

Inženjerska grafika geometrijskih oblika

(1. predavanje, 4. tema)

Prva godina studija
Mašinskog fakulteta u Nišu

Predavač:

Dr Predrag Rajković

Februar 29, 2008 ♦ 1. predavanje, 4. tema

**Krive linije.
Projekcije krivih
pomoću softvera
RHINOCEROS**

PROJEKCIJE TAČKE I KRIVE

- **Podmeni Curve (kriva) omogućava crtanje projekcija tačaka i krivih linija u prostoru.**

PROJEKCIJE TAČKE (POINT)

Tačka M je geometrijski objekt čiji je položaj u prostoru određen koordinatama:

x – rastojanje od profilne ravni

y – rastojanje od frontalne ravni

z – rastojanje od horizontalne ravni

Pišemo $M(x,y,z)$.

KRIVA (Curve)

Kriva je skup tačaka u prostoru čiji vektor položaja zavisi od jednog parametra.

Vektorska jednačina krive

$$\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}(t), \quad t \in (a, b)$$

Skalarna jednačina krive

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad t \in (a, b)$$

Početna i krajnja tačka krive

- **Početna tačka krive**

$$\vec{p}_0 = \vec{p}(a)$$

- **Krajnja tačka krive**

$$\vec{p}_1 = \vec{p}(b)$$

Prva projekcija krive

$$\vec{p} \quad x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t),$$

je kriva

$$\vec{p}' \quad x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=0,$$

Druga i treća projekcija krive

$$\vec{p}'' \quad \mathbf{x}=\mathbf{x}(t) , \quad \mathbf{y}=\mathbf{0}, \quad \mathbf{z}=\mathbf{z}(t),$$

$$\vec{p}''' \quad \mathbf{x}=\mathbf{0} , \quad \mathbf{y}=\mathbf{y}(t), \quad \mathbf{z}=\mathbf{z}(t),$$

Ravanske krive

Ravanske krive su krive za koje postoji ravan koja ih sadrži

Prava kroz datu tačku (Line)

Prava je određena jednom tačkom i vektorom pravca

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \vec{a} \cdot t, \quad t \in \mathbf{R}$$

Prava kroz datu tačku (Line)

$$x = x_0 + l \cdot t$$

$$y = y_0 + m \cdot t \quad (t \in \mathbf{R})$$

$$z = z_0 + n \cdot t$$

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} = t$$

Prava kroz dve tačke (Line)

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0} = t$$

Prava (Line)

U Rhinocerosu možemo crtati:

- **jedan segment (Single Line)**
- **više segmenata (Line Segments)**
- **izlomljene linije (Polyline).**

Prava (Line)

Crtanje linija paralelnih sa koordinatnim osama postizemo opcijom **Ortho** koja se aktivira i isključuje pomoću

Tools>Options>Modeling Aids>Ortho

Isto se postiže pomoću tastera **F8**.

Ako je aktivna opcija **Ortho**, pravac se može samo menjati ako se istovremeno drži taster **Shift**.

Invarijante ortogonalnog projektovanja

Pri ortogonalnom projektovanju očuvavaju se sledeće osobine:

- **Projekcija tačke je tačka**
- **Pripadnost geometrijskom mestu tačaka**
- **Razmera duži**

Krug (Circle)

**Skup tačaka $M(x,y)$ u ravni Oxy
na rastojanju R od datog
centra $C(p,q)$**

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = R^2$$

Krug (Circle)

Parametarska jednačina kruga

$$***x = R \cos t***$$

$$***y = R \sin t***$$

$$***t \in (0, 2\pi)***$$

Normala krive (Perpendicular)

- Normala krive se crta pomoću
Line > Perpendicular From Curve
- Primer 1. Normala kruga spaja tačku $M_1(x_1, y_1)$ na krugu i centar $C(p, q)$

$$\frac{x - p}{x_1 - p} = \frac{y - q}{y_1 - q}$$

$$y - q = \frac{y_1 - q}{x_1 - p} (x - p)$$

Tangenta (Tangent)

