

Inženjerska grafika geometrijskih oblika

(2. predavanje, 1. tema)

Prva godina studija
Mašinskog fakulteta u Nišu

Predavač:

Dr Predrag Rajković

Tela.

**Projektovanje tela
pomoću softvera
RHINOCEROS**

TELO

Telo (Solid) je konačan deo prostora ograničen konačnim brojem površi.

- Podmeni **Solid (Telo)** omogućava crtanje projekcija tela.

PROSTO TELO

- Prosto telo je ograničeni skup tačaka čiji je vektor položaja jednoznačna, neprekidna troparameterska funkcija oblika

$$\vec{p} = \vec{p}(u, v, w),$$

$$(u, v, w) \in (a, b) \times (c, d) \times (e, f)$$

- U skalarnom obliku jednačina tela glasi

$$\begin{cases} x = x(u, v, w) \\ y = y(u, v, w) \\ z = z(u, v, w) \end{cases}$$

$$(u, v, w) \in (a, b) \times (c, d) \times (e, f)$$

Prva projekcija tela

- Prva (horizontalna) projekcija tela je ravanska površ koja nastaje projektovanjem tačaka tela u horizontalnu ravan.

$$\vec{\mathbf{p}} \begin{cases} x = x(u, v, w) \\ y = y(u, v, w) \\ z = z(u, v, w) \end{cases} \quad \vec{\mathbf{p}}' \begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = 0 \end{cases}$$

Druga i treća projekcija tela

- Druga (frontalna) projekcija tela je ravanska površ koja nastaje projektovanjem tačaka tela u frontalnu ravan.
- Treća (profilna) projekcija tela je ravanska površ koja nastaje projektovanjem tačaka tela u profilnu ravan.

$$\vec{\mathbf{p}}'' \quad \begin{cases} x = x(u, w) \\ y = 0 \\ z = z(u, w) \end{cases}$$

$$\vec{\mathbf{p}}''' \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = y(v, w) \\ z = z(v, w) \end{cases}$$

EksPLICITNA JEDNAČINA TELA

$$z \leq f(x, y), \quad (x, y) \in D \subset \mathbb{R}^2$$

IMPLICITNA JEDNAČINA TELA

$$F(x, y, z) \leq 0, \quad (x, y, z) \in D \subset \mathbb{R}^3$$

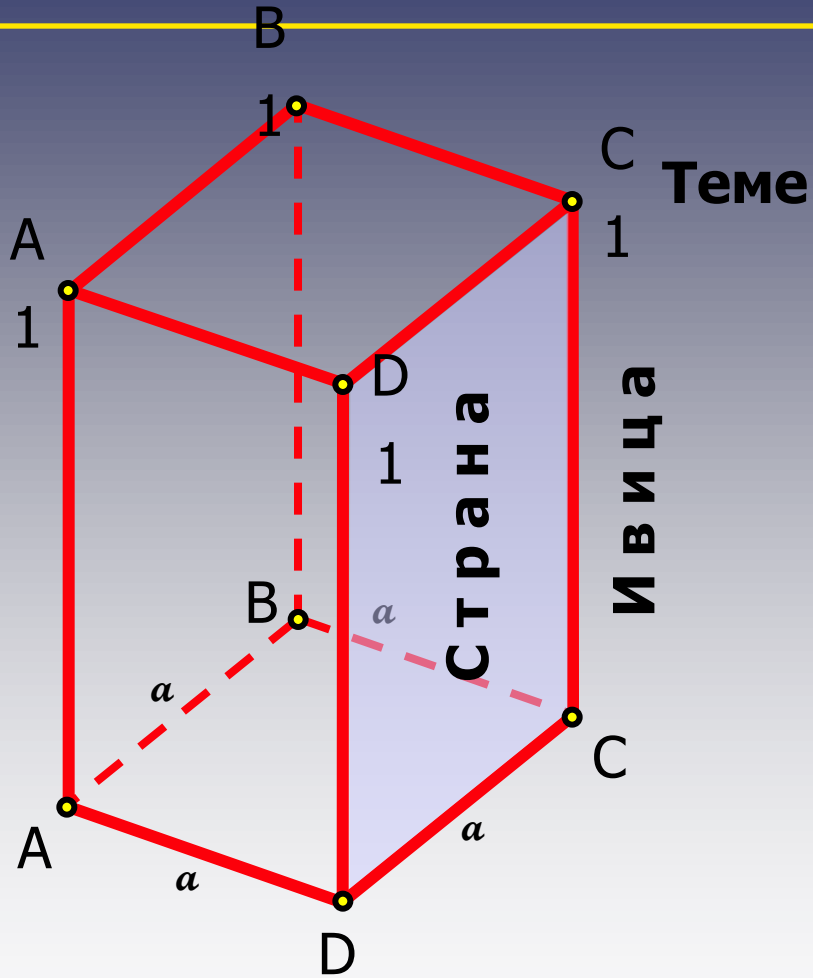
Paralelopiped

Paralelopiped je telo nastalo izvlačenjem mnogougla u smeru datog vektora (kocka, kvadar, prizma).

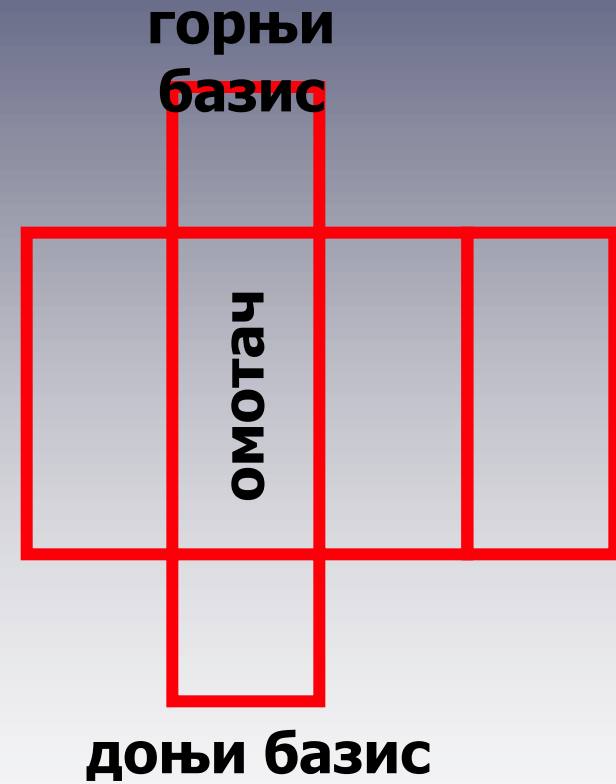
Kvadar, čiji je jedna osnova u nekoj projekcijskoj ravni, se crta pomoću **Solid>Box**.

