^2 \frac{b}{l'_{bm}} \quad (34.13)$$

Пројекција дужине додирне линије одређује се према:

$$l'_{bm} = \frac{b \cdot \varepsilon_{v\alpha}}{\varepsilon_{v\gamma}^2} \sqrt{\varepsilon_{v\gamma}^2 - \left[(2 - \varepsilon_{v\alpha})(1 - \varepsilon_{v\beta}) \right]^2} \quad \text{за} \quad \varepsilon_{v\beta} < 1$$

$$l'_{bm} = \frac{b \cdot \varepsilon_{v\alpha}}{\varepsilon_{v\gamma}} \quad \text{за} \quad \varepsilon_{v\beta} \geq 1 \quad (34.14)$$

2. Критични напони подножја зубаца

Критични напони поножја зубаца, односно издржљивост подножја зубаца одређују се на исти начин као и код цилиндричних зупчаника, односно према изразу

$$[\sigma_F] = \sigma_{Flim} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X \quad (34.15)$$

Величине у изразу (34.12) имају исто значење као и код цилиндричних зупчаника:

- σ_{Flim} - трајна динамичка издржљивост подножја зубаца у N/mm^2 (прилог П33-20),
- Y_{NT} - фактор радног века, који се одређује према дијаграму у прилогу П33-16,
- Y_{ST} - фактор концентрације напона опитног зупчаника ($Y_{ST} = 2,0$),
- $Y_{\delta relT}$ - релативни фактор осетљивости материјала на концентрацију напона, који се одређује према прилогу П33-18,
- Y_{RrelT} - релативни фактор храпавости, који се одређује према прилогу П33-17,
- Y_X - фактор величине пресека, који се одређује према прилогу П33-19 за $m = m_{mn}$.

3. Степен сигурности подножја зубаца

Однос критичног напона $[\sigma_F]$ дефинисаног изразом (34.15) и радног напона σ_F одређеног према изразу (34.11) представља степен сигурности против заморног лома зупца у подножју. Према томе степен сигурности против заморног лома зубаца у подножју малог и великог конусног зупчаника одређује се према:

$$S_{F1} = \frac{[\sigma_F]_1}{\sigma_{F1}}; \quad S_{F2} = \frac{[\sigma_F]_2}{\sigma_{F2}} \quad (34.16)$$

при чему је $S_F > S_{Fmin} = 1,1 \dots 1,3$.

3.3.5. Материјали за израду конусних зупчаника

За израду конусних зупчаника примењују се исти материјал као и код цилиндричних зупчаника, чије су карактеристике дате у прилогу П33-20. За високо напегнуте брзоходе преноснике за пречнике до 1100 mm и $u \leq 5$, примењују се цементиранни конусни зупчаници. При томе се, због великих динамичких оптерећења у експлоатационим условима, тело зупчаника израђује доста круто и масивно. Исти материјали могу се користити и код индустријских преносника, при чему се често користи комбинација да мали зупчаник буде израђен од челика за цементацију, а да велики конусни зупчаник после завршне обраде глачањем буде нитриран.

3.3.6. Избор основних геометријских величина и обликовање конусних зупчаника

Димензије конусних зупчаника зависе од поступка израде. Вредности појединих геометријских величина су због тога избором поступка израде већ ограничене, што треба узети у обзир при пројектовању и конструисању конусних зупчастих парова. То се пре свега односи на конусне зупчанике са лучним зупцима.

◆ При одређивању димензија конусних зупчаника најпре се одређује пречник подеоне кружнице у средњем пресеку према:

$$d_{m1} = 2000 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_A}{\sigma_{Hlim}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{u^2 + 1}}} \quad (34.17)$$

а затим активна ширина зупчаника

$$b = 0,15 \cdot d_{m1} \cdot \sqrt{u^2 + 1} \quad (34.18)$$

У изразима (34.17) и (34.18) означени су са: b - активна ширина зупчаника у mm ; T_1 - обртни момент на малом зупчанику у Nm ; u - кинематски преносни однос; K_A - фактор радних услова (прилог ПЗ3-1); d_{m1} - пречник подеоне кружнице у средњем пресеку у mm , σ_{Hlim} - трајна издржљивост бокова зубаца у N/mm^2 (прилог ПЗ3-20),

Број зубаца зупчаника z_1 бира се из таблице 34.2. На основу вредности за d_{e1} (d_{m1}), b и z_1 лако се према табlici 34.1 одређују модул и остале геометријске величине конусног зупчастог пара.

