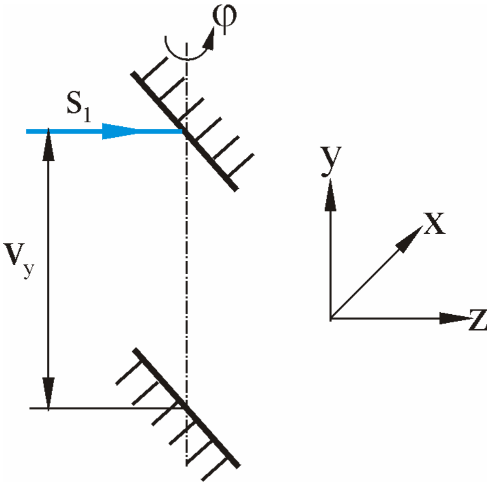
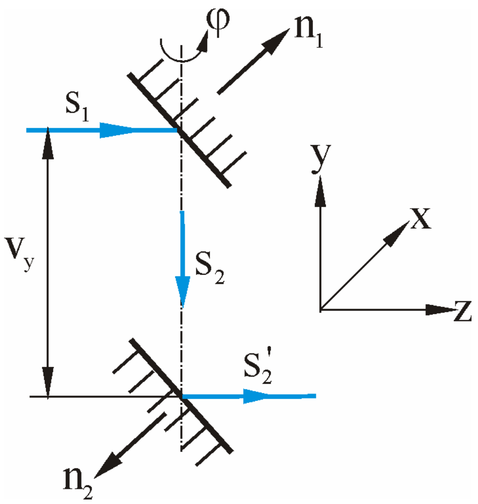
Zadatak GO8: *Na slici je prikazan optički sistem koji formiraju dva medjusobno paralelna ravna ogledala i svetlosni zrak koji pada na prvo ogledalo pod uglom od* 45^o. *Koristeći vektorsku formulaciju zakona odbijanja svetlosti odrediti:*

a) *pravac svetlosnog zraka nakon refleksije na drugom ogledalu ukoliko se sistem zarotira za ugao* φ *oko prikazane ose (u upadnoj ravni) koja leži pod uglom od* 45^o *u odnosu na oba ogledala;*
b) *pomeranje zraka u pravcu x-ose* (v_x), *ako je rastojanje između ogledala* v_y, *a* φ *mali ugao;*
c) *pomeranje zraka u pravcu x-ose za* $\varphi = 3^o$ *i* $v_y = 30\ mm$.



Rešenje GO8:

a) Vektorska analiza dvostruke refleksije svetlosnog zraka započinje izborom kooordinatnog sistema (slika GO8a) i definisanjem jediničnog vektora pravca upadnog zraka na prvu reflektujuću površ: $\vec{\mathbf{s}_1} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1})$



Slika GO8a

i jediničnih vektora normale prve: $$\vec{\mathbf{n}_1} = (\mathbf{n}_{1x}, \mathbf{n}_{1y}, \mathbf{n}_{1z}) = \left(\mathbf{0}, \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}, \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}\right)$$

i druge reflektujuće površi: $\overrightarrow{\mathbf{n}_2} = \left(\mathbf{n}_{2x}, \mathbf{n}_{2y}, \mathbf{n}_{2z}\right) = \left(\mathbf{0}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

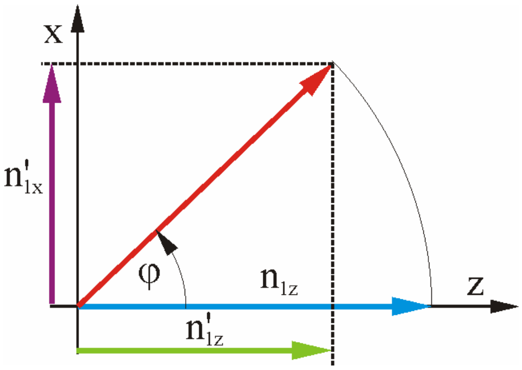
Rotacijom sistema za ugao φ oko vertikalne, y-ose dolazi do promene jediničnog vektora normale prve reflektujuće površi: $\overrightarrow{\mathbf{n'}_1} = \left(\mathbf{n'}_{1x},\ \mathbf{n'}_{1y},\ \mathbf{n'}_{1z}\right)$,