KVADAR

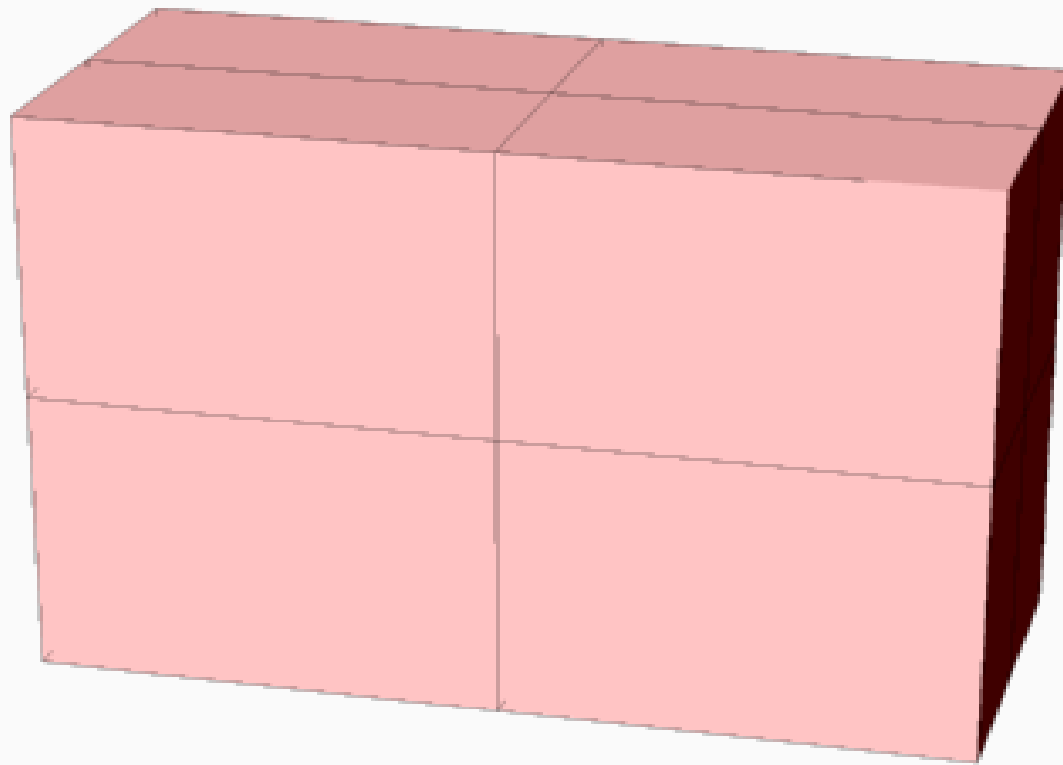
- PRAVOUGLI PARALELOPIPED



МРЕЖА



Kvadar (Box)



Paralelepiped određen temenima

Jednačina paralelepipeda određenog početnom tačkom i vektorima stranica glasi

$$\vec{p} = \vec{p}_{00} + u \cdot \vec{r} + v \cdot \vec{s} + w \cdot \vec{t},$$

$$(u, v, w) \in (0, 1) \times (0, 1) \times (0, 1)$$

Paralelepiped čija su četiri temena određena vektorima položaja

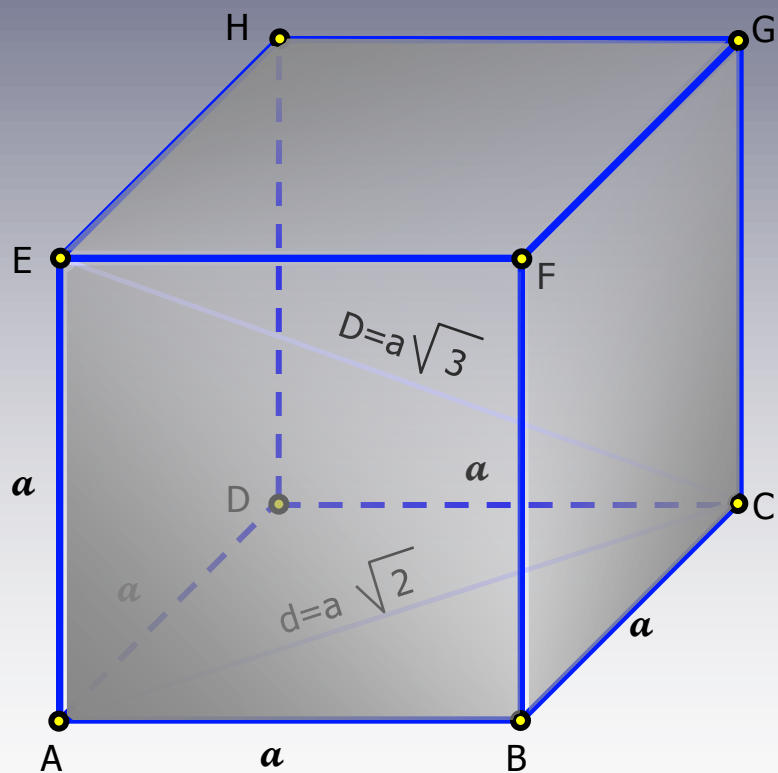
$$\vec{p}_{000}, \quad \vec{p}_{001}, \quad \vec{p}_{010}, \quad \vec{p}_{100}$$

