Inženjerska grafika geometrijskih oblika

(4. predavanje, tema 2)

Prva godina studija Mašinskog fakulteta u Nišu

Predavač:

Dr Predrag RajkoviĆ

Parametarska kubna kriva

To je kriva koju čine tačke čije koordinate su zadate polinomima do trećeg stepena. Skraćeno se zove PC-kriva.

Parametarska kubna kriva

Algebarska forma PC-krive glasi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{3x} & a_{3y} & a_{3z} \\ a_{2x} & a_{2y} & a_{2z} \\ a_{1x} & a_{1y} & a_{1z} \\ a_{0x} & a_{0y} & a_{0z} \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}(t) = T \cdot A$$

$$\vec{p}(t) = \vec{a}_3 t^3 + \vec{a}_2 t^2 + \vec{a}_1 t + \vec{a}_0$$

Parametarska kubna kriva

Granični uslovi krive su podaci o krivoj u njenim krajevima: koordinate krajnjih tačaka i njihovi tangentni vektori.

$$\vec{p}(0),\ \vec{p}(1),\ \vec{p}_t(0),\ \vec{p}_t(1)$$

Parametarska kubna kriva

Geometrijska forma PC-krive glasi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}(0) \\ \vec{p}(1) \\ \vec{p}_t(0) \\ \vec{p}_t(1) \end{bmatrix}$$

$$\vec{p}(t) = T \cdot F \cdot B$$

Blendirajuće funkcije

Geometrijska forma PC-krive glasi

$$\vec{p}(t) = F_1(t)\vec{p}(0) + F_2(t)\vec{p}(1) + F_3(t)\vec{p}_t(0) + F_4(t)\vec{p}_t(1)$$

$$F_1(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$$

$$F_2(t) = -2t^3 + 3t^2$$

$$F_3(t) = t^3 - 2t^2 + t$$

$$F_4(t) = t^3 - t^2$$

Blendirajuće funkcije

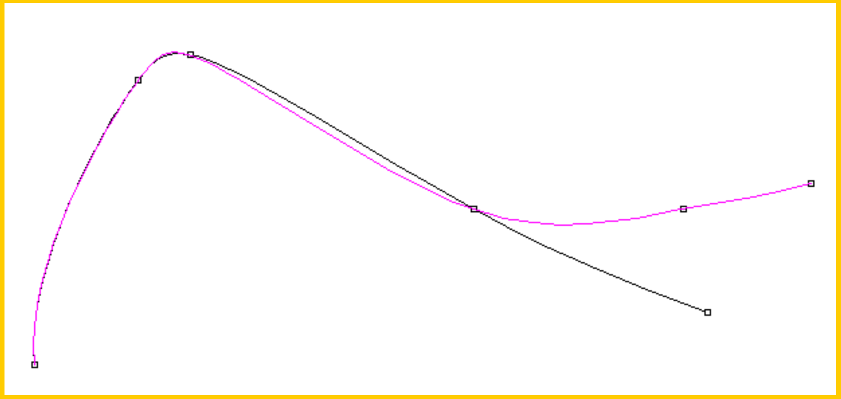
- Blendirajuće (sjedinjujuće) funkcije su funkcije koje omogućavaju da se koordinate proizvoljne tačke krive izraze preko graničnih uslova.

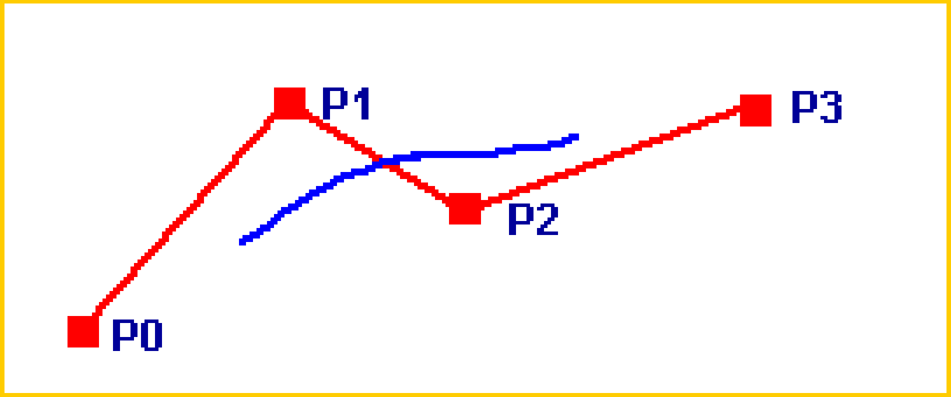
Krive F(t) su uzajamno ortogonalne krive. U graničnim uslovima samo je jedna različita od 0.

Blendirajuće funkcije ostaju iste za sve PC-krive i za sve njihove koordinate.

