

Inženjerska grafika geometrijskih oblika

(1. predavanje, 3. tema)

Prva godina studija
Mašinskog fakulteta u Nišu

Predavač:

Dr Predrag Rajković

**Krive linije.
Projekcije krivih
pomoću softvera
RHINOCEROS**

PROJEKCIJE TAČKE I KRIVE

- **Podmeni Curve (kriva) omogućava crtanje projekcija tačaka i krivih linija u prostoru.**

PROJEKCIJE TAČKE (POINT)

Tačka M je geometrijski objekt čiji je položaj u prostoru određen koordinatama:

x – rastojanje od profilne ravni

y – rastojanje od frontalne ravni

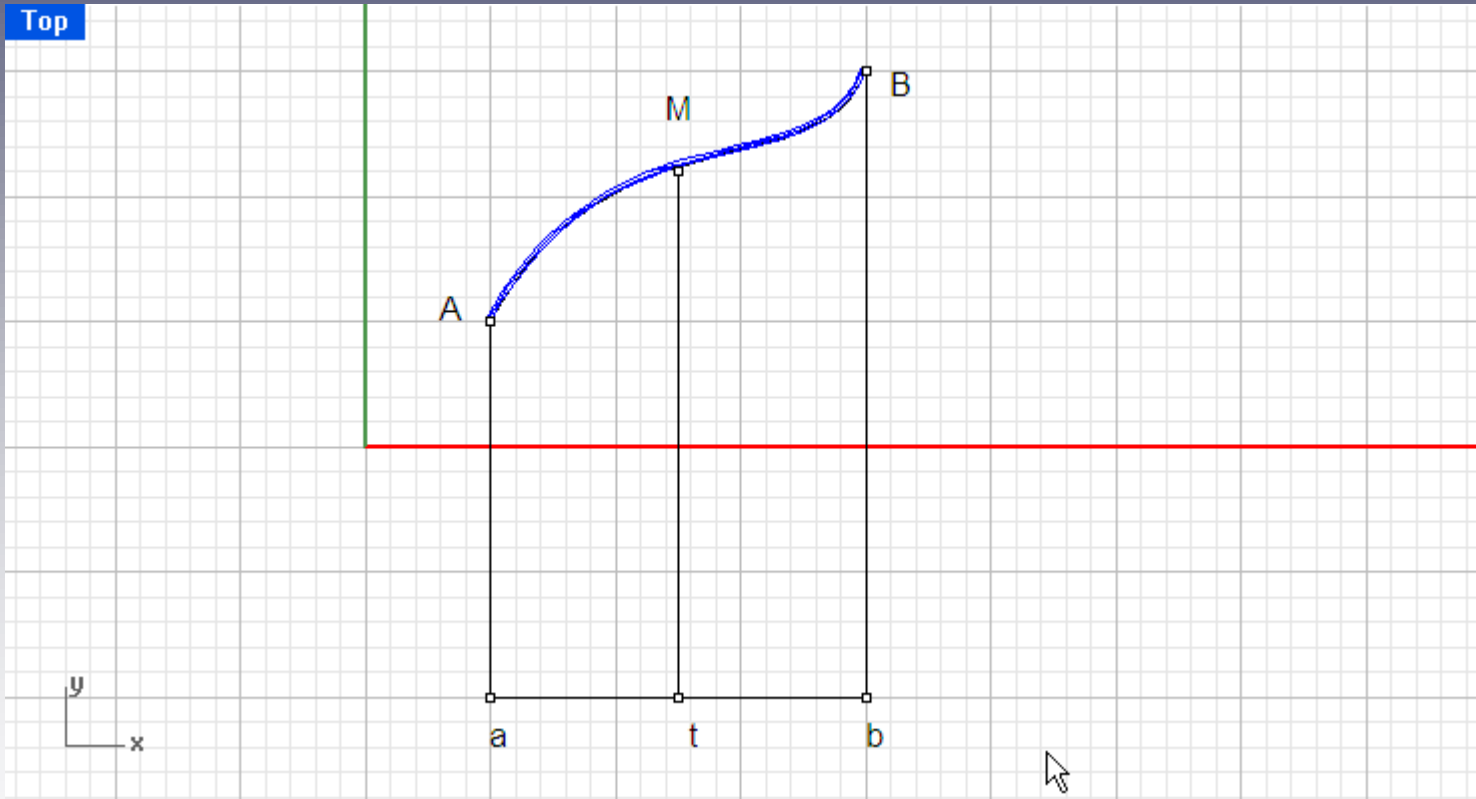
z – rastojanje od horizontalne ravni

Pišemo $M(x,y,z)$.

Kriva (Curve)

- **Duž** je elementarna kriva
- **Kriva** je skup tačkaka u prostoru koji je homeomorfan sa nekom duži
(tj. postoji uzajamno jednoznačno i neprekidno preslikavanje između njih)
- **Kriva** ima tačno određenu dužinu, a nema površinu i zapreminu.

Kriva (Curve)



PROSTA KRIVA (Curve)

Kriva je skup tačaka u prostoru čiji vektor položaja zavisi od jednog parametra.

