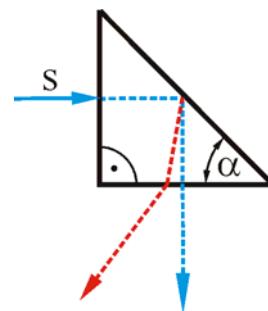
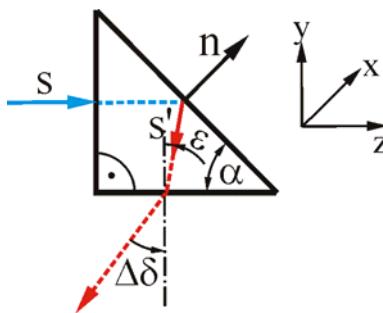


Zadatak GO11: Za skretanje zraka pod pravim ugлом ($\delta = 90^\circ$) može se koristiti i trougaona ravnokrako-pravouglja prizma ($\alpha = 45^\circ$ na slici). Ako, zbog netačnosti izrade, vrednost ugla α odstupa od zahtevane ($\alpha = 45^\circ + \Delta\alpha$, pri čemu je $\Delta\alpha \ll 1^\circ$), odrediti grešku pravca izlaznog zraka koristeći vektorsku formulaciju zakona odbijanja i trigonometrijsku formulaciju zakona prelamanja za male uglove.



Rešenje GO11:



Slika GO11

Upadni zrak, čiji je pravac u usvojenom koordinatnom sistemu (slika GO11) definisan jediničnim vektorom $\vec{s} = (0, 0, 1)$, upravan je na prvu graničnu površ prizme, pa nastavlja put kroz prizmu ne menjajući pravac. Upadni ugao na hipotenuznu stranu prizme veći je od graničnog ugla totalne refleksije (za većinu realizovanih vrsta optičkog stakla) pa na ovoj graničnoj površi dolazi do refleksije zraka.

Jedinični vektor normale na ovu graničnu površ tačno izradjene prizme je:

$$\vec{n} = (0, \cos \alpha, \sin \alpha).$$

Pošto je:

$$(\vec{n}, \vec{s}) = (0, \cos \alpha, \sin \alpha)(0, 0, 1) = \sin \alpha,$$

jedinični vektor pravca zraka nakon odbijanja od druge granične površi prizme bio bi:

$$\vec{s}' = \vec{s} - 2(\vec{n}, \vec{s})\vec{s} = (0, -\sin 2\alpha, 1 - 2\sin^2 \alpha) = (0, -\sin 2\alpha, \cos 2\alpha).$$

Pošto je:

$$\alpha = 45^\circ + \Delta\alpha,$$

jedinični vektor pravca zraka nakon odbijanja od druge granične površi prizme možemo napisati u obliku:

$$\vec{s}' = (0, -\sin(90^\circ + 2\Delta\alpha), \cos(90^\circ + 2\Delta\alpha)) = (0, -\cos 2\Delta\alpha, -\sin 2\Delta\alpha).$$

Odbijeni zrak od druge granične površi istovremeno je upadni zrak na treću graničnu površ na kojoj dolazi do prelamanja (slika GO11). Ako je upadni ugao ϵ , jedinični vektor pravca ovog zraka biće: $\vec{s}' = (0, -\cos \epsilon, -\sin \epsilon)$.

Iz prethodne dve jednačine sledi: $\epsilon = 2 \Delta\alpha$.

Primenom trigonometrijske formulacije zakona prelamanja za male uglove ($\epsilon \ll 1^\circ$):

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{l} \cdot \Delta\delta$$

dobijamo odstupanje pravca izlaznog zraka:

$$\Delta\delta = 2 \mathbf{n} \Delta\alpha.$$