B-splajn

B-splajn krive ima lokalnu kontrolu krive zbog upotrebe specijalnog skupa blendirajućih krivih koje imaju samo lokalni uticaj i zavise samo od nekoliko susednih kontrolnih tačaka. Kriva ne mora prolaziti ni kroz jednu kontrolnu tačku.





B-splajn

Jednačina B-splajna

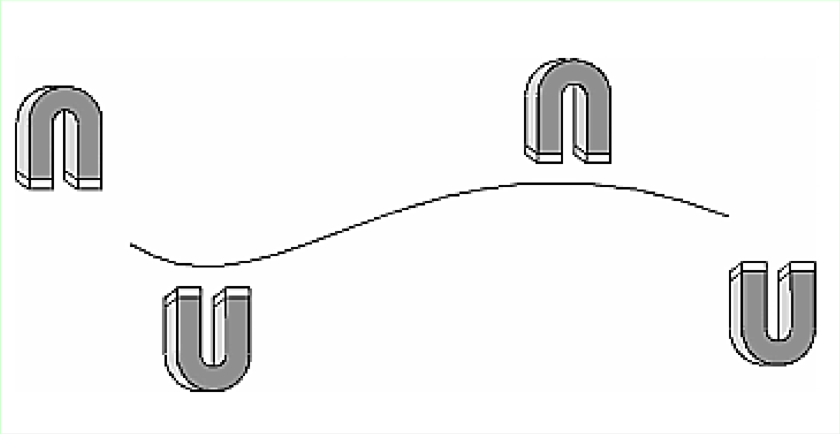
$$B(t) = \frac{1}{6}\,[t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1]\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

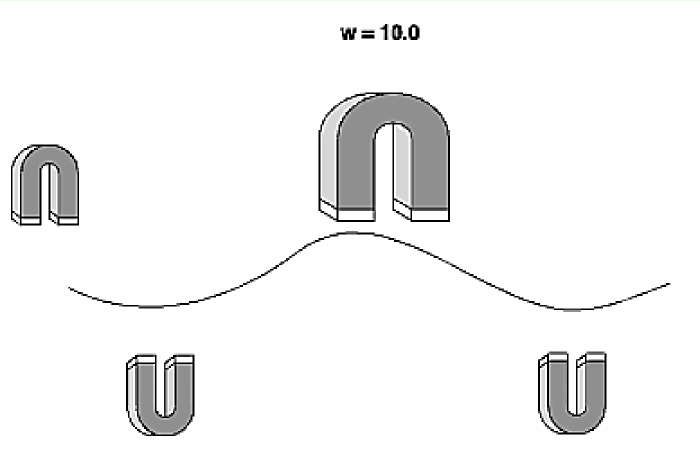
or

B(t) = 1/6 (-p0 + 3p1 -3p2+ p3)t^3 + 1/2 (p0 - 2p1 + p2) t^2 + 1/2 (-p0 + p2) t + 1/6 (p0 +4p1 + p2)

Racionalni B-splajn

Racionalni B-splajn se razlikuje od b-splajna po “težini" koja je pridružena svakoj kontrolnoj tački. “Težina" je realni broj iz intervala (0, 1) koji pokazuje koliko konkretna tačka utiče na krivu. B-splajn je racionalan b-splajn čije su sve težine jednake 1.





NURBS - krive

Naredba Tools-PolygonMesh
- From NURBS objects
crta "Non-Uniform Rational B-Spline", tj. vrstu krivih koje se koriste za aproksimaciju.

• Prozor Polygon Mesh Options za izbor gustine ovih linija, tj. manjeg ili većeg broja poligona koji se ucrtavaju.

NURBS - krive

NURBS-krive su određene svojim *redom*, skupom težinskih *kontrolnih tačaka* i *vektorom čvora*.

NURBS-krive i površi su istovremeno generalizacije B-splajna i Bezierovih krivih i površi sa primarnom razlikom u težinama u kontrolnim tačkama koje čine NURBS-krive *racionalnim* B-splajnovima.

NURBS - krive

Dobre strane upotrebe NURBS-krivih

- **One su invarijante za afine i perspektivne transformacije.**
- **One imaju jedinstveni matematički izraz i za standardne analitičke objekte (pre svega, konične objekte) i za objekte slobodne forme.**
- **Njihova fleksibilnost pruža velike mogućnosti u dizajniranju ogromnog broja različitih objekata.**

NURBS - krive

• značajno smanjuju memorijske zahteve za čuvanje objekata
 (u poređenju sa prostijim metodama).
• mogu biti proračunate prihvatljivo brzo pomoću numeerički stabilnih i tačnih algoritama.

Kriva kroz temena izlomljene linije

Razlika između izlomljene linije i aproksima-tivnih krivih se može videti ako se upotrebi Curve > Free-form > Fit To Polyline.