Tangenta krive se crta pomoću

Line>Tangent From Curve

Primer 2. Tangenta kruga dodiruje krug u jednoj tački

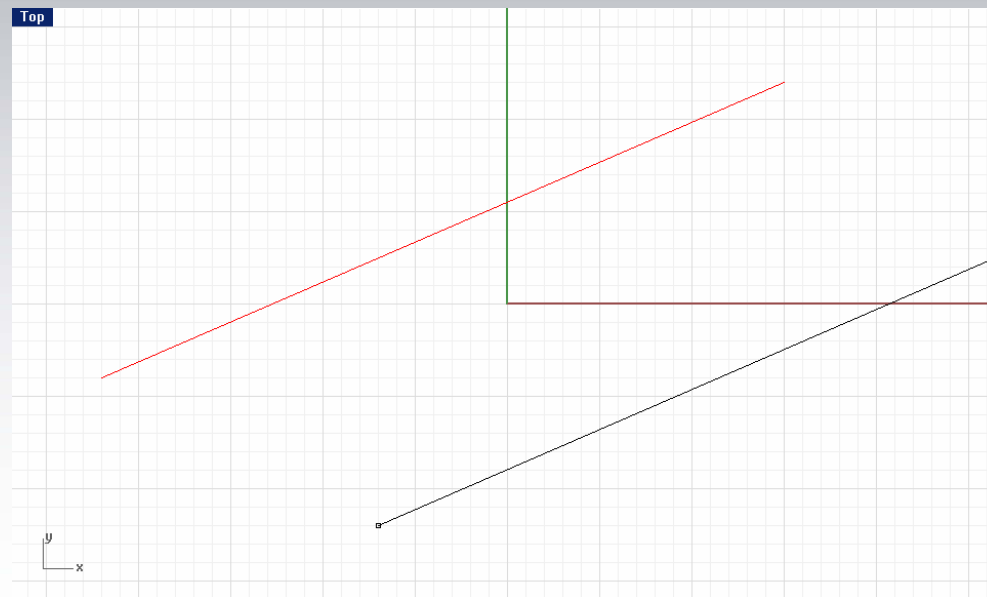
$$y - y_1 = -\frac{x_1 - p}{y_1 - q}(x - x_1)$$

Parelelne prave

Paralelna prava datoj pravoj kroz datu tačku pomoću

Transform > Copy

Treba izabrati početnu tačku originala i početnu tačku slike.



Luk (Arc)

$$\begin{cases} x = R \cos t \\ y = R \sin t \end{cases}$$

$$t \in (a, b)$$

Elipsa (Ellipse)

- Skup tačkaka u ravni čiji je zbir rastojanja od dveju fiksiranih tačkaka (fokusa, žiža) data konstanta

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$

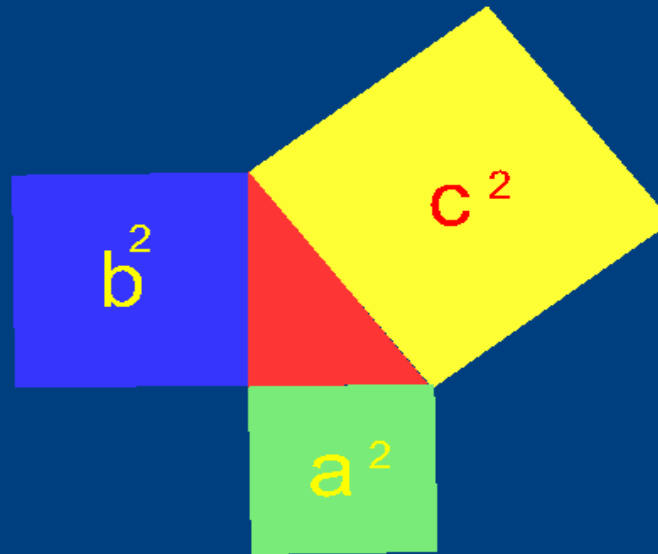
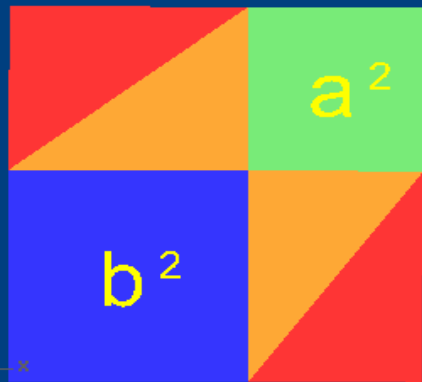
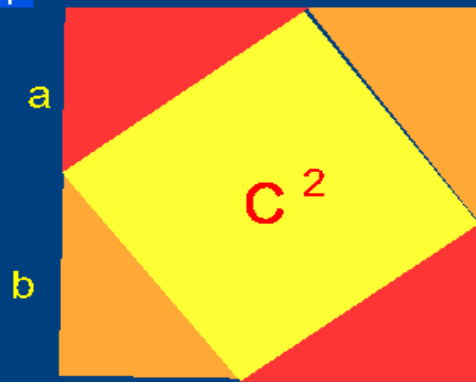
$$t \in (0, 2\pi)$$

Pravilni mnogougao (Polygon)

- **Crta se izborom broja strana, centra, te radijusa ili jednog temena.**

Kvadrat i Pitagorina teorema

Top



Pitagorina teorema

Pravougaonik (Rectangle)

- **Crta se izborom temena ili centra i temena.**

Pravac strana se može menjati pomoću tastera Shift.

Konične krive (Conic)

Konična kriva je ravni presek konusa

To može biti:

- **Krug**
- **Elipsa**
- **Parabola**
- **Hiperbola**

CRTANJE RAVNE KRIVE U PROIZVOLJNOJ RAVNI

- Sve dosada proučene krive ležale su u nekoj od projekcijskih ravni
- Crtanje krive u proizvoljnoj ravni postiže se zadavanjem ravni pomoću 3 tačke i aktiviranjem opcije **View-SetCPlane**.

