Inženjerska grafika geometrijskih oblika

(6. predavanje)

Prva godina studija Mašinskog fakulteta u Nišu

Predavač:

Dr Predrag Rajković

TRANSFORMACIJE KOORDINATNOG SISTEMA (CONSTRUCTION PLANE)

BAZA PROSTORA

- **Baza vektorskog prostora je najmanji potreban skup vektora pomoću koga se mogu izraziti svi preostali vektori kao linearne kombinacije vektora toga skupa.**

BAZA PROSTORA

- U trodimenzionalnom prostoru jednu bazu čine vektori

$$\vec{i}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\quad \vec{j}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\quad \vec{k}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},$$

- Vektor položaja proizvoljne tačke

$$\vec{p}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

NOVA BAZA PROSTORA

- Neka je nova baza u prostoru data vektorima

$$\vec{i}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix}, \quad \vec{j}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{32} \end{bmatrix}, \quad \vec{k}_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{13} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{33} \end{bmatrix},$$

NOVA BAZA PROSTORA

$$\vec{i}_1 = \alpha_{11}\,\vec{i} + \alpha_{21}\,\vec{j} + \alpha_{31}\,\vec{k}$$

$$\vec{j}_1 = \alpha_{12}\,\vec{i} + \alpha_{22}\,\vec{j} + \alpha_{32}\,\vec{k}$$

$$\vec{k}_1 = \alpha_{13}\,\vec{i} + \alpha_{23}\,\vec{j} + \alpha_{33}\,\vec{k}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_1 & \vec{j}_1 & \vec{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

Matrica transformacije sistema

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

Determinanta matrice transformacije

$$|\,\alpha\,| = \mathbf{Det} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

STARE I NOVE KOORDINATE

Vektor položaja proizvoljne tačke

$$x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1 + z_1\vec{k}_1$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{32} \end{bmatrix} y_1 + \begin{bmatrix} \alpha_{13} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{33} \end{bmatrix} z_1$$

Izražavanje starih preko novih koordinata

- Stare koordinate vektora položaja neke tačke mogu se izraziti preko novih koordinata

$$x = \alpha_{11}\, x_1 + \alpha_{12}\, y_1 + \alpha_{13}\, z_1$$

$$y = \alpha_{21}\, x_1 + \alpha_{22}\, y_1 + \alpha_{23}\, z_1$$

$$z = \alpha_{31}\, x_1 + \alpha_{32}\, y_1 + \alpha_{33}\, z_1$$

Nove koordinate izražene preko starih koordinata

$$x_1 = \frac{\Delta_x}{|\alpha|} = \frac{1}{|\alpha|} Det \begin{bmatrix} x & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ y & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ z & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

$$y_1 = \frac{\Delta_y}{|\alpha|} = \frac{1}{|\alpha|} Det \begin{bmatrix} \alpha_{11} & x & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & y & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & z & \alpha_{33} \end{bmatrix}$$

$$z_1 = \frac{\Delta_z}{|\alpha|} = \frac{1}{|\alpha|} Det \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & x \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & y \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & z \end{bmatrix}$$

TRANSLACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

- Translacija koordinatnog sistema se može opisati formulama

$$x = x_0 + x_1$$

$$y = y_0 + y_1$$

$$z = z_0 + z_1$$

ROTACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

- Rotacija koordinatnog sistema se može opisati formulama

$$x = \cos\alpha_1\, x_1 + \cos\alpha_2\, y_1 + \cos\alpha_3\, z_1$$

$$y = \cos\beta_1\, x_1 + \cos\beta_2\, y_1 + \cos\beta_3\, z_1$$

$$z = \cos\gamma_1\, x_1 + \cos\gamma_2\, y_1 + \cos\gamma_3\, z_1$$

ROTACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

- Rotacija koordinatnog sistema u novi koordinatni sistem pri čemu su dati sledeći uglovi

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\
\hline
\vec{i}_1 & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\
\vec{j}_1 & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\
\vec{k}_1 & \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3
\end{array}
$$

TRANSLACIJA I ROTACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

•Translacija i rotacija koordinatnog sistema se mogu opisati formulama

$$x = x_0 + \cos\alpha_1 \, x_1 + \cos\alpha_2 \, y_1 + \cos\alpha_3 \, z_1$$

$$y = y_0 + \cos\beta_1 \, x_1 + \cos\beta_2 \, y_1 + \cos\beta_3 \, z_1$$

$$z = z_0 + \cos\gamma_1 \, x_1 + \cos\gamma_2 \, y_1 + \cos\gamma_3 \, z_1$$

Homogene transformacije

- Homogene transformacije se zadaju homogenim koordinatama.
- Ove koordinate se uvode da olakšaju primenu određenih tipova transformacija u projektivnoj geometriji i kompjuterskoj grafici.

