

Примљено: 16.10.2007.			
Орг. јед.	Број	Прилог	Вредност
73	612-848-	07	

## НАУЧНО НАСТАВНОМ ВЕЋУ МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА У НИШУ

**Предмет:** Извештај комисије за оцену и одбрану докторске дисертације

Одлуком Научно-наставног већа Машинског факултета у Нишу број 612-793-5/2007 од 06.09.2007. године именовани смо за чланове комисије за оцену и одбрану докторске дисертације, кандидата *мр Милоша М. Јовановића*, под називом

### „СИМУЛАЦИЈА ВЕЛИКИХ ВРТЛОГА ТУРБУЛЕНТНОГ СТРУЈАЊА НЕСТИШЉИВОГ ФЛУИДА У ПРАВОУГАОНОМ КАНАЛУ ПРОМЕНЉИВОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА“.

Након прегледа докторске дисертације, сагласно закону о Универзитету и Статуту Машинског факултета Универзитета у Нишу, комисија подноси следећи

## ИЗВЕШТАЈ

Докторска дисертација кандидата *мр Милоша М. Јовановића*, дипл.инж.маш. обухвата 263 стране формата А4 основног текста, који је подељен у 11 глава, односно у 28 поглавља. Рад има укупно 272 стране, од тога 4 стране садржаја и 5 страна цитиране литературе са 71 библиографском јединицом. Цео рад је обрађен у текст процесору MS Word и укоричен у тврди повез плаве боје.

У раду су приказане 22 слике у пуном колору које приказују резултате симулације као скаларна поља вртложности флуида, струјне функције, компоненти вектора брзине у правцу координатних оса, дакле четири подслике за свако од ових скаларних поља, који су продукт оригиналног нумеричког програма направљеног од стране кандидата у програмском језику Матлаб. Такође је дато и 6 дијаграма у црно-белој техници који представљају криве стабилности нумеричких метода за временску интеграцију наведених конвективно-дифузионих проблема, које су такође добијене као резултат аутентичног нумеричког програма који је развијен од стране кандидата за сваки од наведених метода. У раду су излистана три нумеричка програма, један за утврђивање временске стабилности метода коначних разлика конвективно-дифузионих једначина, и два програма за решавање једначина хидродинамичке стабилности, односно Ор-Зомерфелдове једначине, један за класичан приступ решавању ове једначине, а други за оптимизацију пертурбација које се добијају решавањем ове једначине. Први од наведених програма има 80, други 95, док трећи има 82 линије команди написаних у Матлабу. Нумеричке програме за решавање Навије-Стоксових једначина кандидат није дао у раду, али они постоје и могу се погледати и демонстрирати код кандидата, и представљају оригиналан и аутентичан рад самог кандидата. Нумерички програм за симулацију струјања нестишљивога флуида у каналу има 693 линије команди написаних у Матлаб-у, и представља први српски нумерички програм за директну нумеричку симулацију Навије-Стоксових једначина, без осредњавања по времену и простору струјних величина које се у њима јављају.

Целокупна материја докторске дисертације се састоји из једанаест глава, главе су подељене на поглавља, а поглавља на одељке. Нумерација објеката (формула, слика и сл.) у оквиру једне главе извршена је помоћу два броја од којих први указује на главу, а други на број формуле у датој глави. На овај начин успостављена је једнозначна нумерација објеката у оквиру једне главе. Наслови глава су следећи:

## НАУЧНО НАСТАВНОМ ВЕЋУ МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА У НИШУ

**Предмет:** Извештај комисије за оцену и одбрану докторске дисертације

Одлуком Научно-наставног већа Машинског факултета у Нишу број 612-793-5/2007 од 06.09.2007. године именовани смо за чланове комисије за оцену и одбрану докторске дисертације, кандидата *мр Милоша М. Јовановића*, под називом

### **„СИМУЛАЦИЈА ВЕЛИКИХ ВРТЛОГА ТУРБУЛЕНТНОГ СТРУЈАЊА НЕСТИШЉИВОГ ФЛУИДА У ПРАВОУГАОНОМ КАНАЛУ ПРОМЕНЉИВОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА“.**

Након прегледа докторске дисертације, сагласно закону о Универзитету и Статуту Машинског факултета Универзитета у Нишу, комисија подноси следећи

### **ИЗВЕШТАЈ**

Докторска дисертација кандидата *мр Милоша М. Јовановића*, дипл.инж.маш. обухвата 263 стране формата А4 основног текста, који је подељен у 11 глава, односно у 28 поглавља. Рад има укупно 272 стране, од тога 4 стране садржаја и 5 страна цитиране литературе са 71 библиографском јединицом. Цео рад је обрађен у текст процесору MS Word и укорићен у тврди повез плаве боје.