◆ Ако је познат пречник вратила малог зупчаника d_v , онда подеони пречник малог зупчаника у средњем пресеку треба да се креће у границама:

- за случај да је зупчаник израђен изједна са вратилом (сл. 34.12,а)

$$d_{m1} \cong 1,25d_v$$

- за случај да је зупчаник израђен посебно (сл. 34.12,б)

$$d_{m1} \cong (2,4 \dots 2,6)d_v$$

Избор бројева зубаца и померање профила x_h и x_s врши се према табlici 34.4, а преносни однос је $u \leq 4,5(6)$.

◆ Угао нагиба профила према стандардима износи $\alpha_n = 20^\circ$. Међутим врло често користе се и друге вредности. За $\alpha_n < 20^\circ$ добија се већи степен спрезања односно рад са мањом буком и вибрацијама, па се у неким случајевима примењује и угао нагиба профила $\alpha_n = 17,5^\circ$. За високо оптерећене спороходе преноснике користе се и конусни зупчаници са углом нагиба профила $\alpha_n = 22,5^\circ$.

◆ Угао нагиба бочне линије зупца β_m креће се у границама од 0° до 45° , али се најчешће користи уже подручје $30 \dots 45^\circ$. При избору угла нагиба зупца користе се првенствено препоруке произвођача конусних зупчаника.

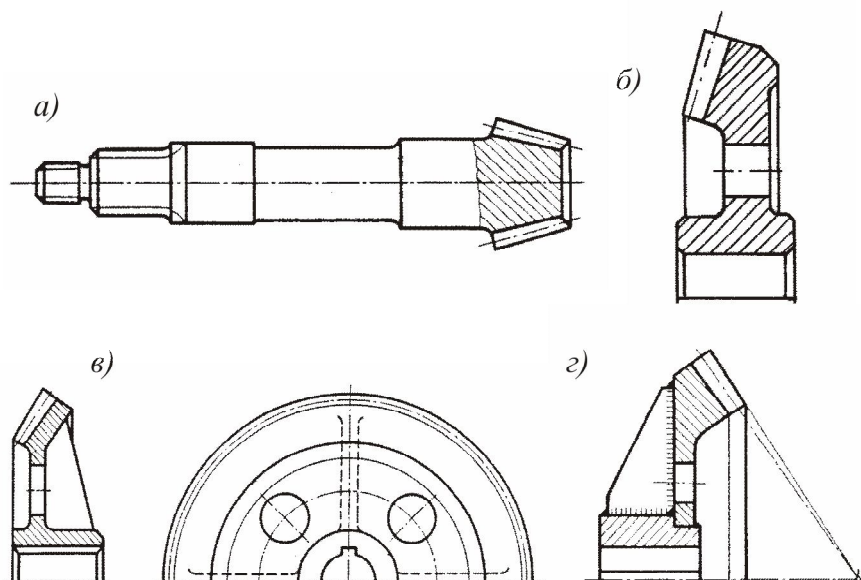
На овај начин одређене основне величине зупчастог пара су приближне, тако да се стварна носивост одређује на основу поступака прорачуна изложених у тачки 3.4.4.

У циљу повећања крутости као и компактности конструкције, конусни зупчаници мањих димензија израђују се изједна са вратилом (сл. 34.12,*a*). За нешто веће димензије могу имати и плочаст облик (сл. 34.12,*б,в,з*).

Таблица 34.2. Препоручене вредности бројева зубаца и померања профила за конусне зупчанике са осним углом $\Sigma=90^\circ$ и заједничком висином зупца $h=2m$

u	1	1.12	1.25	1.6	2	2.5	3	4	5
z_1	18...40	18...40	17...36	16...34	15...30	13...26	12...23	10...18	8...14
x_{h1}	0	0.1	0.19	0.27	0.33	0.38	0.4	0.43	0.44
x_{s1}	0	0.01	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.08

Граничне вредности: $b/R_e \leq 0.3$; $b/m_{et} \leq 10$.
Код зупчаника са лучним зупцима узима се $\varepsilon_{v\beta} \geq 1.5$
Померања код великог конусног зупчаника износе: $x_{h2} = -x_{h1}$; $x_{s2} = -x_{s1}$



Сл. 34.12. Конструкционо извођење конусних зупчаника: *a*) изједна са вратилом, *б*) издубљени облик добијен ковањем, *в*) ливени зупчаник са плочом и ребрима, *з*) заварени облик

Радионички цртеж конусног зупчаника са подацима за израду дат је у прилогу П34-3.