zadovoljava istu jednačinu u kojoj su

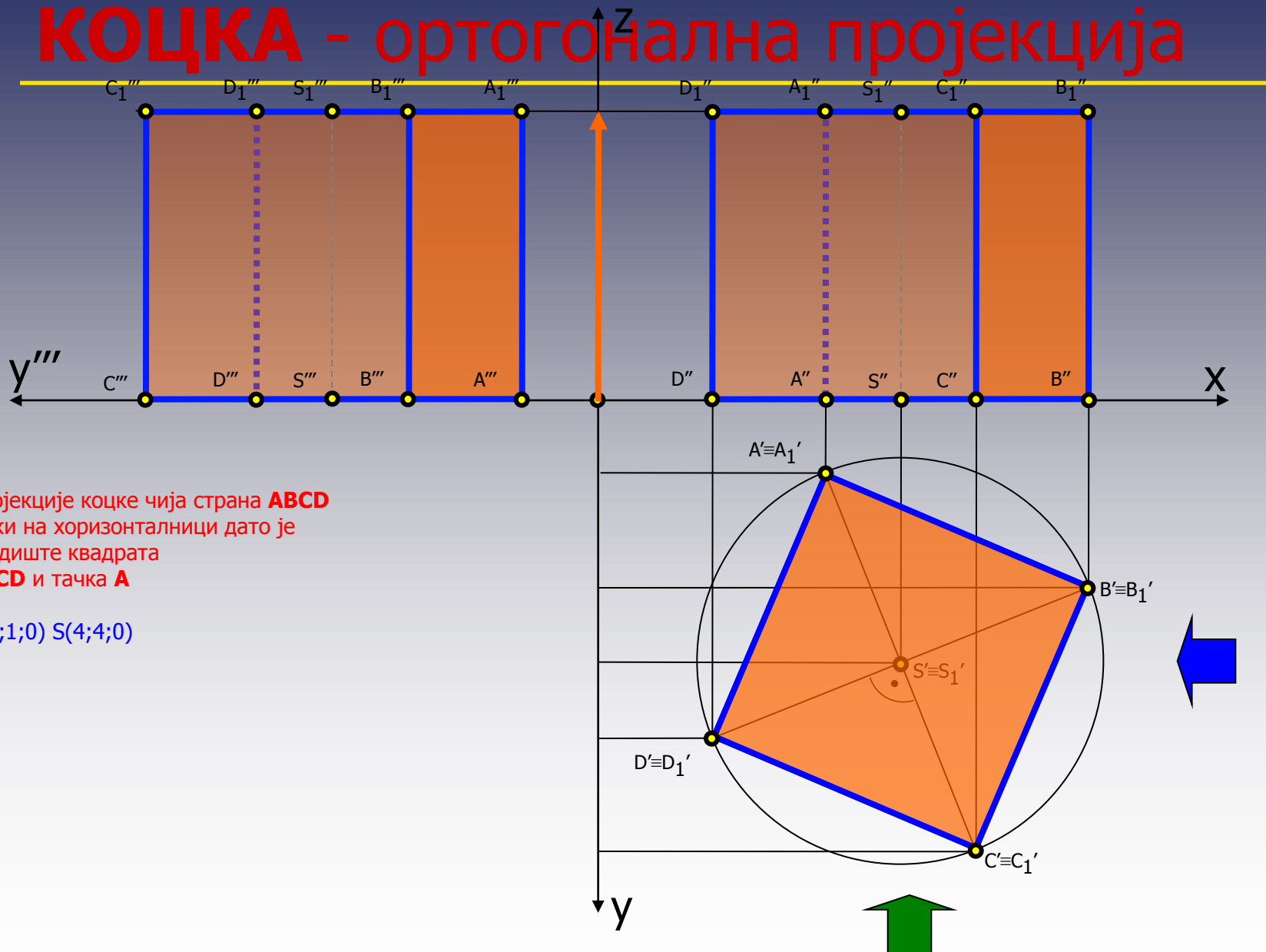
$$\vec{r} = \vec{p}_{001} - \vec{p}_{000}, \quad \vec{s} = \vec{p}_{010} - \vec{p}_{000}, \quad \vec{t} = \vec{p}_{100} - \vec{p}_{000}$$

(ХЕКСАЕДАР)

Темена	Ивица	Страна	Облик страна
8	12	6	квадрат



КОЦКА - ортогонална пројекција



Пројекције коцке чија страна **ABCD** лежи на хоризонталници дато је средиште квадрата **ABCD** и тачка **A**

A(3;1;0) S(4;4;0)

ZAPREMINA TELA

- **Jedinična zapremina** je zapremina kocke čija ivica ima jediničnu dužinu.
- Ako su gornji granična vrednost ukupne zapremine kocki koje se u njega mogu upisati i donja granična vrednost kocki koje se oko njega mogu opisati jednake, onda je taj broj **zapremina tela**.