У раду су приказане 22 слике у пуном колору које приказују резултате симулације као скаларна поља вртложности флуида, струјне функције, компоненти вектора брзине у правцу координатних оса, дакле четири подслике за свако од ових скаларних поља, који су продукт оригиналног нумеричког програма направљеног од стране кандидата у програмском језику Матлаб. Такође је дато и 6 дијаграма у црно-белој техници који представљају криве стабилности нумеричких метода за временску интеграцију наведених конвективно-дифузионих проблема, које су такође добијене као резултат аутентичног нумеричког програма који је развијен од стране кандидата за сваки од наведених метода. У раду су излистана три нумеричка програма, један за утврђивање временске стабилности метода коначних разлика конвективно-дифузионих једначина, и два програма за решавање једначина хидродинамичке стабилности, односно Ор-Зомерфелдове једначине, један за класичан приступ решавању ове једначине, а други за оптимизацију пертурбација које се добијају решавањем ове једначине. Први од наведених програма има 80, други 95, док трећи има 82 линије команди написаних у Матлабу. Нумеричке програме за решавање Навије-Стоксових једначина кандидат није дао у раду, али они постоје и могу се погледати и демонстрирати код кандидата, и представљају оригиналан и аутентичан рад самог кандидата. Нумерички програм за симулацију струјања нестишљивога флуида у каналу има 693 линије команди написаних у Матлаб-у, и представља први српски нумерички програм за директну нумеричку симулацију Навије-Стоксових једначина, без осредњавања по времену и простору струјних величина које се у њима јављају.

Целокупна материја докторске дисертације се састоји из једанаест глава, главе су подељене на поглавља, а поглавља на одељке. Нумерација објеката (формула, слика и сл.) у оквиру једне главе извршена је помоћу два броја од којих први указује на главу, а други на број формуле у датој глави. На овај начин успостављена је једнозначна нумерација објеката у оквиру једне главе. Наслови глава су следећи:

1. Увод
2. Појам модификоване једначине
3. Појмови конзистентности, стабилности и конвергенције
4. фон Нојманов метод анализе стабилности
5. Фуријеов метод
6. Чебишевљев метод
7. Једначине које су функција времена
8. Навије-Стоксове једначине нестишљивог флуида
9. Хидродинамичка стабилност струјања у каналу
10. Резултати симулације
11. Дискусија и закључци.

У **првој глави**, која има уводни карактер указује се на то шта је предмет докторске дисертације, који метод ће бити коришћен за нумеричка срачунавања и наводе се разлози због којих се уводи баш такав метод прорачуна. Експоненцијални или псеудоспектрални метод до сада није коришћен у нашој земљи за нумеричка срачунавања парцијалних диференцијалних једначина, те је кандидат нашао за сходно да да мало већи простор уводним разматрањима, и разлозима за његово коришћење. Објашњава се његова супериорност у односу на до сада коришћене методе за решавање оваквих проблема, при чему се мисли на методе коначних разлика, коначних запремина и коначних елемената. Тако се у овом делу тврди да је овај поступак у потпуности ослобођен грешака нумеричке дисперзије и дифузије, док претходна три поступка нису. Ово је од пресудног значаја за симулације струјања флуида код којих постоје значајне нагле промене физичких величина те су и градијенти ових физичких величина велики, те би постојање грешке нумеричке дисперзије и дифузије при временској интеграцији врло брзо контаминирало резултате прорачуна, а сама симулација изгубила физички смисао.