U delu za tip krive (Curve Type)

Opcija Control points daje Bezierovu krivu

Opcija Interpolated daje interpolacionu krivu

Control point curve through polyline

Interpolated curve through polyline

Kriva na osnovu tačaka

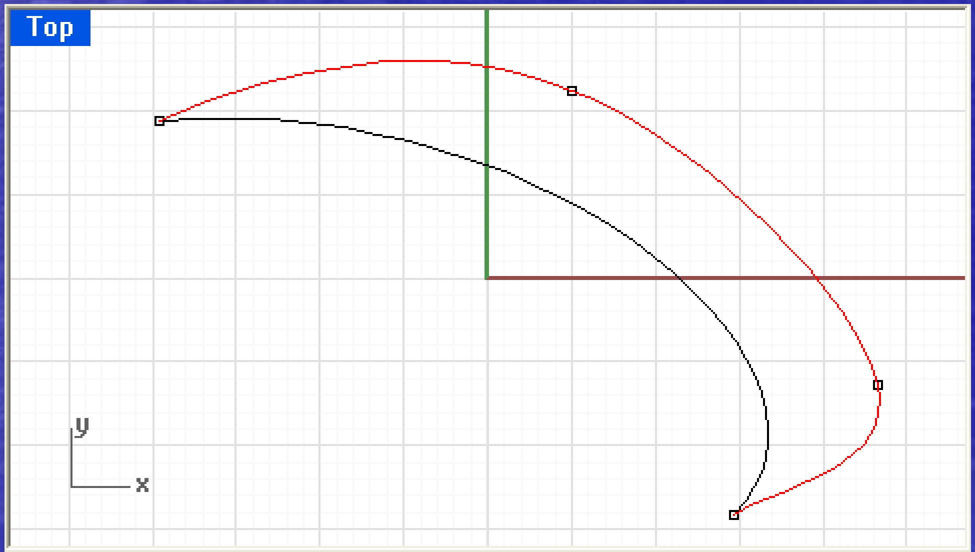
Aproksimativna kriva se može formirati ako se upotrebi

Curve > Free-form > Fit To Points.

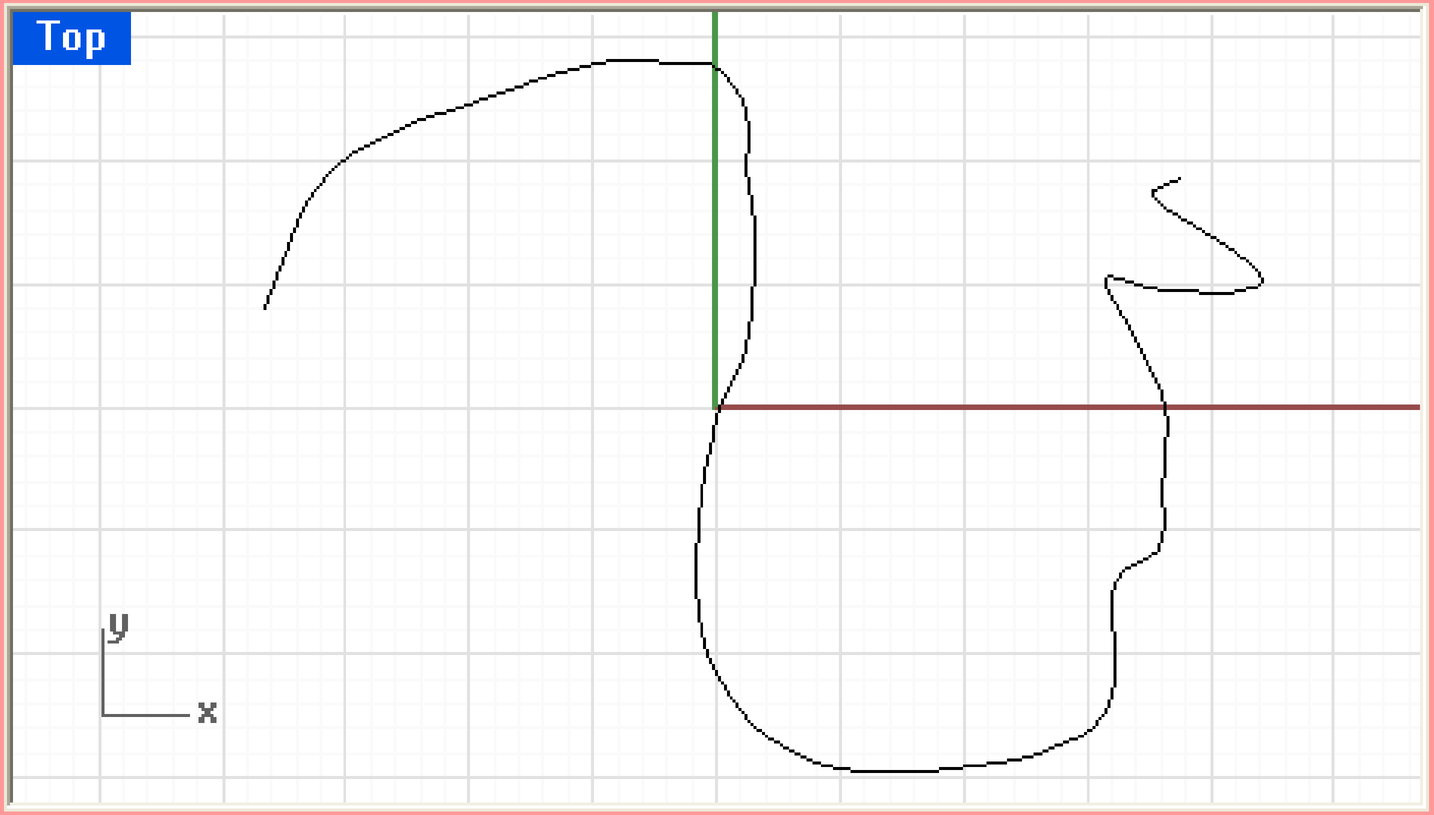
U delu za tip krive (Curve Type)