LOPTA (SPHERE)

**Lopta je telo ograničeno sferom.
Projekcija lopte je njen veliki krug.**

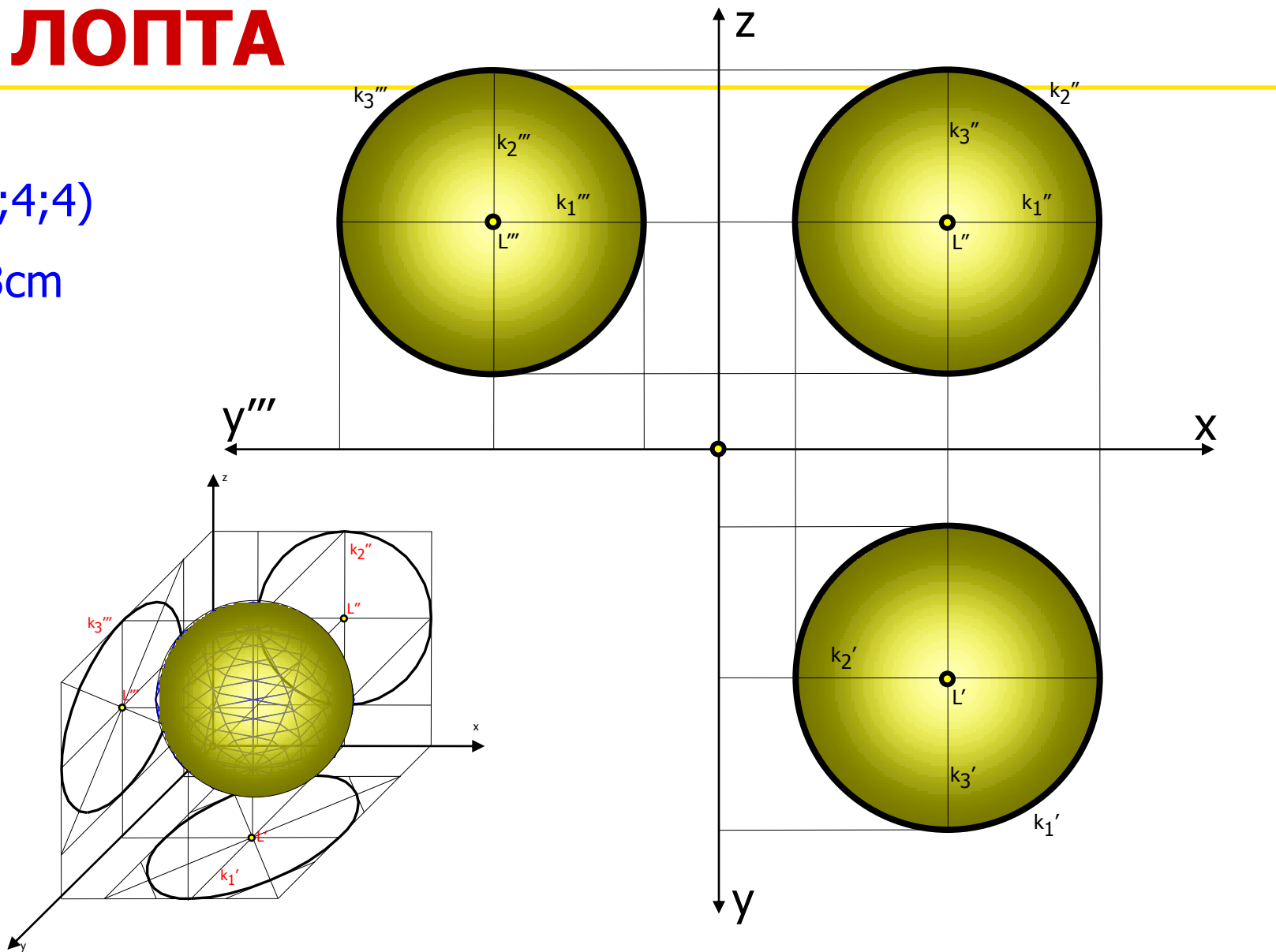
$$\vec{\mathbf{p}}(u, v, r) \quad \begin{cases} x & = & r \cos u \cos v \\ y & = & r \cos u \sin v \\ z & = & r \sin u \end{cases}$$
$$(r, u, v) \in (0, R) \times (0, \pi) \times (0, 2\pi)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$$

ЛОПТА

L(4;4;4)

r=3cm



CILINDRIČNO TELO

Cilindrično telo nastaje popunjavanjem unutrašnjosti zatvorene cilindrične površi.

Kružni cilindar (oblica, valjak)

$$\vec{p}(u, v, w) \begin{cases} x = w \cos u \\ y = w \sin u \\ z = v \end{cases}$$
$$u \in (0, 2\pi) \quad v \in (0, b) \quad w \in (0, R)$$

KONUSNO TELO (CONE)

Konusno telo ograničava konusna površ i bazisni krug.

$$\vec{p}(u, v, w) \begin{cases} x = w \cos v \\ y = w \sin v \\ z = u \end{cases}$$

$$v \in (0, 2\pi), w \in (0, u), u \in (0, b)$$

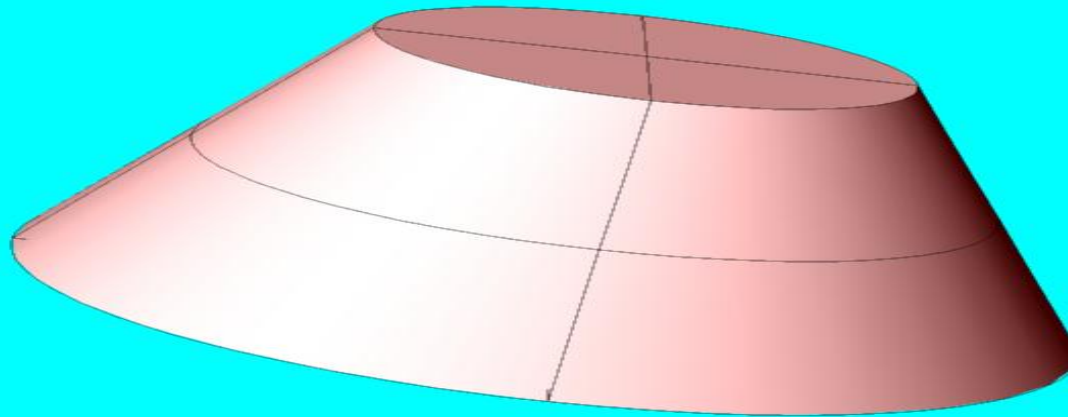
ZARUBLJENI KONUS (TRUNCATED CONE)

Zarubljeni konus je telo koje zatvaraju dva kruga i deo konusne površi između njih.