Homogene transformacije

- Vektor *n*-dimenzionalnog prostora predstavlja se pomoću *(n+1)*-homogene koordinate.
- Nema jedinstvenog predstavljanja tačke iz trodimenzionalnog prostora u homogenim koordinatama.

Homogene transformacije

- najčešće biramo

$$\vec{p} = [x \ y \ z] \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_h = [x \ y \ z \ 1]$$

Opšta homogena transformacija je data relacijom

$$\vec{P}_h = \vec{p}_h \, T_h$$

- gde je T_h - transformaciona matrica.

Translacija koordinatnog sistema

$$[\,x\ \ y\ \ z\ \ 1\,] = [\,x_1\ \ y_1\ \ z_1\ \ 1\,]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_0 & y_0 & z_0 & 1 \end{bmatrix}$$

TRANSLACIJA I ROTACIJA KOORDINATNOG SISTEMA

- Translacija i rotacija koordinatnog sistema se mogu opisati formulama

$$[x\ y\ z\ 1] = [x_1\ \ y_1\ \ z_1\ \ 1]\begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_1 & 0 \\ \cos\alpha_2 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_2 & 0 \\ \cos\alpha_3 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_3 & 0 \\ x_0 & y_0 & z_0 & 1 \end{bmatrix}$$

Turntable

- Komanda Turntable stvara animaciju neprekidnim okretanjem koordinatnog sistema i objekata u njemu.
- Pritisnuti Esc za zaustavljanje.

CONSTRUCTION PLANE
Nova ravan konstruisanja

•**Nova ravan konstruisanja** **se može postaviti pomoću View-SetCPlane.**
U ovoj ravni se mogu crtati pravilni poligoni i krugovi na uobičajeni način.

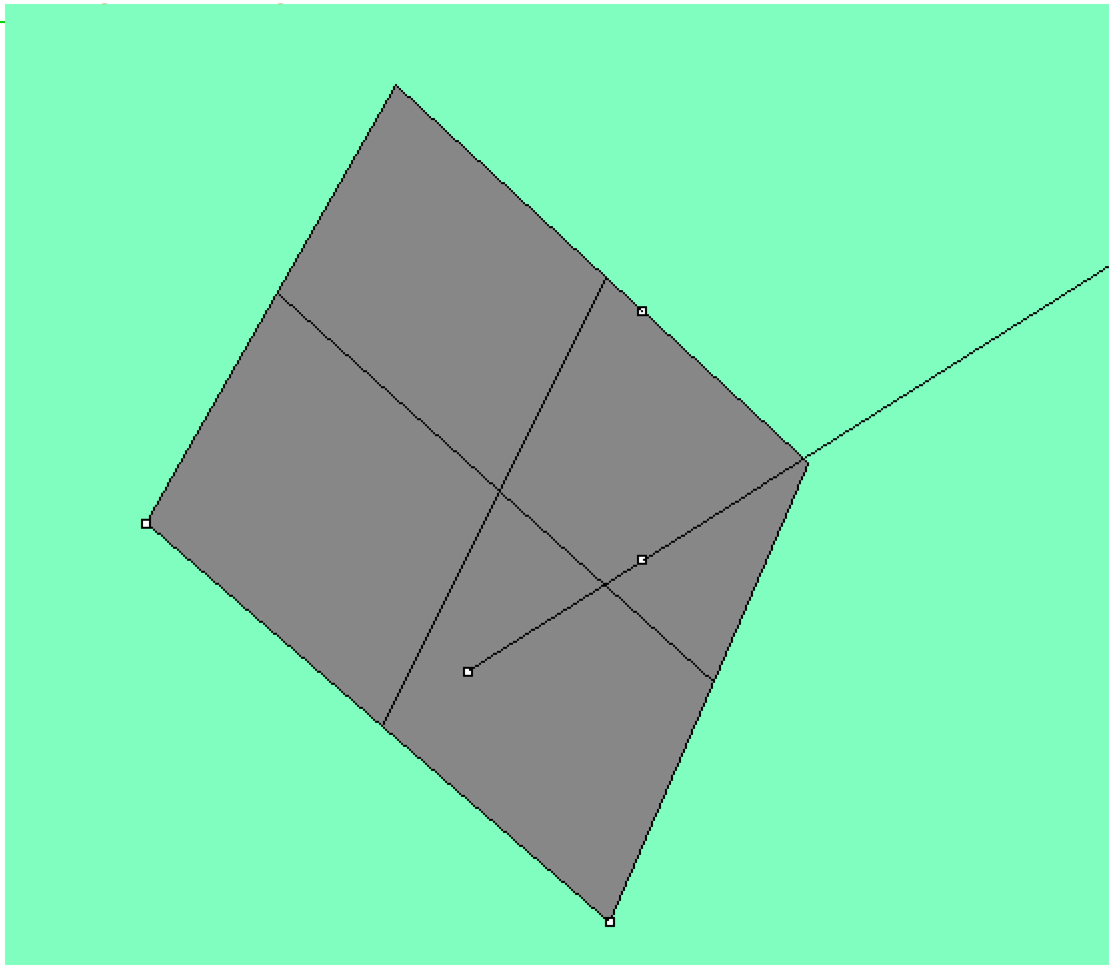
• **Nova konstruktivna ravan se može zadati pomoću 3 tačke u prostoru opcijom**
3 Points