У **другој глави** разматра се појам модификоване диференцијалне једначине, која настаје као последица примене метода коначних разлика на просторну дискретизацију диференцијалних једначина. У циљу извођења модификоване диференцијалне једначине, као пример је узета најједноставнија парцијална диференцијална једначина са константним коефицијентима конвективно-дифузионог типа-Бургерова једначина. Ова једначина је уствари упрошћена Навије-Стоксова једначина, те као таква је и најједноставнија за приказивање ефеката који настају коришћењем метода коначних разлика, а који се огледају у појму модификоване у овом случају Бургерове једначине. Да би се она добила изводи функција су развијени у Тејлоров ред, а затим методом коначних разлика првог реда извршена дискретизација Бургерове једначине, и ови изводи добијени на основу развоја у Тејлоров ред уметнути у дискретизовану Бургерову једначину. Добијена је модификована Бургерова једначина код које су чланови на левој страни једначине идентични оригиналној Бургеровој парцијалној диференцијалној једначини, док чланови на десној страни представљају изводе по уздужној координати и то другог, трећег, четвртог, петог и шестог реда, и они су последица грешке одсецања и представљају грешке дисипације (парни изводи) и дисперзије (непарни изводи). На овај начин је показано да применом метода коначних разлика првог реда ми не решавамо Бургерову једначину, већ модификовану Бургерову једначину, која значајно одступа од ове претходне.

У **трећој глави** се дефинишу појмови конзистентности, стабилности и конвергенције који су неопходни како би смо били сигурни да нумерички метод који желимо развити може дати решења која одговарају физици датог проблема.

У четвртој глави дат је фон Нојманов метод анализе стабилности, при чему је поново као модел узета Бургерова једначина. У овој глави дефинисани су појмови као што је фактор појачања, грешка амплитуде или грешка дисипације, и грешка фазе или грешка дисперзије. У овом делу дати су аналитички изрази за ове две грешке за Бургерову једначину на коју је примењен Ојлеров метод дискретизације.

Пета глава се бави Фуријеовим интерполационим методом. У првом поглављу ове главе дат је општи приступ методу тежинских остатака, при чему су уведени и дефинисани појмови као што су тест функција или тежинска функција, као и појам пробне функције. У овом поглављу објашњени су појмови метода поддомена, метода поклапања-колокационог метода, метода најмањих квадрата као и Галеркиновог метода, и то у зависности од избора претходно уведене тежинске функције. У другом поглављу ове главе дате су основе Фуријеовог метода како Галеркиновог типа тако и колокационог типа. У трећем поглављу дат је утицај избора броја тачака код колокационог метода на тачност и брзину прорачуна, при чему је указано да број ових тачака је пожељно да буде једнак степену броја два, како би се код срачунавања могао користити метод брзих Фуријеових трансформација које су управо оптимизоване за овако изабран паран број тачака. Четврто поглавље ове главе јесте најобимније и свакако најзначајније у овој глави. Овде је дато обимно и не тако једноставно извођење за добијање свих чланова Фуријеове матрице диференцирања. Пето поглавље се бави применом Фуријеовог метода на обичне диференцијалне једначине са константним коефицијентима и то како Галеркиновог типа тако и колокационог типа, где су код овог другог примењене Фуријеове матрице диференцирања које су у претходном поглављу изведене. Наредно шесто поглавље описује методе решавања обичних диференцијалних једначина са променљивим коефицијентима.

У седмом поглављу пете главе дат је опис решавања нелинеарне Бургерове једначине, при чему је поступак срачунавања нелинеарног члана псеудоспектралним методом путем брзих Фуријеових трансформација у потпуности описан. Такође у овом поглављу је објашњен појам „алиас“ грешке која се јавља при срачунавању нелинеарних чланова псеудоспектралним методом, а начин уклањања ове грешке је описан у осмом поглављу исте главе.