Opcija Control points daje Bezierovu krivu

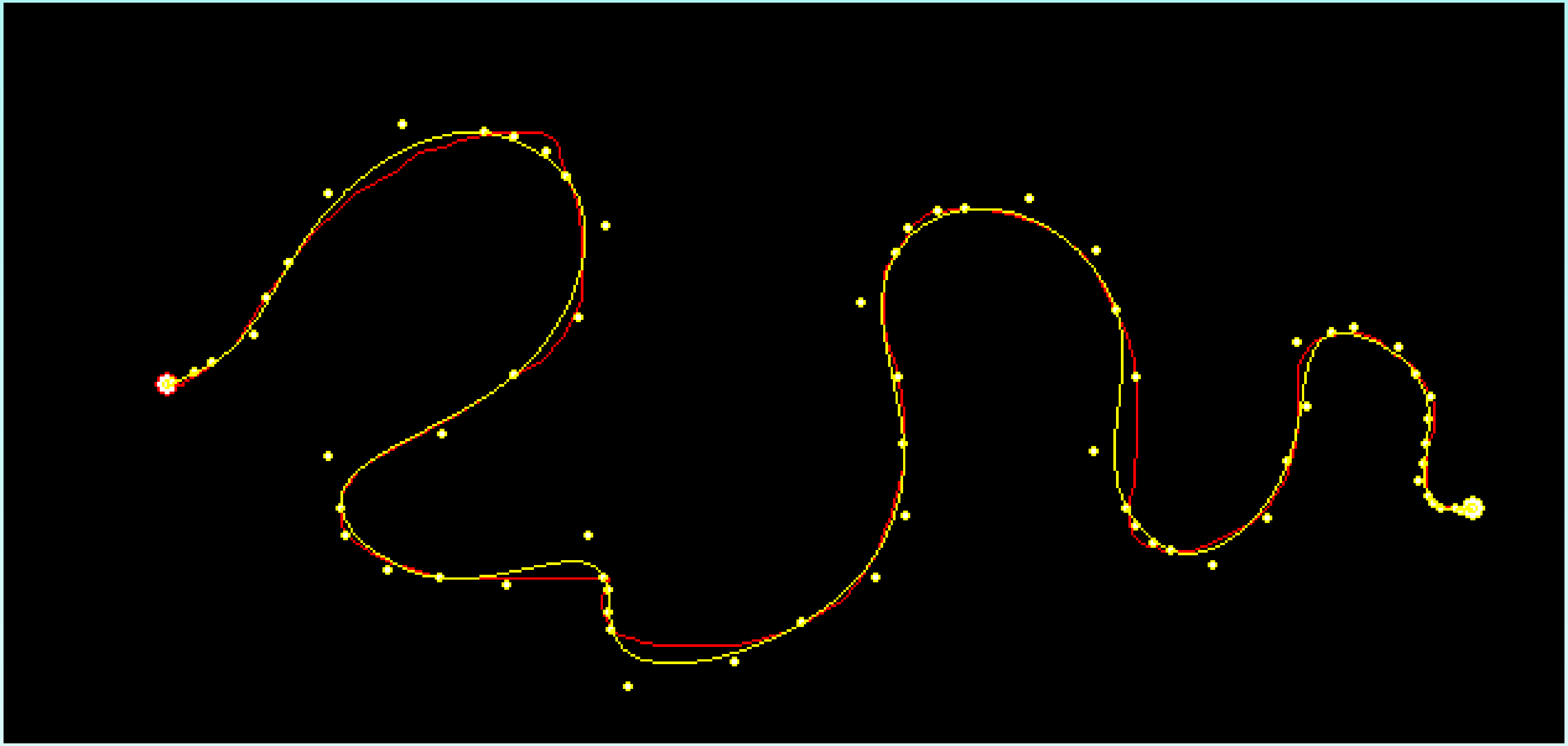
Opcija Interpolated daje interpolacionu krivu