Vektorska jednačina krive

$$\vec{p} = \vec{p}(t), \quad t \in (a, b)$$

Skalarna jednačina krive

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad t \in (a, b)$$

Početna i krajnja tačka krive

- **Početna tačka krive**

$$\vec{p}_0 = \vec{p}(a)$$

- **Krajnja tačka krive**

$$\vec{p}_1 = \vec{p}(b)$$

Prva projekcija krive

$$\vec{p} \quad x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t),$$

je kriva

$$\vec{p}' \quad x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=0,$$

Druga i treća projekcija krive

$$\vec{p}'' \quad \mathbf{x}=\mathbf{x}(t) , \quad \mathbf{y}=\mathbf{0}, \quad \mathbf{z}=\mathbf{z}(t),$$

$$\vec{p}''' \quad \mathbf{x}=\mathbf{0} , \quad \mathbf{y}=\mathbf{y}(t), \quad \mathbf{z}=\mathbf{z}(t),$$

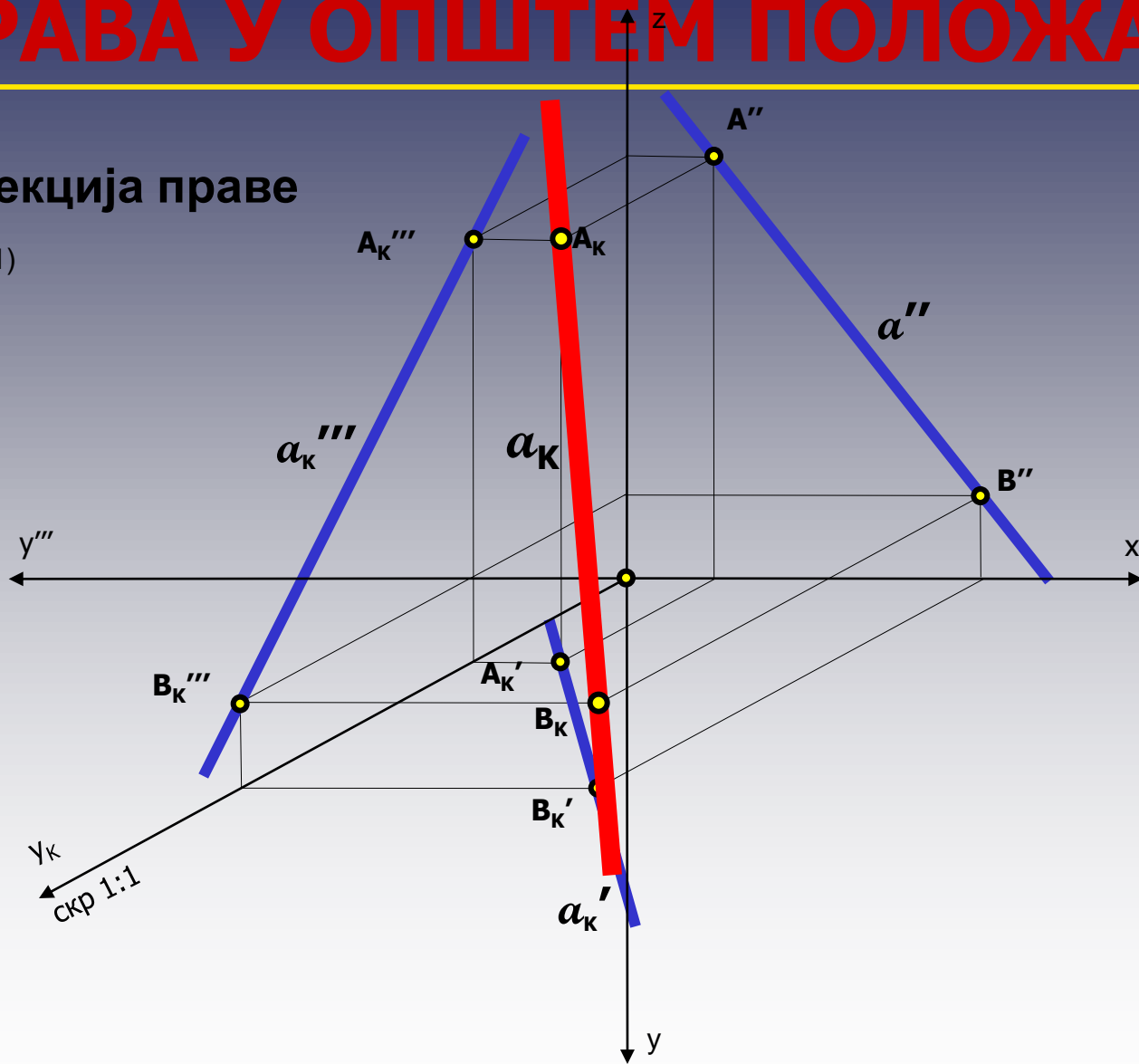
Ravanske krive

Ravanske krive su krive za koje postoji ravan koja ih sadrži

ПРАВА У ОПШТЕМ ПОЛОЖАЈУ

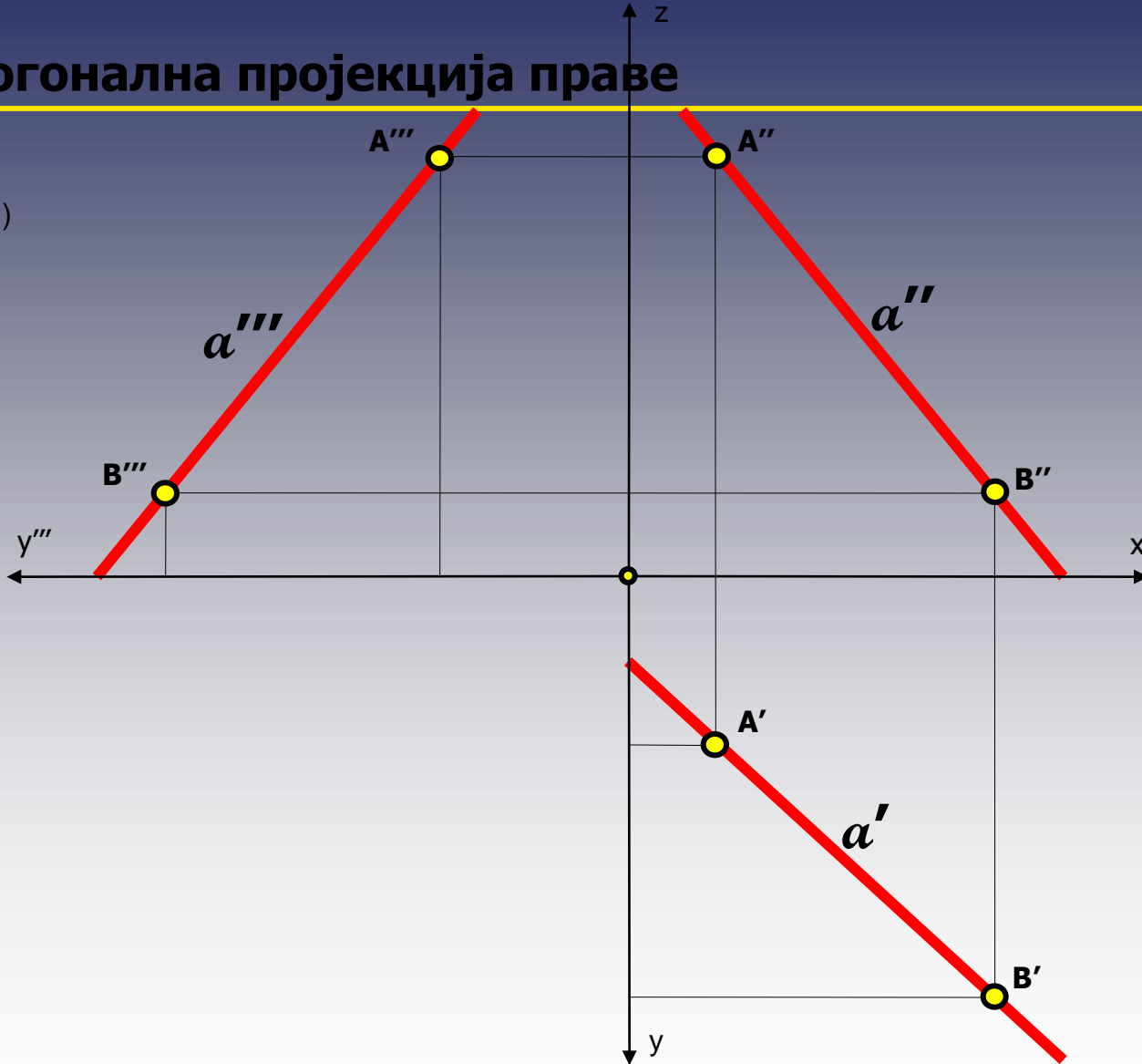
Коса пројекција праве

$\alpha_{A(1;2;5) B(4;5;1)}$

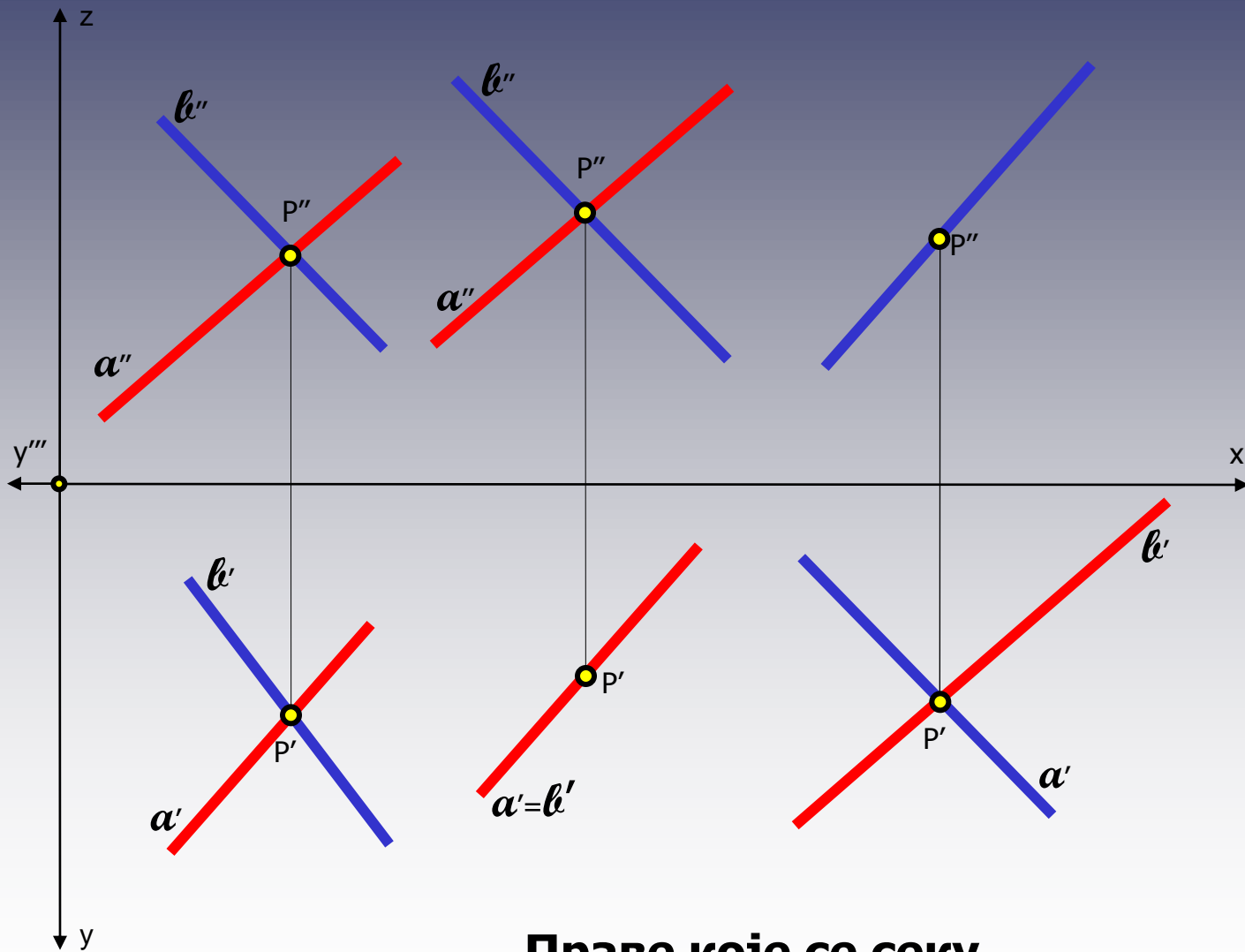


Ортогонална пројекција праве

$\alpha_{A(1;2;5) B(4;5;1)}$



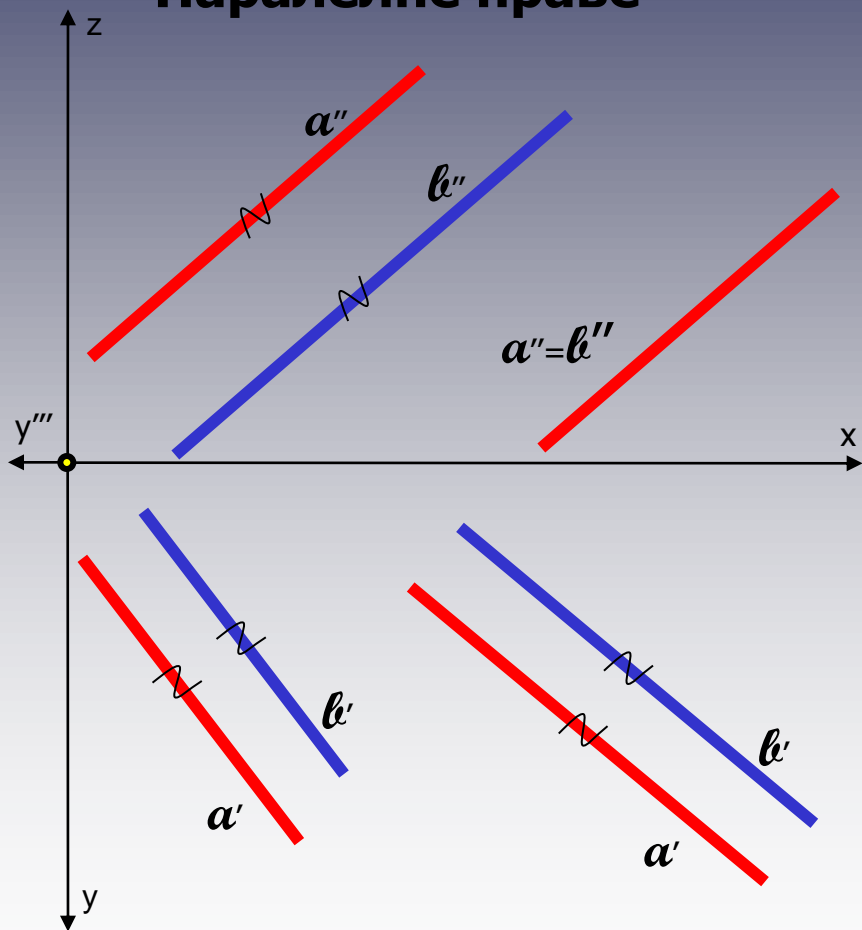
МЕЂУСОБНИ ПОЛОЖАЈ ПРАВИХ



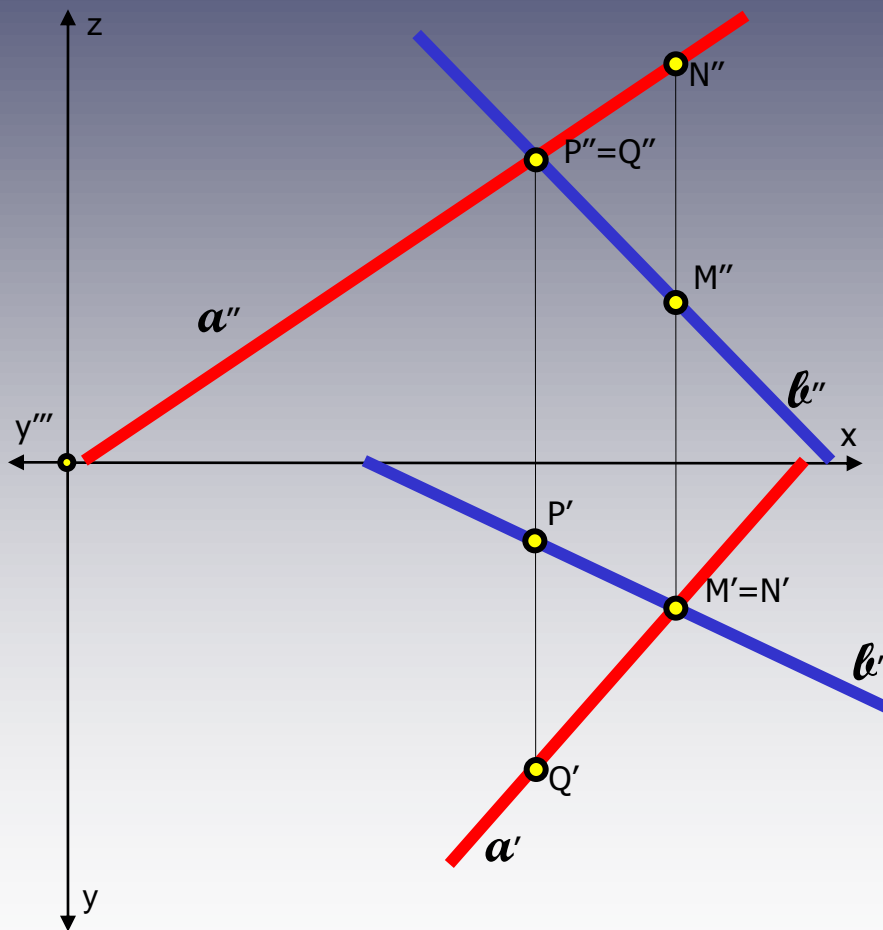
Праве које се секу

МЕЂУСОБНИ ПОЛОЖАЈ ПРАВИХ

Паралелне праве



Мимоилазне праве



Prava kroz datu tačku (Line)

Prava je određena jednom tačkom i vektorom pravca