У шестој глави је описан Чебишевљев метод, при чему у првом поглављу су дате опште особине Чебишевљевих полинома, у другом су описани Чебишевљеви редови, а у трећем дискретни Чебишевљеви редови и метод колокације. У другом поглављу су изведене Чебишевљеве матрице диференцирања за Галеркинов метод, и то и првог и другог извода, а такође је изведена и рекурентна релација за срачунавање Чебишевљевих коефицијената. У трећем поглављу је дато потпуно извођење Чебишевљевих матрица диференцирања за метод поклапања (колокациони метод), дакле за диференцирање функција у физичком простору. У потпуности је дато извођење елемената матрице диференцирања првог извода, док за матрицу другог извода имамо дате само крајње изразе. У четвртом поглављу шесте главе дата је примена Чебишевљевог метода на обичну диференцијалну једначину са константним коефицијентима, док је у петом поглављу то учињено за нелинеарни случај, односно за Бургерову једначину. Шесто поглавље јесте најважније у овој шестој глави. У овом поглављу су обрађене вишедимензионалне једначине елиптичког типа. Прво се приступило решавању линијске односно једнодимензионалне Хелмхолмчеве једначине. Као што ће се видети касније поступак решавања ове једначине чини срж решавања Стоксове једначине за случај раванског струјања, а накнадним укључивањем конвективних чланова и саме Навије-Стоксове једначине за случај раванског струјања нестишљивог флуида. Поступак решавања ове једначине је дат поступно и потпуно, тако да нема никаквих недоумица ни у једном тренутку о редоследу извршавања

команди будућег нумеричког програма. У истом поглављу показан је поступак решавања раванске односно дводимензионалне Хелмхолмчеве једначине. Поступак решавања ове једначине Чебишевљевим методом јесте основа за решавање просторних односно тродимензионалних Навије-Стоксових једначина за случај нестишљивог струјања у каналу са два зида у хоризонталном правцу и два бочна зида. Ово посебно напомињемо јер су најчешћи случајеви симулације струјања у каналу са два хоризонтална зида, док се утицај бочних зидова занемарује, те се стога користи Фуријеов метод у два правца у којима нема зида, а у правцу нормалном на зид користи се Чебишевљев метод. Међутим, оваквим решавањем дводимензионалне Хелмхолмчеве једначине биће могуће решавање овог другог споменутог проблема, где имамо Чебишевљев метод у два правца нормална на хоризонталне и на бочне зидове, а Фуријеов метод само у правцу нормалном на улаз и излаз из канала.

У седмој глави су описани поступци временске дискретизације конвективно дифузионе једначине са константним коефицијентима како једнокорачним тако и вишекорачним методама, испитана је њихова нумеричка стабилност за одређен скуп конкретних метода дискретизације, и дијаграми стабилности су приказани сликама 7.1 до 7.6. Методи временске дискретизације су методи коначних разлика другог, трећег, четвртог и петог реда, који су примењени на обичне диференцијалне једначине које су добијене из парцијалних диференцијалних једначина када је на њих примењен Фуријеов или Чебишевљев метод просторне апроксимације.

Након свих неопходних припрема у претходним главама, у осмој глави се приступило коначном циљу, а то је нумеричко решавање раванске Навије-Стоксове једначине за струјне нестишљивог флуида. Ова векторска једначина у формулацији притисак-брзина сведена је на скаларну једначину у формулацији вртложност-струјна функција. Прво је потражено решење за Стоксову једначину вртложности, дакле одбачени су конвективни чланови, и ова једначина је након примене Фуријеовог-Галеркиновог у уздужном правцу и Чебишевљевог-колокационог метода у нормалном правцу за просторну дискретизацију примењен је имплицитни метод временске дискретизације Адамс-Башворта. Једначина континуитета је идентички задовољена у формулацији вртложност-струјна функција, али за затварања система једначина користи се дефиниција вртложности путем ротора вектора брзине, што се у овом случају svelo на решавање једнодимензионалне Хелмхолмчеве једначине. Спрегнути систем једначина настао након дискретизације претходне две решен је методом утицајних матрица који се иначе користи код сличних проблема, као што је и овај. Имамо тачно дефинисане граничне услове само за струјну функцију и за њен први извод, док за вртложност немамо ни један од ова два гранична услова. Овај метод управо решава такве ситуације када имамо позната оба гранична услова за једну функцију, док за другу немамо ниједан. Поступак је објашњен потпуно, и цео поступак срачунавања заснован је на директним методама, те стога нема никаквих итеративних срачунавања што је свакако предност, будући да увек када је год то могуће треба давати предност директним методама у односу на итеративне. У наредном одељку истог поглавља, прелази се коначно на Навије-Стоксову једначину у формулацији струјна функција-вртложност, дакле укључују се конвективни чланови, и срачунавање ових конвективних чланова врши се псеудоспекталним методом путем брзих Фуријеових трансформација, при чему је цео прорачун направљен у простору Фуријеових коефицијената за Стоксов проблем, а само се конвективни чланови срачунавају у физичком простору, а након тога путем брзих Фуријеових трансформација одређују се Фуријеови коефицијенти конвективних чланова, и цео прорачун враћа назад у Фуријеов простор. У последњем одељку осме главе дат је начин