Crtanje krive slobodnom rukom Curve-FreeForm-Sketch



Crtanje krive slobodnom rukom Curve-FreeForm-Sketch



Crtanje krive slobodnom rukom Curve-FreeForm-Sketch

Prilikom crtanja krive slobodnom rukom u trodimenzionalnom prostoru, ulazni podaci se primaju kao niz pozicija miša od trenutka kada se miš pritisne, pomera se sve dok se ne oslobodi.
Sve vreme se beleže ravnomerno, dovoljno često tačke te krive i njihove koordinate.

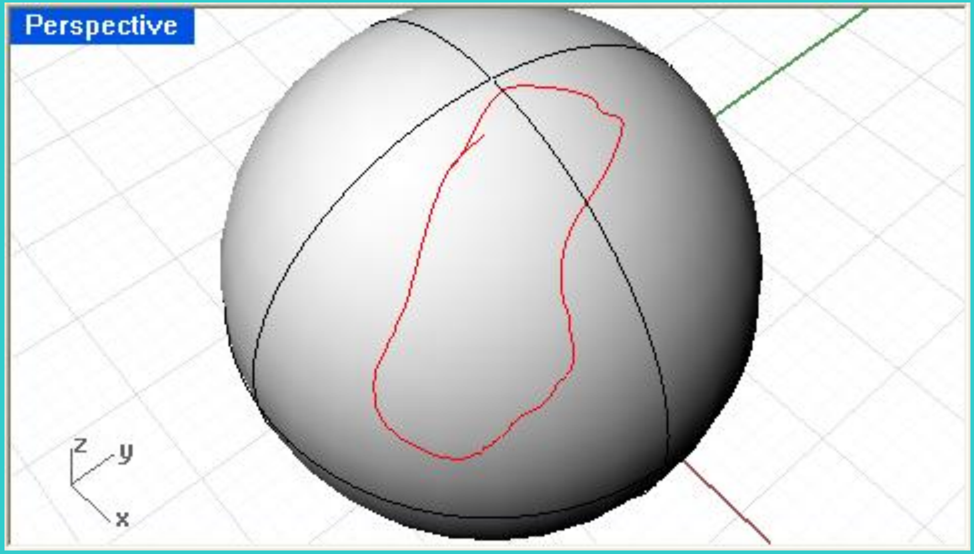
Tako se neprekidnoj krivoj pridružuje diskretni skup tačaka
(uzorkovanje krive, sampling data).
Na osnovu uzorkovanja krive, u svakoj tački se određjuju plibližno smer tangente i krivina krive.
Tako nacrtana kriva automatski se analizira i prilagođava B-splajnovima .