$$\vec{p}(u, v, w) \begin{cases} x = w \cos v \\ y = w \sin v \\ z = u \end{cases}$$

$$v \in (0, 2\pi), w \in (0, u), u \in (a, b)$$

ZARUBLJENI KONUS (TRUNCATED CONE)



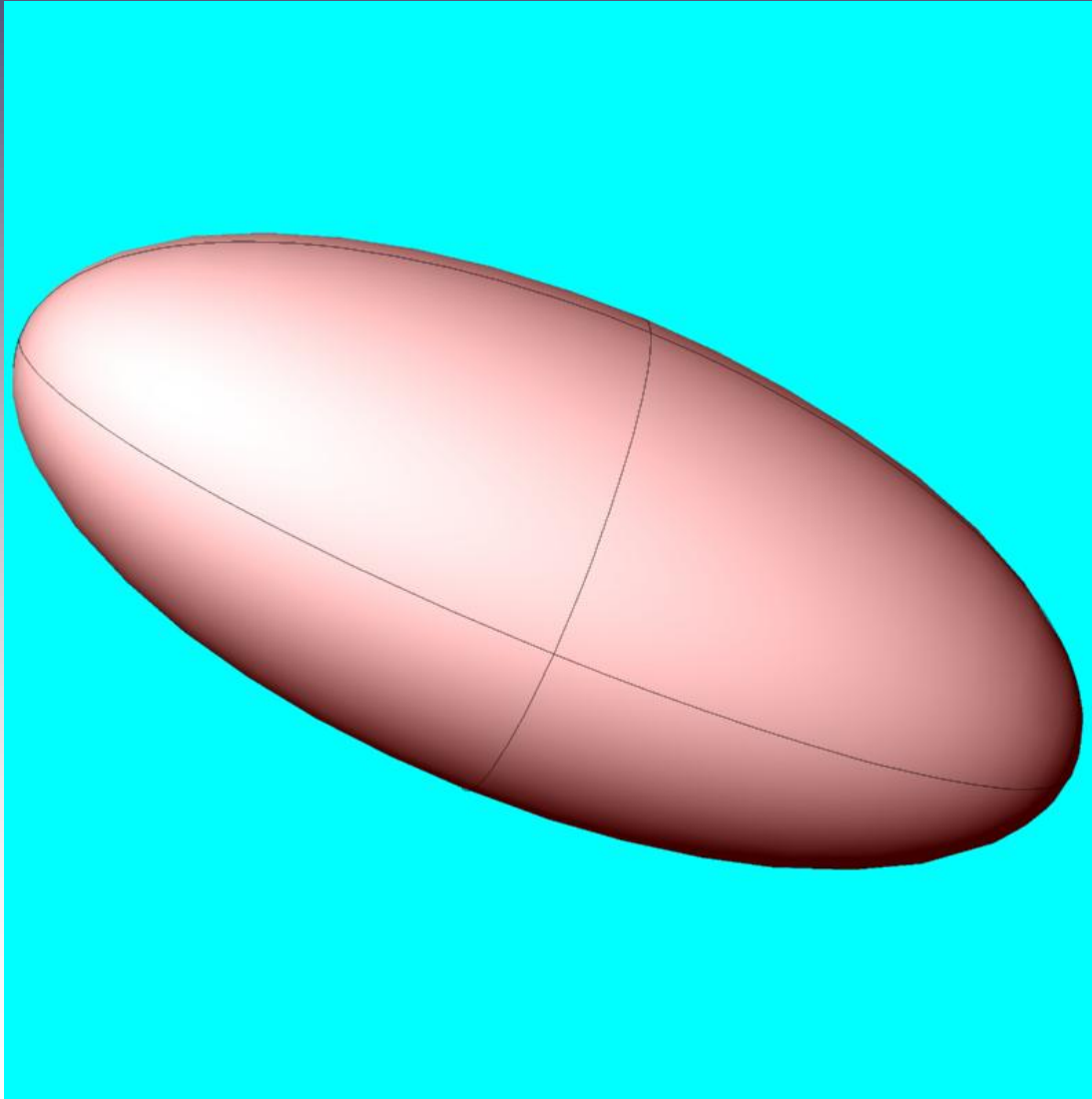
Elipsoid (Ellipsoid)

$$\begin{cases} x &= a w \cos u \cos v \\ y &= b w \cos u \sin v \\ z &= c w \sin u \end{cases}$$

$$u, v \in (0, 2\pi), w \in (0, 1)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$$