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{a} \cdot t, \quad t \in \mathbb{R}$$

Prava kroz datu tačku (Line)

$$x = x_0 + l \cdot t$$

$$y = y_0 + m \cdot t \quad (t \in \mathbf{R})$$

$$z = z_0 + n \cdot t$$

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} = t$$

Prava kroz dve tačke (Line)

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0} = t$$

Prava (Line)

U Rhinocerosu možemo crtati:

- **jedan segment (Single Line)**
- **više segmenata (Line Segments)**
- **izlomljene linije (Polyline).**

Prava (Line)

Crtanje linija paralelnih sa koordinatnim osama postizemo opcijom **Ortho** koja se aktivira i isključuje pomoću

Tools>Options>Modeling Aids>Ortho

Isto se postiže pomoću tastera **F8**.

Ako je aktivna opcija **Ortho**, pravac se može samo menjati ako se istovremeno drži taster **Shift**.

Dužina luka krive

Jedinična duž je izabrana duž za koju je usvojeno da joj je dužina jednaka 1.

Dužina duži je njena srazmera sa jediničnom duži.

Ako postoji limes dužina izlomljenih linija koje spajaju tačke te krive kada se dužina delova neograničeno smanjuje, tada je taj broj **dužina krive** .

Invarijante ortogonalnog projektovanja

Pri ortogonalnom projektovanju očuvavaju se sledeće osobine:

- **Projekcija tačke je tačka**
- **Pripadnost geometrijskom mestu tačaka**
- **Razmera duži**

Krug (Circle)

