

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

1. Data je funkcija $f(x) = (x^2 + 2y)e^y$.

- Naći prve parcijalne izvode i totalni diferencijal funkcije f .
- Ispitati ekstremne vrednosti date funkcije.

2. Izračunati zapreminu tela koje je ograničeno pomoću paraboloida $z = 3 - x^2 - y^2$ i ravni $z = 0$. Skicirati oblast integracije.

3. Izračunati integral

$$I = \iiint_V \frac{dx dy dz}{(1 + x + y + z)^2},$$

ako je oblast integracije V ograničena koordinatnim ravnima i površi $x + y + z = 1$.

4. Naći opšte rešenje Bernulijeve diferencijalne jednačine

$$y' = x^3 y^2 + xy$$

uvodjenjem smene $z = y^{-1}$. Zatim odrediti partikularni intergal koji prolazi kroz tačku $(1, -1)$.

5. Rešiti Košijev problem

$$y'' + 2y' - 3y = 2e^{-x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -2.$$

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

- Naći parcijalne izvode i totalni diferencijal funkcije $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$.
 - Napisati jednačinu tangentne ravni i normale funkcije u tački $P(1, 1)$.
 - Ispitati da li je tačka $(0, 0)$ ekstremna vrednost date funkcije.
- Izračunati zapreminu tela koje je ograničeno pomoću površi $z = xy$ i ravnima $y = x$, $y = 3x$, $x + y = 4$, $z = 0$. Skicirati oblast integracije.

- Izračunati integral

$$I = \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz,$$

ako je oblast V ograničena površima $x^2 + y^2 = z^2$ i $z = 1$.

- Naći onu integralnu krivu diferencijalne jednačine

$$xy' - y = x^3 e^x,$$

koja prolazi kroz tačku $(1, -1)$.

- Rešiti jednu od datih linearnih diferencijalnih jednačina:

- $y''' + 3y'' + 3y' + y = xe^{-x}$;

- $(1 + x)^2 y'' - (1 + x)y' + y = 4 \cos \ln(1 + x)$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

1. Odrediti integralnu krivu jednačine $xy' = 2y$ koja prolazi kroz tačku $M(2, 3)$.

2. Rešiti linearnu diferencijalnu jednačinu

$$y'' - 2y' + 2y = e^x.$$

3. Uvodjenjem polarnih koordinata izračunati zapreminu tela koje je ograničeno paraboloidom $z = x^2 + y^2$ i pomoću ravni $z = 4$.

4. Izračunati

$$\iiint_V xy^2 z^3 dx dy dz$$

ako je oblast V ograničena ravnima $z = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = x$ i pomoću površi $z = xy$.

5. Odrediti intervale monotonosti i ekstremne vrednosti funkcije

$$y = \frac{x(x+1)}{x^2+1}.$$

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

1. Data je funkcija

$$z = \frac{xy}{x-y}.$$

- (a) Odrediti oblast definisanosti date funkcije;
(b) Naći prvi totalni diferencijal.

2. Izračunati integral

$$\iint_D (x^{2/3} + 2xy) dx dy,$$

ako je oblast D ograničena funkcijama $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$.

3. Uvodjenjem sfernih koordinata izračunati integral

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{1 + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}},$$

gde je oblast $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

4. Naći onu integralnu krivu diferencijalne jednačine

$$xy' - \frac{y}{x+1} = x$$

koja prolazi kroz tačku $(1, -1)$.

5. Naći opšte rešenje linearne diferencijalne jednačine

$$y'' - 3y' + 2y = x$$

a zatim odrediti partikularno rešenje $y_p(x)$ koje ispunjavaju uslov $y_p(0) = y_p'(0) = 0$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

1. Za razne vrednosti realnog parametra a odrediti stacionarne tačke funkcije

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2a(x - y)^2$$

i ispitati njihov karakter.

2. Izračunati zapreminu dela sfere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ koji se nalazi van cilindra $x^2 + y^2 = ax$ ($a > 0$).

3. Izračunati integral

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{1 + \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}},$$

gde je oblast $V = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

4. Uvodjenjem smene $z = y^{1/2}$ svesti Bernulijevu diferencijalnu jednačinu

$$xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$$

na linearnu a zatim naći opšte rešenje.

5. Naći opšte rešenje linearne diferencijalne jednačine

$$y''' - y'' - y' + y = 0$$

a zatim odrediti ona partikularna rešenja $y_p(x)$ koja ispunjavaju uslove $y_p(0) = y_p'(0) = 0$.

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE II

1. Data je funkcija

$$z = \frac{xy}{x - y}.$$

- (a) Odrediti oblast definisanosti date funkcije;
(b) Naći prvi totalni diferencijal.

2. Izračunati zapreminu tela ograničenog paraboloidom $z = x^2 + y^2$ i ravnima $z = 0$, $x = 0$, $y = 2x$, $y = 6 - x$.

3. Naći $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, gde je oblast V ograničena površima $x^2 + y^2 = z^2$ i $z = 1$.

4. Naći opšte rešenje homogene diferencijalne jednačine

$$y' = \frac{x^2 - y^2}{2xy}.$$

5. Uvodjenjem smene nezavisno promenljive $x = e^t$, svesti Ojlerovu diferencijalnu jednačinu

$$x^2 y'' + xy' - 2y = x \ln x$$

na linearnu a zatim je rešiti.