прорачуна протока за случај раванског струјања у каналу путем Фурије-Галеркиновог метода у уздужном правцу и Чебишевљевог колокационог метода у нормалном правцу.

У **деветој глави** разматра се Хидродинамичка стабилност струјања у каналу за случај Поасоновог струјања. Изведена је Ор-Зомерфелдова једначина хидродинамичке стабилности и објашњени су појмови временске и просторне нестабилности. Ова једначина је решена Чебишевљевином методом за случај временске нестабилности за Рејнолдсов број 6000 и одређене су све сопствене вредности и сопствени вектори Ор-Зомерфелдовога оператора. Написан је нумерички програм за ово срачунавање, и симулацијом овог програма могуће је видети како изгледају пертурбације струјања кроз одговарајућу просторну анимацију. Пертурбације су у овом случају добијене на основу једине нестабилне сопствене вредности и њој одговарајућег сопственог вектора Ор-Зомерфелдовога оператора. Затим су на основу истих резултата начињене нове пертурбације узимањем у обзир свих сопствених вредности и њихових сопствених вектора, и извршена је оптимизација пертурбационе енергије по најнестабилнијем сопственом вектору, мада се поступак оптимизације пертурбације који је оригиналан и потпуно је описан у раду може извршити и за ма коју другу сопствену вредност, а не само за најнестабилнију. На овај начин добијене су две врсте различитих пертурбација, прве које одговарају класичној теорији хидродинамичке стабилности и ове друге које је сам кандидат формулисао на основу оптимизације енергије пертурбације, добијене варијационим рачуном, што је било могуће захваљујући неортогоналности сопствених вектора добијених решавањем Ор-Зомерфелдове једначине.

У **десетој глави** су дати резултати симулације нумеричког програма који је сам кандидат развио у Матлаб-у, при чему су симулиране бездимензионе Навије-Стоксове једначине за константну вредност Рејнолдсовог броја ( $Re=6000$ ), на домену  $X \times Y$ , где је  $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 2\pi\}$ ,  $Y = \{y \in \mathbb{R} \mid -1 \leq y \leq 1\}$ . Овакво решење важи за читаву класу

струјања у каналу различитих флуида и њима одговарајућих различитих висина канала, при чему само однос брзине струјања, висине канала и кинематичке вискозности флуида мора остати константан, што је и дефинисано константним Рејнолдсовим бројем. Резултати су дати као скаларна поља вртложности, струјне функције и компоненти вектора брзине у узструјном и нормалном правцу. Дато је осам слика за осам различитих временских тренутака за први случај пертурбација које смо раније споменули, и десет слика за десет различитих временских тренутака за други случај пертурбација, када је извршена оптимизација пертурбационе енергије. Сlike су извучене из анимација струјања које су направљене за оба случаја пертурбација. Сlike су пропраћене одговарајућим коментарима који значајно појашњавају механизме конвективног преноса енергије у струјном пољу, и чине веома сложене механизме стварања вртложних зона очигледним и потпуно јасним.

У **једанаестој глави** су дати дискусија и закључци. У овом поглављу кандидат наглашава да је очекивао појављивање потпуно развијеног турбулентног граничног слоја, и разлоге због чега до тога није у потпуности дошло види у проблему временске хидродинамичке стабилности која је примењена у целом домену. Сматра се да је она сасвим у реду за средишњи део канала, али да у слоју уз сам зид канала треба применити метод просторне хидродинамичке стабилности. Закључује се да цео домен треба поделити на три поддомена, од којих се средишњи прорачунава временским методом, док слојеви уз зид временско-просторним методом. Као други разлог наводи се одсуство чланова у дводимензионалним Навије-Стоксовим једначинама који представљају истезање вртлога, док њих има код тродимензионалних једначина, а овај механизам се сматра кључним за пренос енергије са осредњеног струјања на високофреквентни део турбулентног спектра.