Sketch on Surface

1. Nacrtati površ

2. Crtanje krive na površi slobodnom rukom

Curve-Free Form-Sketch On Surface



POVRŠI SLOBODNE FORME

- Surface> Point Grid

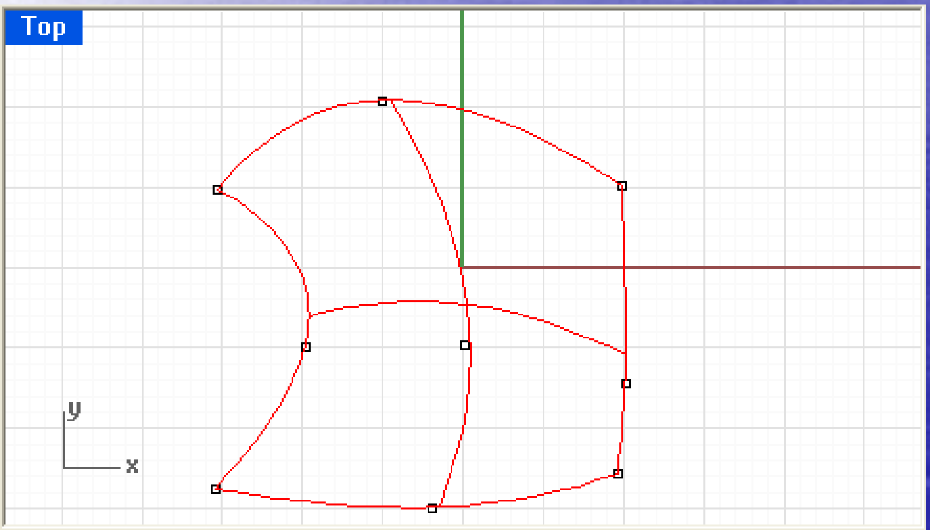
POVRŠ KROZ MREŽU TAČAKA

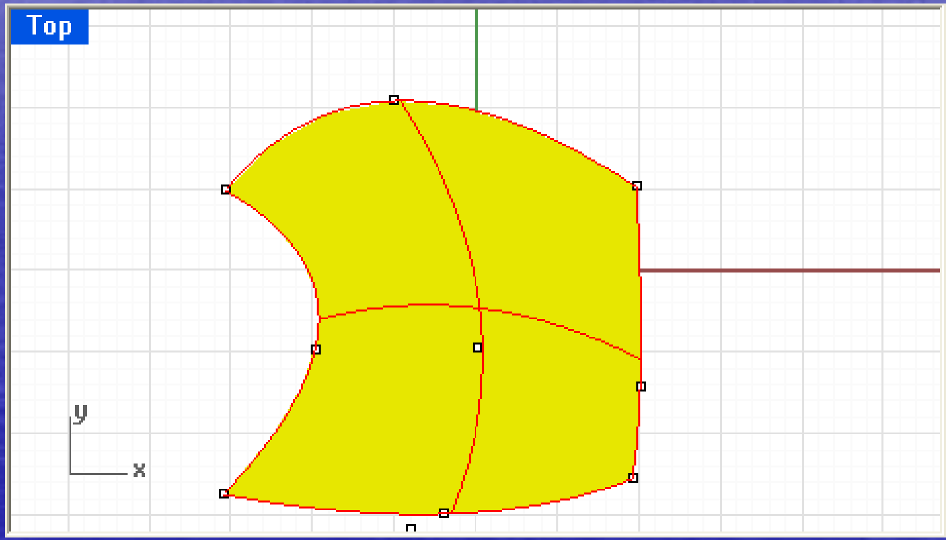
- **Ova površ se crta pomoću opcije** **Surface-Point Grid.**
- **Ona se zadaje pomoću mreže koja se sastoji od tačaka svstanih po vrstama i kolonama.**