**Skup tačaka $M(x,y)$ u ravni Oxy
na rastojanju R od datog
centra $C(p,q)$**

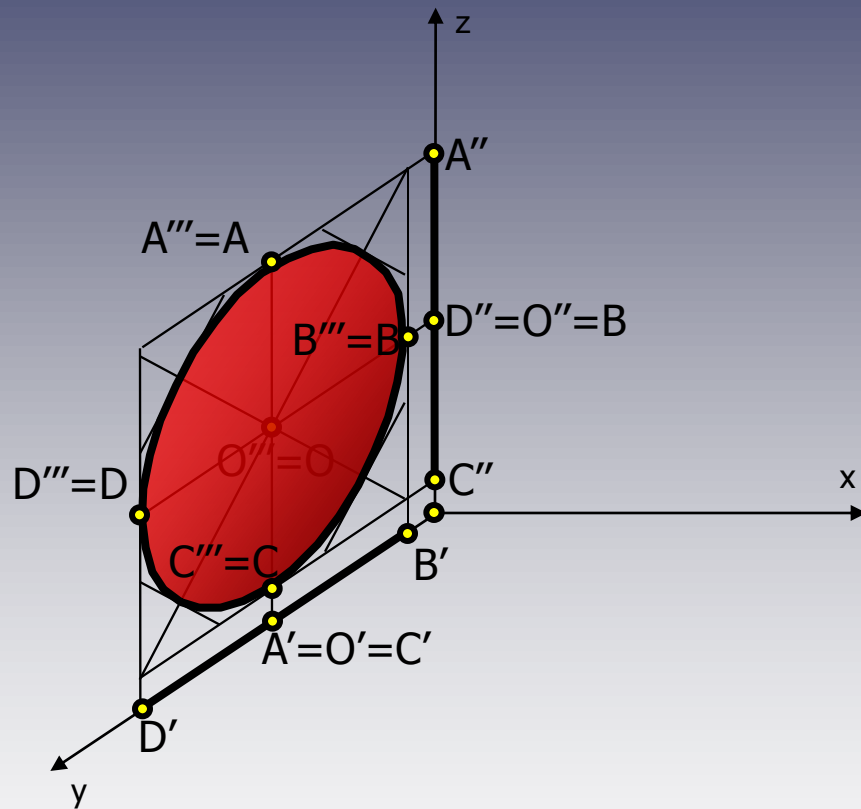
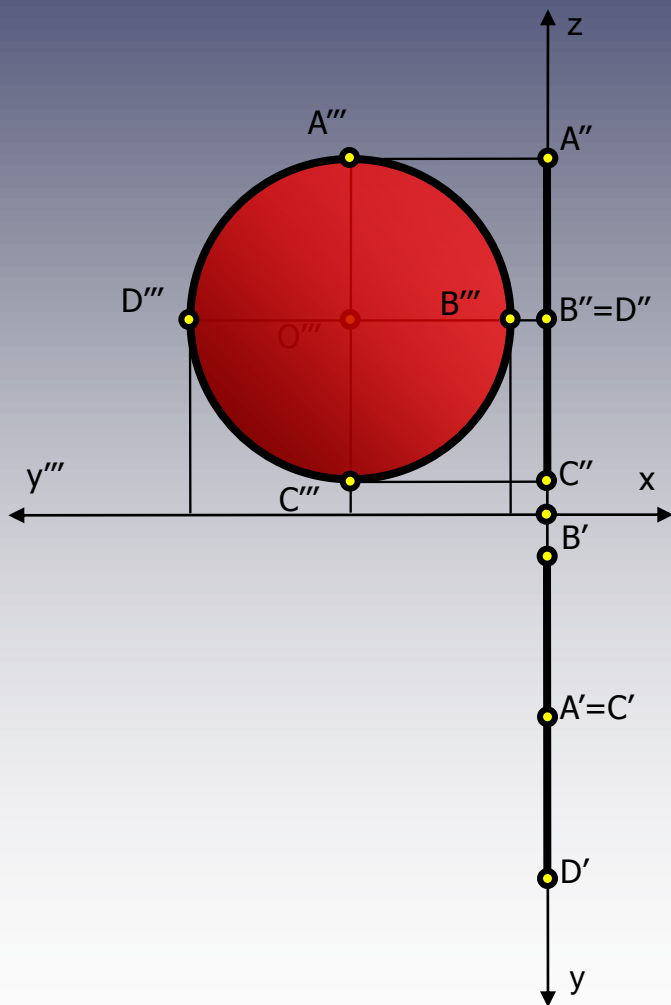
$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = R^2$$

Круг на профилници

Круг на пројекцијским равнима

$O(0;3;3)$

$r = 2.5\text{cm}$



Krug (Circle)

Parametarska jednačina kruga

$$***x = R \cos t***$$

$$***y = R \sin t***$$

$$***t \in (0, 2\pi)***$$

Normala krive (Perpendicular)

- Normala krive se crta pomoću

Line > Perpendicular From Curve

- Primer 1. Normala kruga spaja tačku $M_1(x_1, y_1)$ na krugu i centar $C(p, q)$

$$\frac{x - p}{x_1 - p} = \frac{y - q}{y_1 - q}$$

$$y - q = \frac{y_1 - q}{x_1 - p} (x - p)$$

Tangenta (Tangent)

Tangenta krive se crta pomoću

Line>Tangent From Curve

Primer 2. Tangenta kruga dodiruje krug u jednoj tački

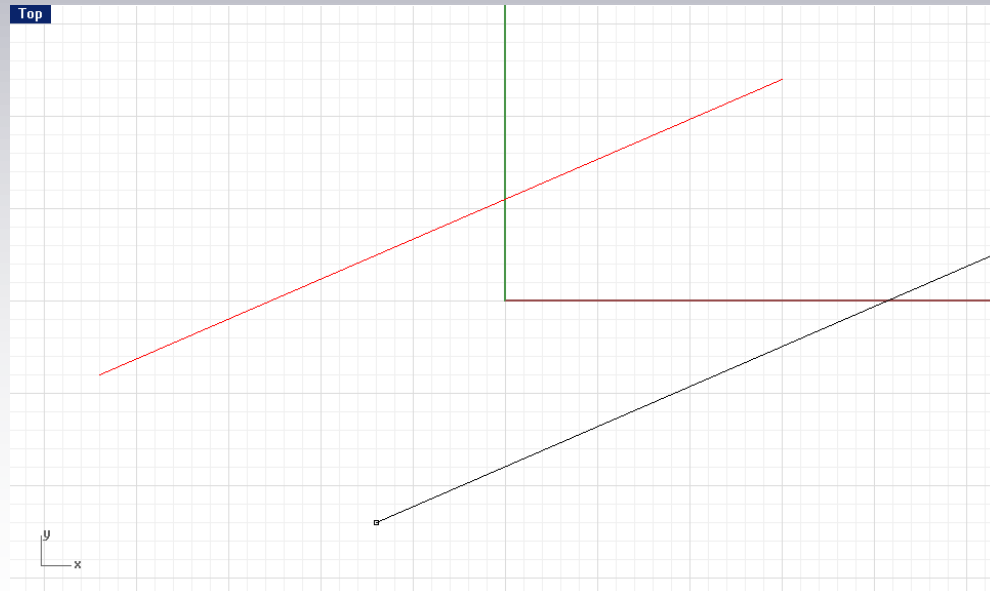
$$y - y_1 = -\frac{x_1 - p}{y_1 - q}(x - x_1)$$

Parelelne prave

Paralelna prava datoj pravoj kroz datu tačku pomoću

Transform > Copy

Treba izabrati početnu tačku originala i početnu tačku slike.