PROSTORNE KRIVE

- **Prostorne krive su one krive koje se ne mogu smestiti u jednu ravan.**

Zavojnica (Helix)

- **Zavojnica je prostorna kriva koji opisuje tačka koja ravnomerno rotira i penje se u smeru zadate ose**

Zavojnica (Helix)

- Zavojnica koju opisuje tačka **$M(R,0,0)$** koja ravnomerno rotira i penje se brzinom **b** u smeru z-ose

$$x = R \cdot \cos t$$

$$y = R \cdot \sin t$$

$$z = b \cdot t$$

$$t \in (0, 2\pi)$$

Spirala (Spiral)

- Spirala je prostorna kriva koju opisuje tačka koja ravnomerno rotira i penje se po zarubljenoj kupi

$$x = c \cdot t \cdot \cos t$$

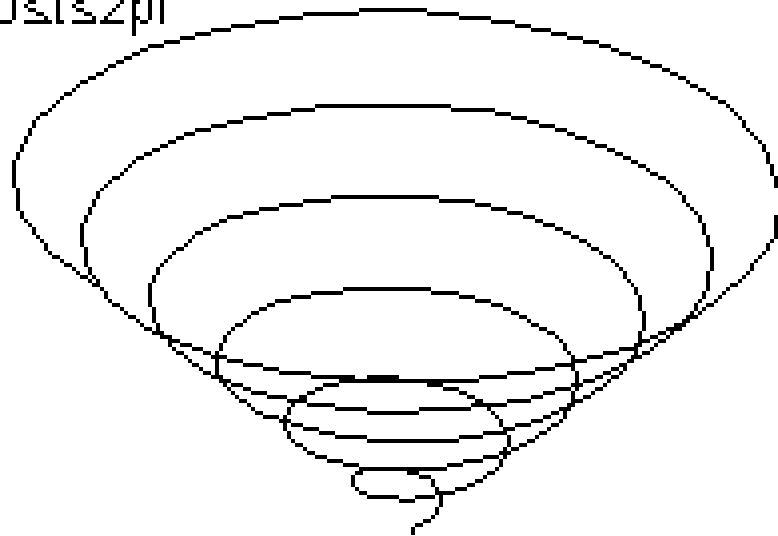
$$y = c \cdot t \cdot \sin t$$

$$z = b \cdot t$$

$$t \in (0, 2\pi)$$

Konična zavojinca od Archimedove spirale

$0 \leq t \leq 2\pi$

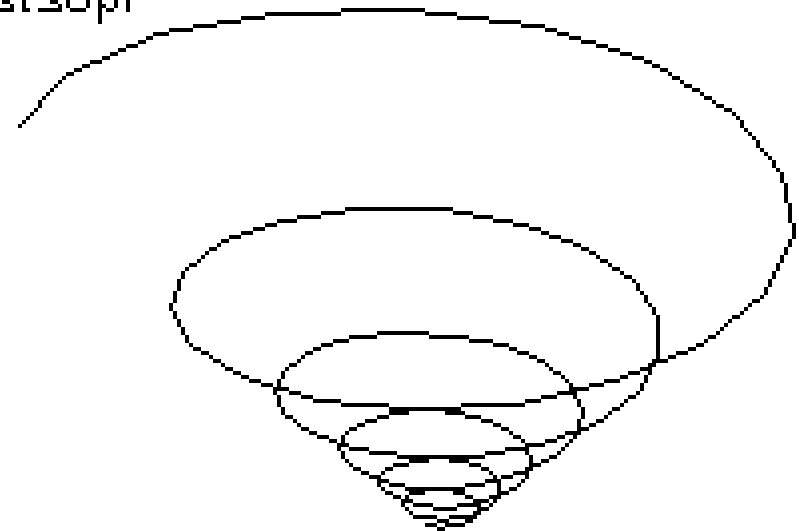


$$x = t \cos(6t)$$

$$y = t \sin(6t)$$

$$z = t$$

$0 \leq t \leq 8\pi$



$$x = 0.5 \exp(0.15t) \cos(2t)$$

$$y = 0.5 \exp(0.15t) \sin(2t)$$

$$z = 0.5 \exp(0.15t)$$

Izvodi

$$\vec{p} = \vec{p}(t), \quad t \in (0,1)$$

$$\vec{p}_t = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left\{ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\}$$

$$\vec{p}_{tt} = \frac{d^2\vec{p}}{dt^2} = \left\{ \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \right\}$$

Tangentni vektor krive (Tangent)

Tangenta krive se crta pomoću
Line>Tangent From Curve

$$\vec{T} = \vec{p}_t = \frac{d\vec{p}}{dt} = \left\{ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\}$$

Vektor binormale

$$\vec{B} = \frac{d\vec{p}}{dt} \times \frac{d^2\vec{p}}{dt^2}$$

Vektor glavne normale

Normala krive se crta pomoću
Line > Perpendicular From Curve

$$\vec{N} = \vec{B} \times \vec{T}$$