Tako, ako imamo mrežu od (m+1)(n+1) -tačaka, možemo formirati Bezierovu površ

Surface> Point Grid

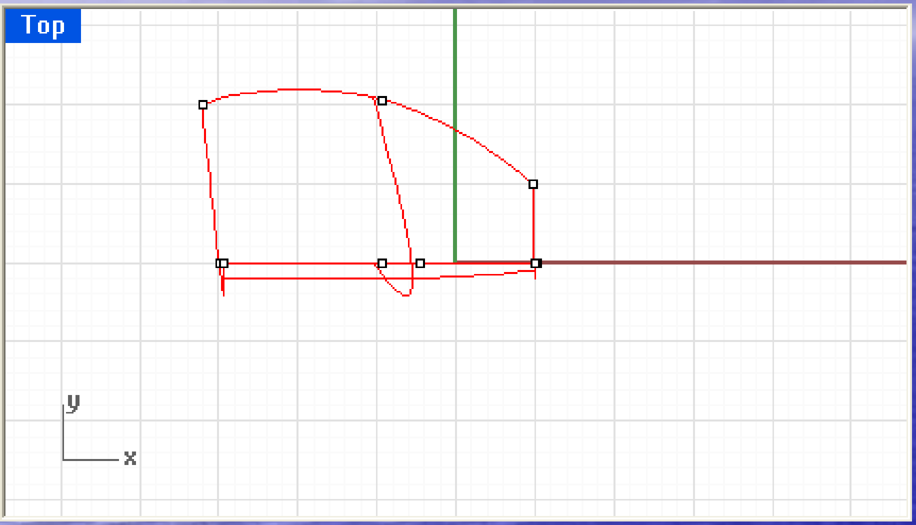
Mreža tačaka u ravni

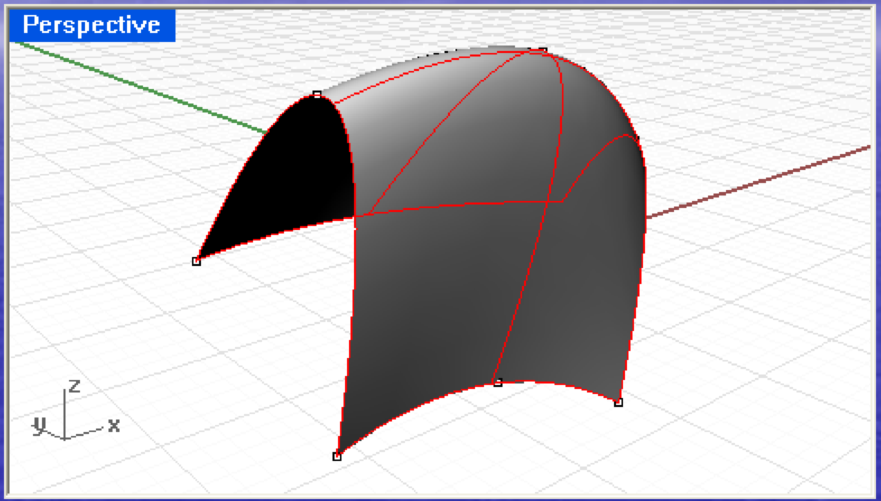


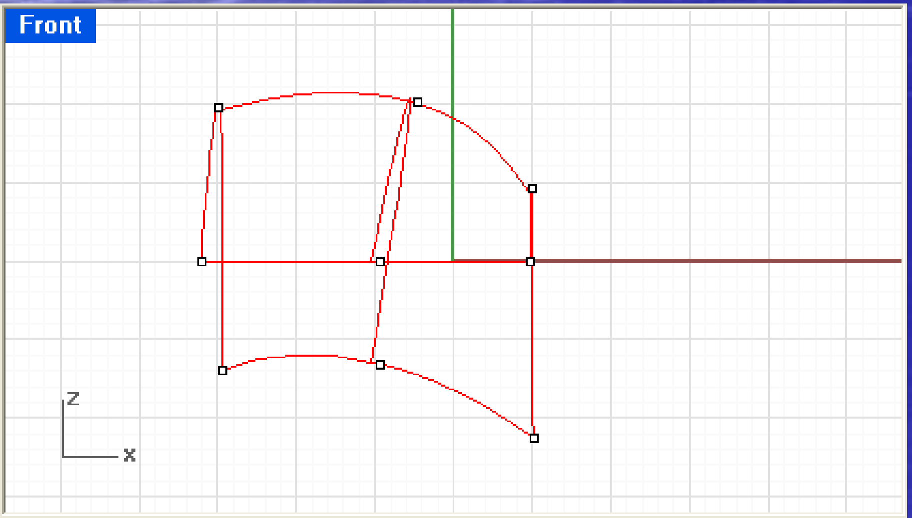


Surface> Point Grid

Mreža tačaka u prostoru





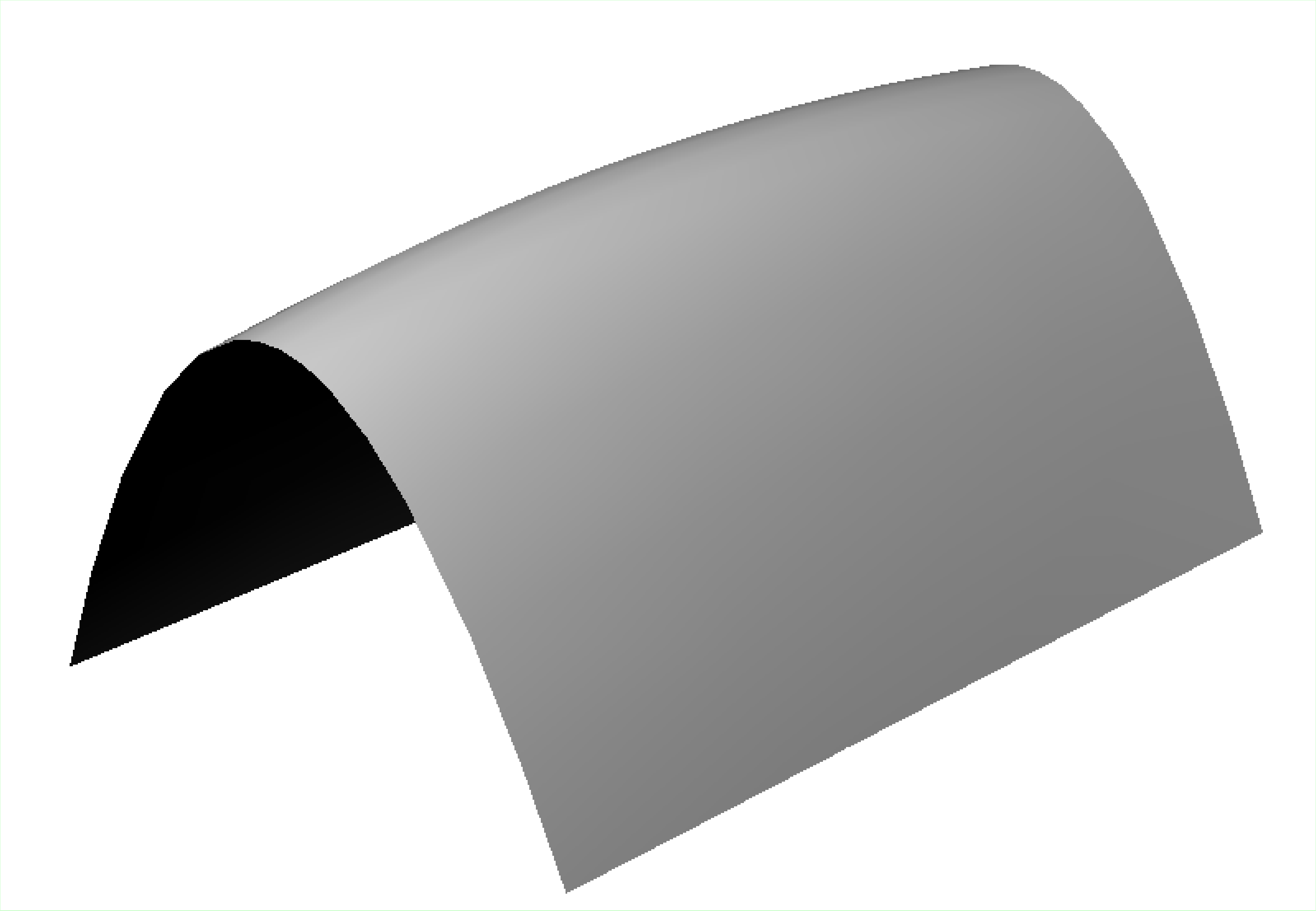


BEZIEROVE POVRŠI

$$\vec{p}(u,v) = \sum_{i=0}^{m} \sum_{j=0}^{n} \vec{p}_{i,j} B_{i,m}(u) B_{j,n}(v),$$