Luk (Arc)

$$\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases}$$

$$t \in (a, b)$$

Elipsa (Ellipse)

- Skup tačkaka u ravni čiji je zbir rastojanja od dveju fiksiranih tačkaka (fokusa, žiža) data konstanta

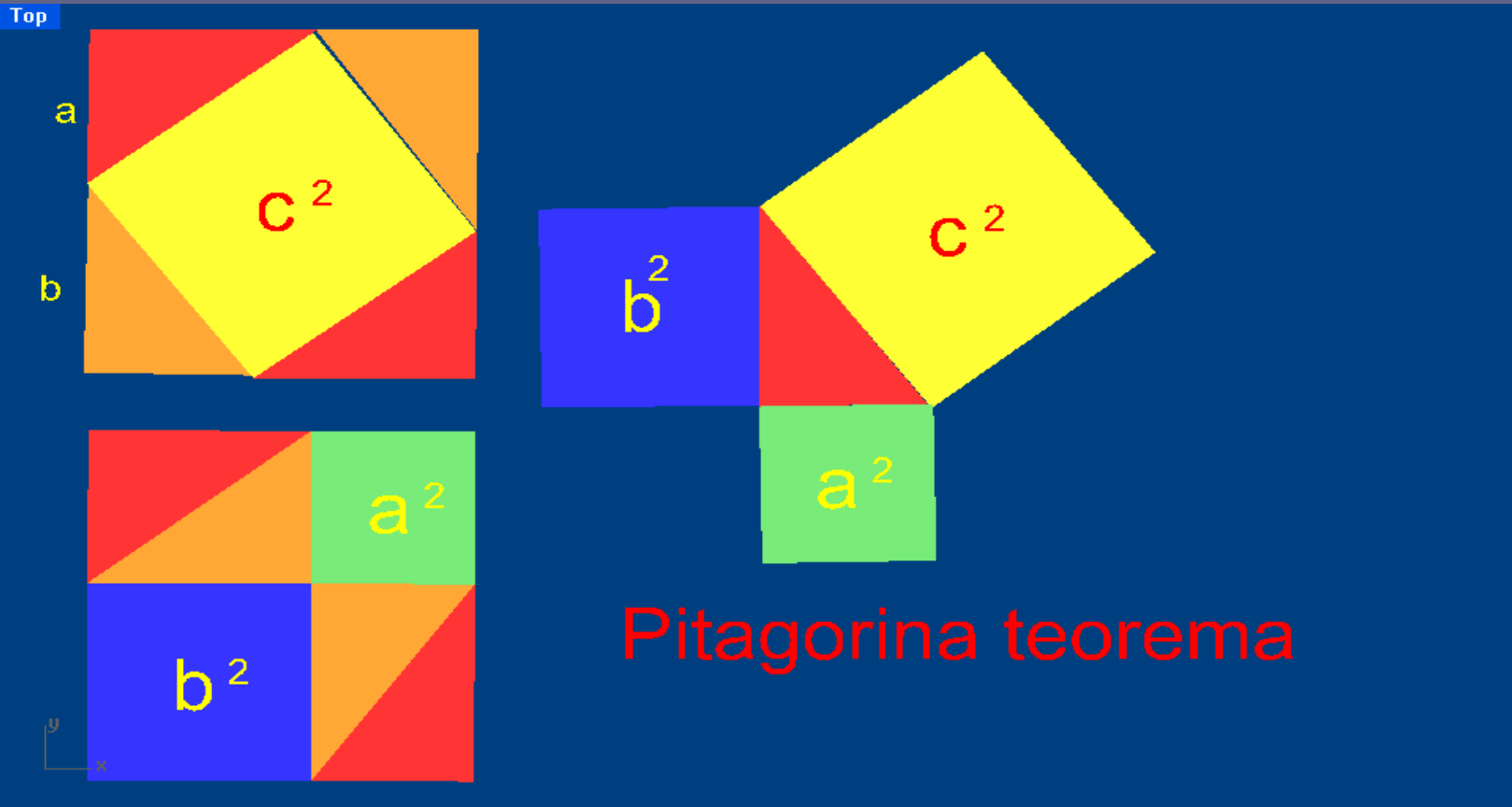
$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$

$$t \in (0, 2\pi)$$

Pravilni mnogougao (Polygon)

- **Crta se izborom broja strana, centra, te radijusa ili jednog temena.**

Kvadrat i Pitagorina teorema



Pravougaonik (Rectangle)

- **Crta se izborom temena ili centra i temena.**

Pravac strana se može menjati pomoću tastera Shift.