pri čemu je (slika GO8b):

$$\mathbf{n'}_{1x} = \mathbf{n}_{1z} \cdot \sin\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi$$

$$\mathbf{n'}_{1y} = \mathbf{n}_{1y} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\mathbf{n'}_{1z} = \mathbf{n}_{1z} \cdot \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi,$$



Slika GO8b

pa će jedinični vektor normale prve reflektujuće površi nakon rotacije sistema za ugao φ oko vertikalne, y-ose imati sledeći oblik:

$$\overrightarrow{\mathbf{n'}_1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right).$$

Analogno prethodnom postupku, dobija se i jedinični vektor normale druge reflektujuće površi nakon rotacije sistema za ugao φ oko vertikalne y-ose:

$$\overrightarrow{\mathbf{n'}_2} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right).$$

Pošto je:

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n'}_1}, \overrightarrow{\mathbf{s}_1}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right)(0, 0, 1) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi,$$

jedinični vektor pravca zraka nakon prve refleksije (slika GO8a) biće:

$$\overrightarrow{\mathbf{s'}_1} = \overrightarrow{\mathbf{s}_1} - 2\left(\overrightarrow{\mathbf{n'}_1}, \overrightarrow{\mathbf{s}_1}\right) \cdot \overrightarrow{\mathbf{n'}_1} =$$

$$= (0, 0, 1) - 2\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right) =$$

$$= \left(-\sin\varphi \cdot \cos\varphi,\ -\cos\varphi,\ \sin^2\varphi\right) = \overrightarrow{\mathbf{s}_2}.$$

Pošto je:

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{n'}_2}, \overrightarrow{\mathbf{s}_2}\right) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right)\left(-\sin\varphi \cdot \cos\varphi,\ -\cos\varphi,\ \sin^2\varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi,$$

jedinični vektor pravca zraka nakon druge refleksije (slika GO8a) biće:

$$\overrightarrow{s'_2} = \overrightarrow{s_2} - 2\left(\overrightarrow{n'_2}, \overrightarrow{s_2}\right) \cdot \overrightarrow{n'_2} =$$

$$= \left(-\sin\varphi \cdot \cos\varphi, -\cos\varphi,\ \sin^2\varphi\right) - 2\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varphi, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varphi\right) =$$

$$= (0, 0, 1) = \overrightarrow{s_1}\ .$$

To znači da i nakon rotacije sistema za ugao φ oko vertikalne, y-ose, pravac svetlosnog zraka nakon refleksije na drugom ogledalu ostaje paralelan upadnom zraku na prvu reflektujuću površ.

b) Pomeranje zraka u pravcu x-ose (v_x) može se odrediti kao proizvod rastojanja između ogledala (v_y) i x-komponente jediničnog vektora pravca zraka nakon prve refleksije:

$$v_x = v_y \cdot s'_{1x} = -v_y \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi\ .$$

Za male vrednosti ugla φ ($\varphi \approx 0$), mogu se uvesti sledeće aproksimacije:

$$\sin\varphi \approx \varphi \quad \wedge \quad \cos\varphi \approx 1\ .$$

Njihovom zamenom u prethodnoj relaciji izraz za pomeranje zraka u pravcu x-ose dobija jednostavniji oblik:

$$v_x \approx -v_y \cdot \varphi\ .$$

a) Pomeranje zraka u pravcu x-ose za $\varphi = 3^o$ i $v_y = 30$ mm iznosi: $v_x = -1{,}57$ mm .