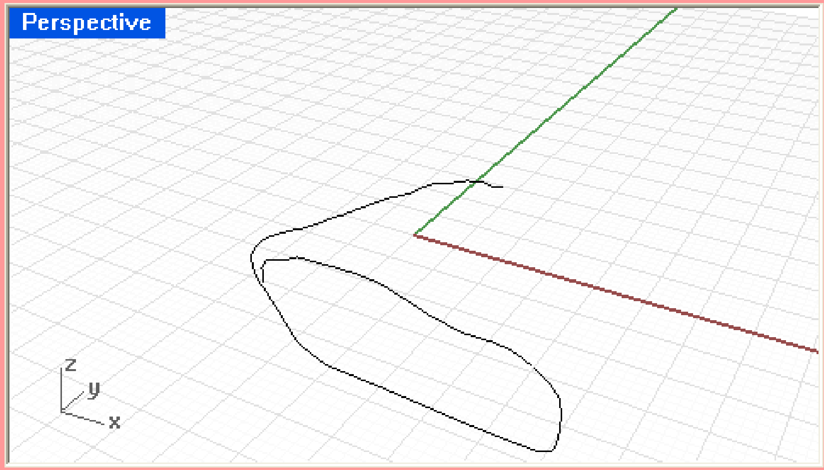
$$u,v \in (0,1)$$

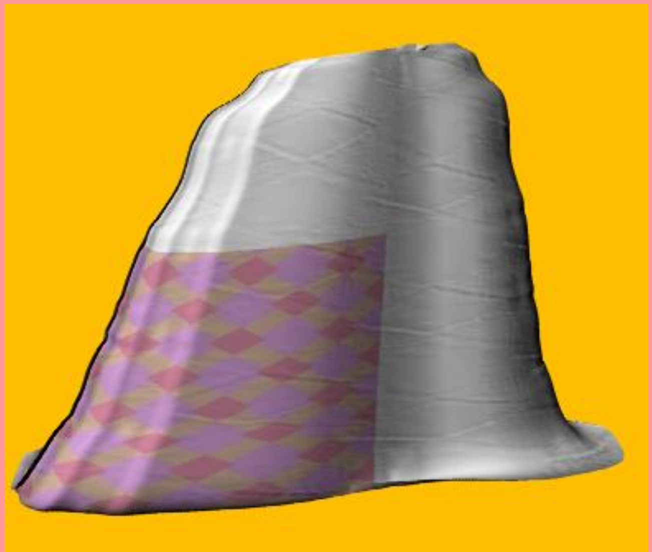
BEZIEROVE POVRŠI



Površi slobodne forme

Formirati model nekog odevnog premeta
1.Nacrtati krivu nalik elipsi pomoću Curve-FreeForm-Sketch u FRONT –ravni
2. Kroz jednu tačku prethodne krive u TOP-ravni nacrtati slobodnom rukom krivu koja će biti izvodnica.
3. Primeniti Rail-Revolve





Aproksimacije krivih linija i površi