Konične krive (Conic)

Konična kriva je ravni presek konusa

To može biti:

- **Krug**
- **Elipsa**
- **Parabola**
- **Hiperbola**

CRTANJE RAVNE KRIVE U PROIZVOLJNOJ RAVNI

- Sve dosada proučene krive ležale su u nekoj od projekcijskih ravni
- Crtanje krive u proizvoljnoj ravni postiže se zadavanjem ravni pomoću 3 tačke i aktiviranjem opcije **View-SetCPlane**.

PROSTORNE KRIVE

- **Prostorne krive su one krive koje se ne mogu smestiti u jednu ravan.**

Zavojnica (Helix)

- **Zavojnica je prostorna kriva koju opisuje tačka koja ravnomerno rotira i penje se u smeru zadate ose**

Zavojnica (Helix)

- Zavojnica koju opisuje tačka **$M(R,0,0)$** koja ravnomerno rotira i penje se brzinom **b** u smeru z-ose

$$x = R \cdot \cos t$$

$$y = R \cdot \sin t$$

$$z = b \cdot t$$

$$t \in (0, 2\pi)$$

Spirala (Spiral)

- Spirala je prostorna kriva koju opisuje tačka koja ravnomerno rotira i penje se po zarubljenoj kupi

$$x = c \cdot t \cdot \cos t$$

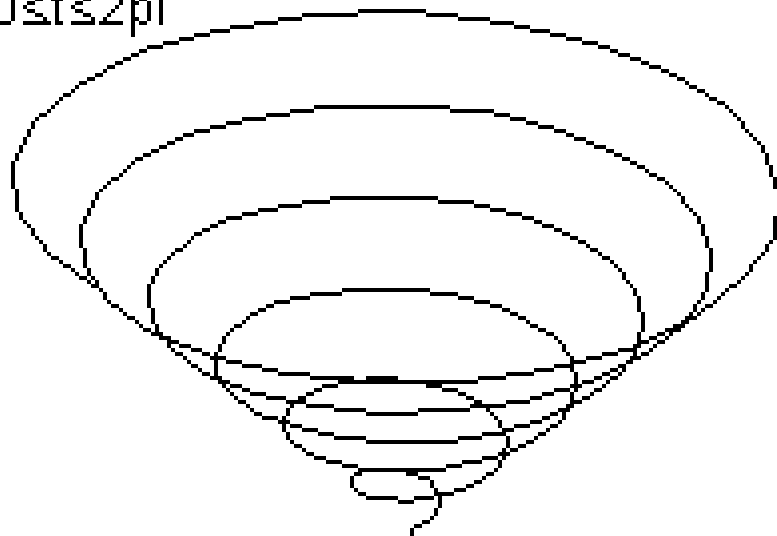
$$y = c \cdot t \cdot \sin t$$

$$z = b \cdot t$$

$$t \in (0, 2\pi)$$

Konična zavojnica od Archimedove spirale

$0 \leq t \leq 2\pi$

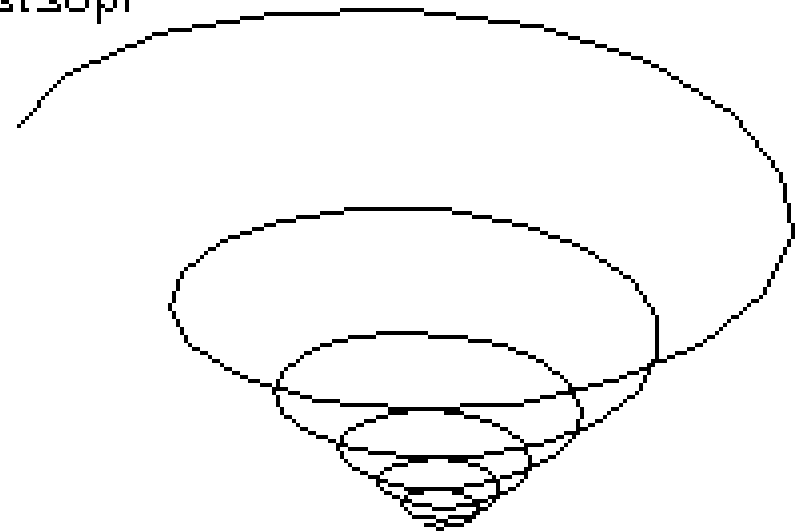


$$x = t \cos(6t)$$

$$y = t \sin(6t)$$

$$z = t$$

$0 \leq t \leq 8\pi$



$$x = 0.5 \exp(0.15t) \cos(2t)$$

$$y = 0.5 \exp(0.15t) \sin(2t)$$

$$z = 0.5 \exp(0.15t)$$

Izvodi

$$\vec{p} = \vec{p}(t), \quad t \in (0,1)$$

$$\vec{p}_t = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left\{ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\}$$

$$\vec{p}_{tt} = \frac{d^2\vec{p}}{dt^2} = \left\{ \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right\}$$

Tangentni vektor krive (Tangent)

Tangenta krive se crta pomoću
Line>Tangent From Curve

$$\vec{T} = \vec{p}_t = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left\{ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\}$$

Vektor binormale

$$\vec{B} = \frac{d\vec{p}}{dt} \times \frac{d^2\vec{p}}{dt^2}$$

Vektor glavne normale

Normala krive se crta pomoću
Line > Perpendicular From Curve

$$\vec{N} = \vec{B} \times \vec{T}$$