Ellipsoid



TELO TORUS

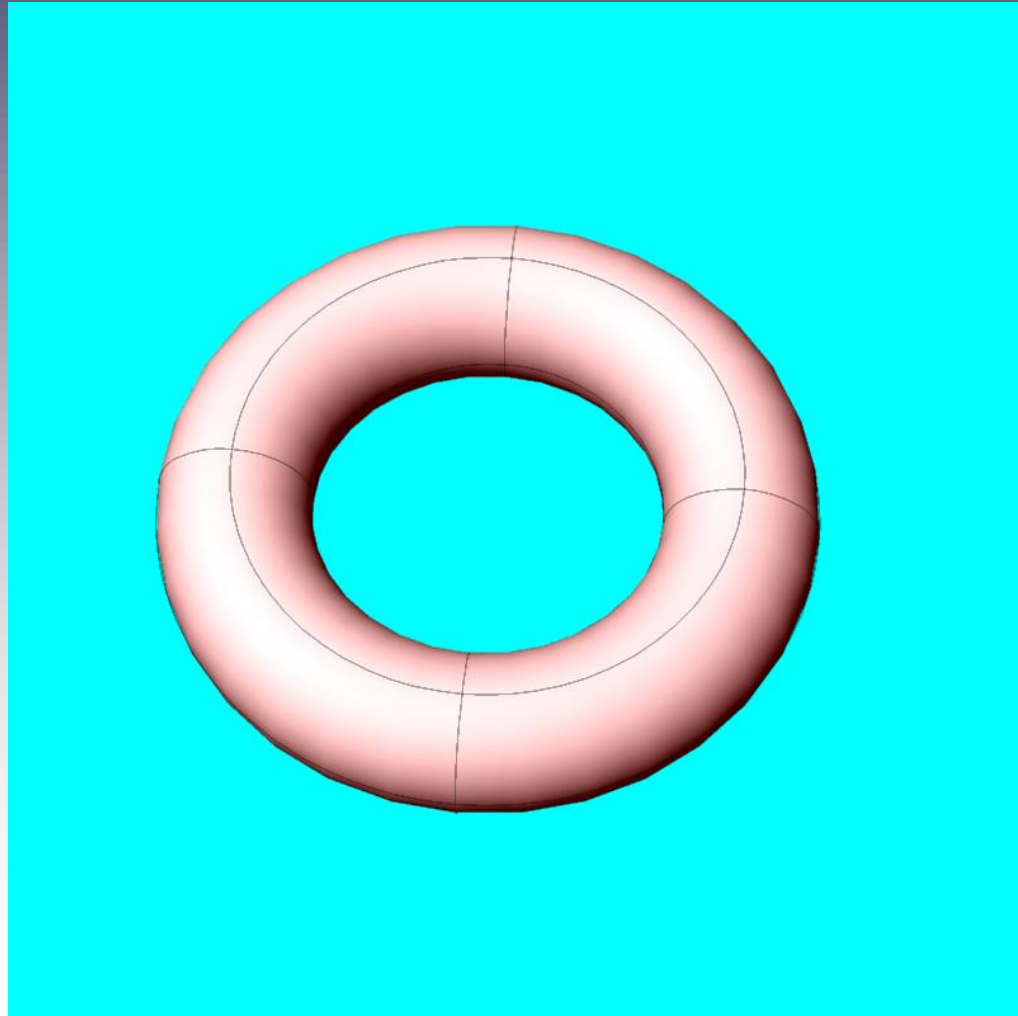
Telo torus nastaje rotacijom kruga oko ose izvan tog kruga

$$\vec{p}(u) \begin{cases} x = p + R \cos u \\ y = 0 \\ z = q + R \sin u \end{cases} \quad \vec{p}(u, v) \begin{cases} x = (p + R \cos u) \cos v \\ y = (p + R \cos u) \sin v \\ z = q + R \sin u \end{cases}$$

$$\vec{p}(u, v, w) \begin{cases} x = (p + w \cos u) \cos v \\ y = (p + w \cos u) \sin v \\ z = q + w \sin u \end{cases}$$

$$u \in (0, 2\pi), v \in (0, 2\pi), w \in (0, R)$$

Torus

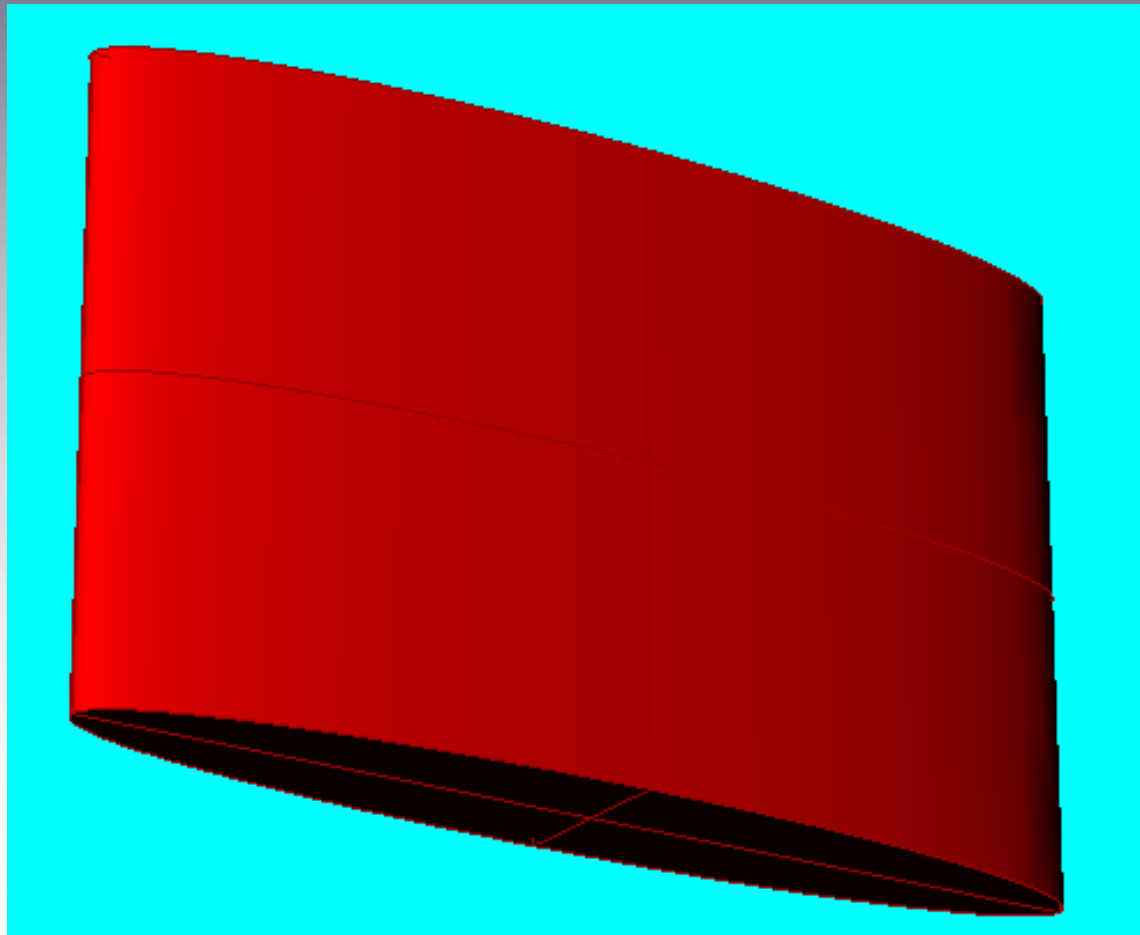


Telo nastalo izvlačenjem ravne krive

Opcija Extrude planar curve stvara telo čija osnova je površ omeđena datom krivom, a omotač nastaje njenim izvlačenjem u smeru izabranog vektora.