CONSTRUCTION PLANE
Nova ravan konstruisanja

Nacrtati pravouganik čija su 3 uzastopna temena A(-5,0,0), B(0,-6,0) i C(0,0,8);
Iz tačke O(0,0,0) postaviti normalu na ravan ABC i naći tačku prodora S;
Koristeći View-SetCPlane-3Points, nacrtati pravilan šestougao ADEFGH čije je središte S i jedno teme tačka A.
Nacrtati pravilnu šestostranu prizmu čiji je jedan bazis ADEFGH i osa OS.

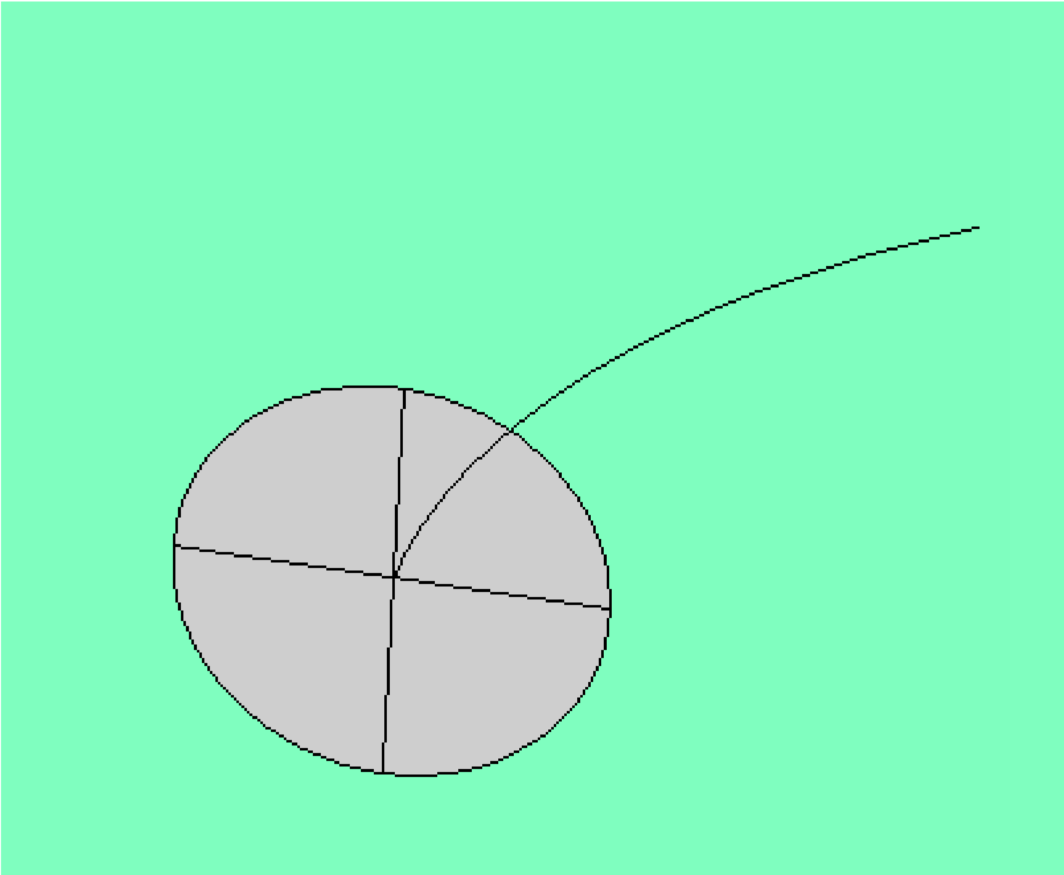
CONSTRUCTION PLANE

Nova ravan konstruisanja



CONSTRUCTION PLANE

Nova ravan konstruisanja



CONSTRUCTION PLANE

Nova ravan konstruisanja

- **Nova ravan konstruisanja može se postaviti pomoću View-SetCPlane.**
- **Opciju Perpedicular to Curve korisitimo da nacrtamo novu ravan crtanja normalnu na datu liniju, najčešće pravu.**

Nova ravan konstruisanja

- Data je duž V(7:5:5)S(0:6:0). Nacrtati obrtni konus čija je ona osa sa centrom bazisa u S i poluprečnikom R=5cm.
- Nacrtati pravilnu šestougaonu prizmu sa istom osom poluprečnika osnove r=3cm

  i visine h=3cm

  Prikazati deo konusa bez prizme.

Nova ravan konstruisanja

- Koristiti
- View-SetCPlane-Perpedicular to Curve