## **ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ**

На основу изложене анализе докторске дисертације под називом

### **„СИМУЛАЦИЈА ВЕЛИКИХ ВРТЛОГА ТУРБУЛЕНТНОГ СТРУЈАЊА НЕСТИШЉИВОГ ФЛУИДА У ПРАВОУГАОНОМ КАНАЛУ ПРОМЕНЉИВОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА“**

Комисија сматра да:

1. поднети рад у потпуности одговара теми прихваћеној од стране Научно-наставног већа Машинског факултета у Нишу,
2. кандидат влада потребним знањима за истраживање у области нумеричке симулације струјања флуида, методама које поседују неопходну високу тачност просторне апроксимације,
3. кандидат је испољио способност синтезе научних знања из математике, програмирања и механике флуида, те на подручју пресецања ових области успео је да у потпуности оствари себи постављен задатак,
4. кандидат је испољио потребну потпуну самосталност и инвентивност у научно-истраживачком раду,
5. кандидат је дошао до значајних научних резултата који представљају допринос разрешавању сложених транзиционо-турбулентних процеса за случај раванског струјања у каналу,
6. кандидат је дошао до конкретних практичних знања, чијом имплементацијом је могуће побољшати разумевање процеса прелаза од ламинарног ка турбулентном струјању у каналу,
7. рад је технички коректно и квалитетно урађен.

На основу свега напред изложеног Комисија је мишљења да рад кандидата *мр Милоша М. Јовановића* представља у потпуности оригиналан рад, како у погледу нумеричких симулација транзиционо-турбулентног струјања, тако и у погледу изнетих закључака о проблемима и могућим поступцима за њихово превазилажење који су изнети у закључцима овога рада.

Комисија са задовољством предлаже Научно-наставном већу Машинског факултета у Нишу да се рад кандидата *мр Милоша М. Јовановића*, дипл.инж.маш. под називом

### **„СИМУЛАЦИЈА ВЕЛИКИХ ВРТЛОГА ТУРБУЛЕНТНОГ СТРУЈАЊА НЕСТИШЉИВОГ ФЛУИДА У ПРАВОУГАОНОМ КАНАЛУ ПРОМЕНЉИВОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА“**

прихвати као докторска дисертација и кандидат позове на усмену јавну одбрану.

У Нишу и Београду ,  
10. и 11. Октобра 2007.год

1. др Зоран Боричић, ред. проф.  
Машинског факултета у Нишу,  
председник комисије
- 

2. др Владан Ђорђевић, ред. проф.(у пензији)  
Машинског факултета у Београду,  
Академик САНУ
- 

3. др Светислав Чантрак, ред. проф.  
Машинског факултета у Београду,  
шеф катедре за Механику флуида
- 

4. др Драгиша Никодијевић, ред. проф.  
Машинског факултета у Нишу
- 

5. др Љиљана Петковић, ред. проф.  
Машинског факултета у Нишу
-



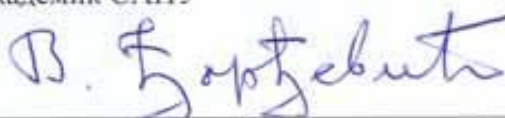
У Нишу и Београду ,  
10. и 11. Октобра 2007.год

1. др Зоран Боричић, ред. проф.  
Машинског факултета у Нишу,  
председник комисије



---

2. др Владан Ђорђевић, ред. проф.(у пензији)  
Машинског факултета у Београду,  
Академик САНУ



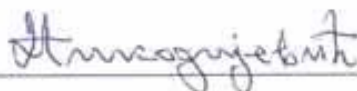
---

3. др Светислав Чантрак, ред. проф.  
Машинског факултета у Београду,  
шеф катедре за Механику флуида



---

4. др Драгиша Никодијевић, ред. проф.  
Машинског факултета у Нишу



---

5. др Љиљана Петковић, ред. проф  
Машинског факултета у Нишу



---