Extrude planar curve

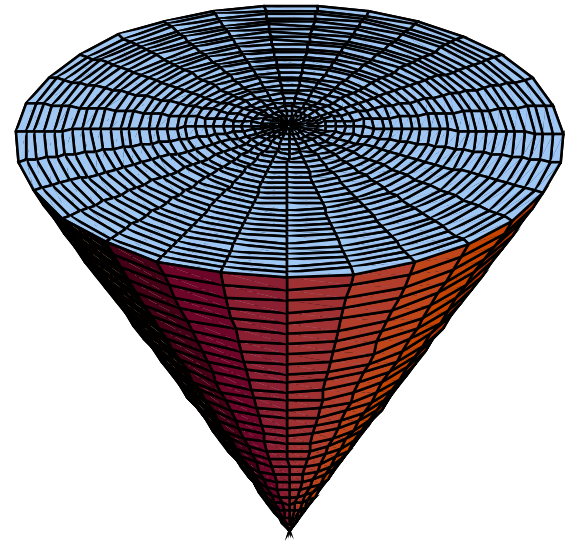
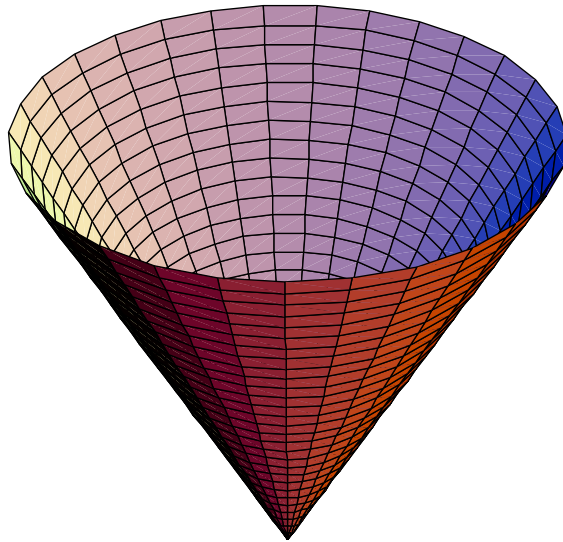
- Telo nastalo izvlačenjem elipse koja leži u horizontalnoj ravni u smeru z-ose



Telo nastalo zatvaranjem površi

Opcija **Cap planar Holes** stvara telo **zatvaranjem ravne rupe**, tj. površi koja ima nepopunjenu ravnu osnovu. Ne može se primeniti u ostalim slučajevima.

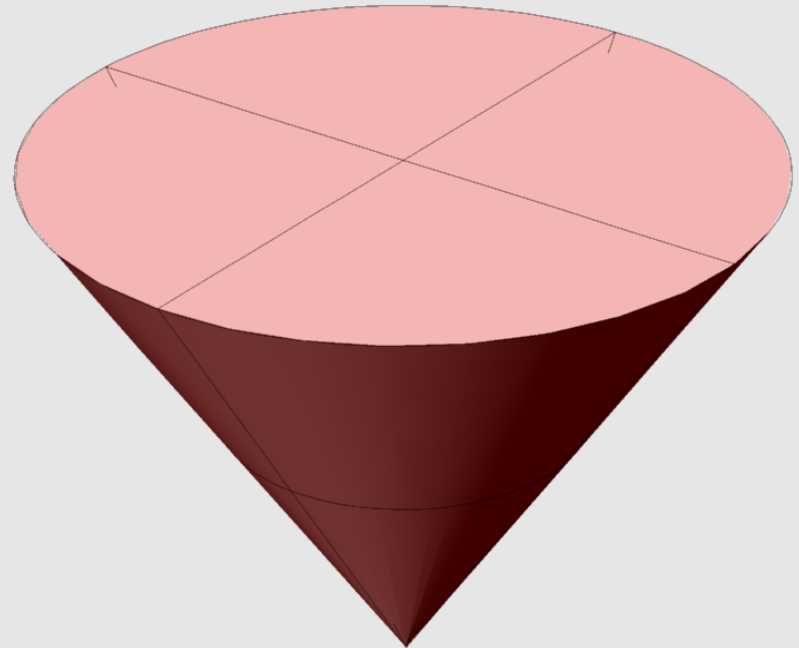
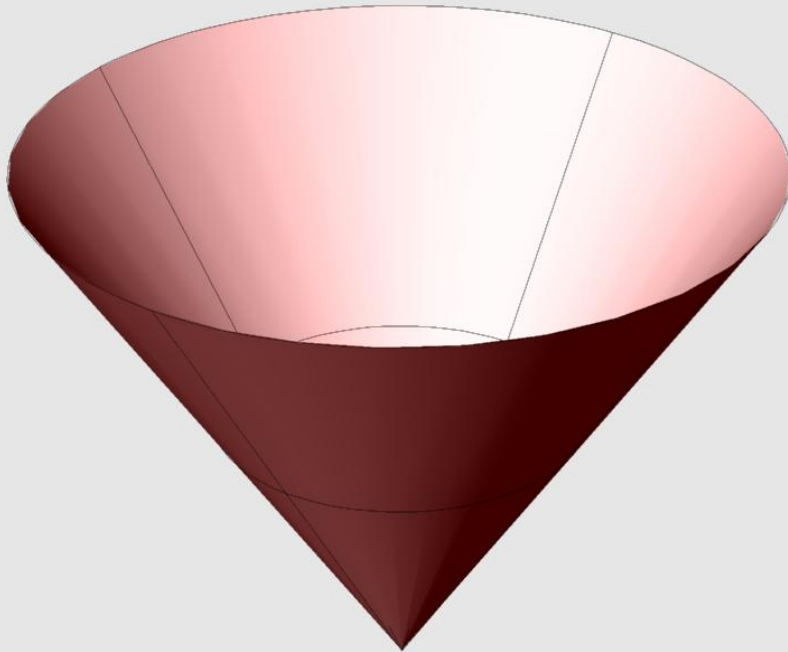
Cap planar Holes



