

## DRUGI DOMAĆI ZADATAK IZ MATEMATIKE I

1. Naći granične vrednosti

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{3 + 3x^3}$ ,    b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 16x^2}{4x^2 + 3x^3}$ .

2. Ispitati ponašanje funkcije  $f(x) = e^{1/(x-1)}$  u okolini tačke prekida (tj. naći levi i desni limes u jedinici).

3. Naći asimptote funkcija: a)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ,    b)  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{x + 3}$ .

4. Naći  $\lambda$  tako da funkcija  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0, \\ \lambda, & x = 0, \end{cases}$  bude neprekidna.

5. Naći prvi izvod sledećih funkcija:  $y = 2x^3 - 5x + 1$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x^2}$ ,  $y = e^x + e^{-x} + 2 \cos x$ ,  $y = x \sin x$ .

6. Naći izvode funkcija:  $y = xe^x$ ,  $y = \frac{1}{2x+1}$ ,  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ ,  $y = \frac{\ln x}{x}$ ,  $y = \sin^2 x$ ,  $y = \arctg \frac{x}{3}$ ,  $y = (x^2 + 1)^{100}$ .

7. Zakon kretanja tačke je  $s(t) = 3t^2 + 2t + 1$ , gde je  $s(t)$  pređeno rastojanje u metrima u zavisnosti od proteklog vremena  $t$  koje se meri sekundama. Odrediti predjeni put i trenutnu brzinu tačke u trenutku  $t = 2$ .

8. Naći  $f'(e)$  ako je  $f(x) = \ln^3 x$ .

9. Naći koeficijent pravca tangente u proizvoljnoj tački funkcije  $f(x) = \sin^3(x^2 + e^x)$ . (Drugim rečima treba naći izvod ove funkcije).

10. Napisati jednačinu tangente i normale krive  $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$  u tački čija je apscisa  $x = 2$ .

11. Naći izvod funkcije  $f(x) = x^{1/x}$ . (Uputstvo: najpre logaritmovati funkciju.)

12. Naći  $y_x' = \frac{dy}{dx}$  za sledeće funkcije date redom u parametarskom i implicitnom obliku:

a)  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ ,  $a > 0$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ ,    b)  $e^y + xy = e$ . Naći  $y'(0)$ .

13. Odrediti intervale monotonosti i ekstremne vrednosti funkcija:

a)  $f(x) = x^3 - 9x^2 - 48x + 52$ , b)  $f(x) = \sin(2x) - x$  za  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ .

14. Data je funkcija  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ . Odrediti oblast definisanosti funkcije  $f(x)$ . Naći  $f'(x)$ . Ispitati ekstremne vrednosti funkcije  $f(x)$ .

15. Data je funkcija

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + 4x + 2}.$$

Odrediti oblast definisanosti, intervale monotonosti i lokalne ekstremume funkcije. Ispitati da li funkcija ima horizontalne asimptote i naći ih ako ih ima.

16. \* Dokazati da je  $e^x > 1 + x$  za  $x \neq 0$ . (Uputstvo: Dokazati da funkcija  $f(x) = e^x - x - 1$  ima globalni minimum u tački  $x = 0$ .)

17. Primenom Lopitalovih pravila naći granične vrednosti:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x-2} - 1}{x - 1}$ , b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ , c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ , d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{(1 - x)^2}$ , e)  $\lim_{x \rightarrow 0+} x \ln x$  f)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1-x}$ , g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ .

18. Skicirati grafike funkcija:  $y = x^2 + x - 6$ ,  $y = e^x$ ,  $y = \ln x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ .

19. Ispitati tok i nacrtati grafik sledećih funkcija (izabrati po jedan primer iz svake grupe):

a)  $f(x) = \frac{x^2+x-6}{2x-6}$ ,  $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^2+1}$ ,  $f(x) = x - 2 - \frac{6}{x-1}$ ,

b)  $f(x) = x^{2/3}e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ ,  $f(x) = xe^{\frac{1}{x-3}}$ ,  $f(x) = e^{1/(2-x)}$ ,

c)  $f(x) = \ln \frac{2x-1}{x+3}$ ,  $f(x) = x \ln^2 x$ .

d)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x+1}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}$ ,