$$\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \sin v \\ z = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = w u \cos v \\ y = w u \sin v \\ z = u \end{cases}$$

$$v \in [0, 2\pi], u \in [0, b], w \in [0, 1]$$

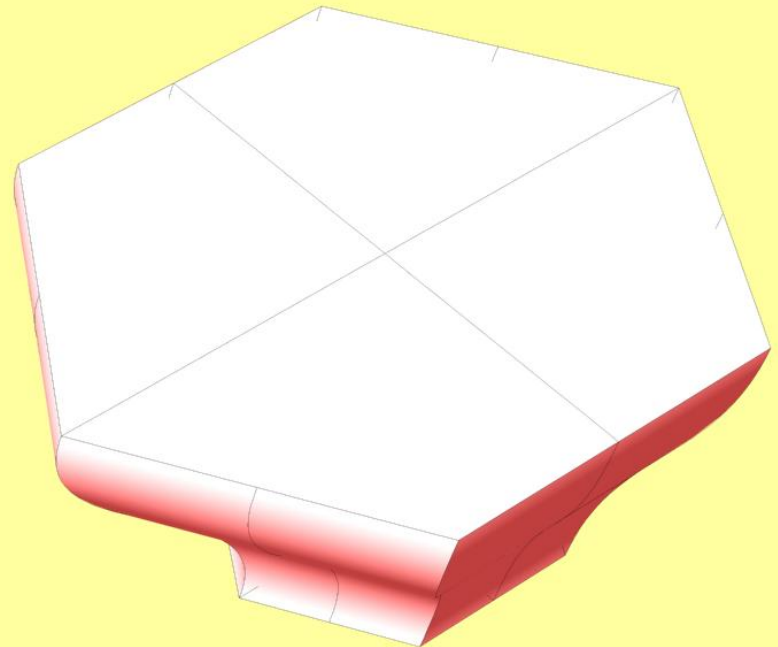
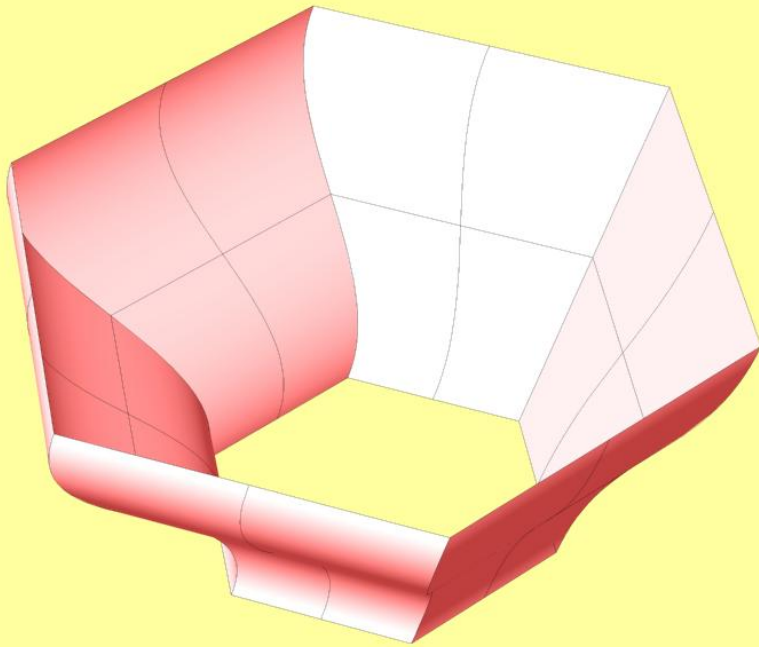
Cap planar Holes



$$\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \sin v \\ z = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = w u \cos v \\ y = w u \sin v \\ z = u \end{cases}$$

$$v \in [0, 2\pi], u \in [0, b], w \in [0, 1]$$

Cap planar Holes



MREŽA KOORDINATNIH LINIJA NA TELU (GREED)

Koordinatne u -linije date su jednačinama

$$\vec{p} = \vec{p}(u, v_0, w_0), \quad u \in (a, b)$$

Koordinatne v -linije su

$$\vec{p} = \vec{p}(u_0, v, w_0), \quad v \in (c, d)$$

Koordinatne w -linije su

$$\vec{p} = \vec{p}(u_0, v_0, w), \quad w \in (e, f)$$

TANGENTE KOORDINATNIH LINIJA

Tangenta u-linije, v-linije i w-linije
odredjene su vektorima

$$\vec{\mathbf{p}}_u = \frac{d \vec{\mathbf{p}}}{du} (u_0, v_0, w_0),$$

$$\vec{\mathbf{p}}_v = \frac{d \vec{\mathbf{p}}}{dv} (u_0, v_0, w_0),$$

$$\vec{\mathbf{p}}_w = \frac{d \vec{\mathbf{p}}}{dw} (u_0, v_0, w_0).$$

MREŽA KOORDINATNIH POVRŠI NA TELU (GREED)

Koordinatne (u,v) -površni su

$$\vec{p} = \vec{p}(u, v, w_0), \quad (u, v) \in (a, b) \times (c, d)$$

Koordinatne (u,w) -površni su

$$\vec{p} = \vec{p}(u, v_0, w), \quad (u, w) \in (a, b) \times (e, f)$$

**Koordinatne (v,w) -površni su
površni**

$$\vec{p} = \vec{p}(u_0, v, w), \quad (v, w) \in (c, d) \times (e, f)$$