

1. TRANSPORT ČVRSTIH MATERIJALA FLUIDOM

U zavisnosti od toga kojim fluidom se vrši transport čvrstih materijala razlikuju se **hidraulički transport**, kada se transport vrši vodom i **pneumatički transport** kada se transport vrši gasom, najčešće vazduhom.

Hidraulički transport je, u stvari, cevni transport mešavine usitnjenog materijala i vode. Hidraulički ima smisla transportovati materijale koji ne menjaju svoja fizička svojstva niti hemijski reaguju u dodiru sa vodom (kako bi sa njom gradila jedinjenja koja bi dovela do zapušanja cevovoda), ili su pak ove promene u funkciji tehnološkog procesa (kod unutrašnjeg hidrauličkog transporta). Hidraulički se transportuju: **usitnjeni ugalj, usitnjene rude svih vrsta i njihove jalovine, pesak, pepeo, šljaka, celulozna vlakna, hartijska masa, koncentрати stočne hrane** i dr.

Pneumatičkim transportom, praktično se mogu transportovati gotovo svi sipkasti materijali bez posebnog ograničenja. Tako da se pneumatički transportuju: **ugljeni prah, pepeo, žitarice** (kukuruz, pšenica, suncokret, soja, i sl.) i **njeni proizvodi** (brašno, šećer, stočna hrana, i td.), **so, piljevina u drvanoj industriji, veštačko đubrivo** i td.

Ako se isti sipkasti materijal može transportovati i hidraulički i pneumatički tada presudnu ulogu pri odluci o načinu transporta ima dužina cevovoda – hidraulički transport se primenjuje za veća rastojanja a pneumatički za manja rastojanja.

PNEUMATIČKI TRANSPORT

Pneumatički transport, prema principu rada, može biti:

- ◆ **leteći,**
- ◆ **potiskivanjem i**
- ◆ **transport materijala u fluidizovanom stanju.**

Leteći pneumatički transport je cevni transport mešavine rastresitog transportovanog materijala i transportnog vazduha. Da bi se izbegla opasnost od eksplozije pri transportu nekih praškastih materijala, umesto vazduha koristi se inertni gas (npr. azot), s tim da je kontura njegove cirkulacije zatvorena.

U zavisnosti od granulometrijskih karakteristika čvrstih čestica, njihova smeša sa vazduhom može biti:

- strukturni gas ($d_e \leq 50 \mu\text{m}$) i
- nehomogene mešavine:
 - a) finodisperzna aerosmeša ($d_e = 50 \div 150 \mu\text{m}$)
 - b) grubodisperzna aerosmeša ($d_e > 150 \mu\text{m}$).

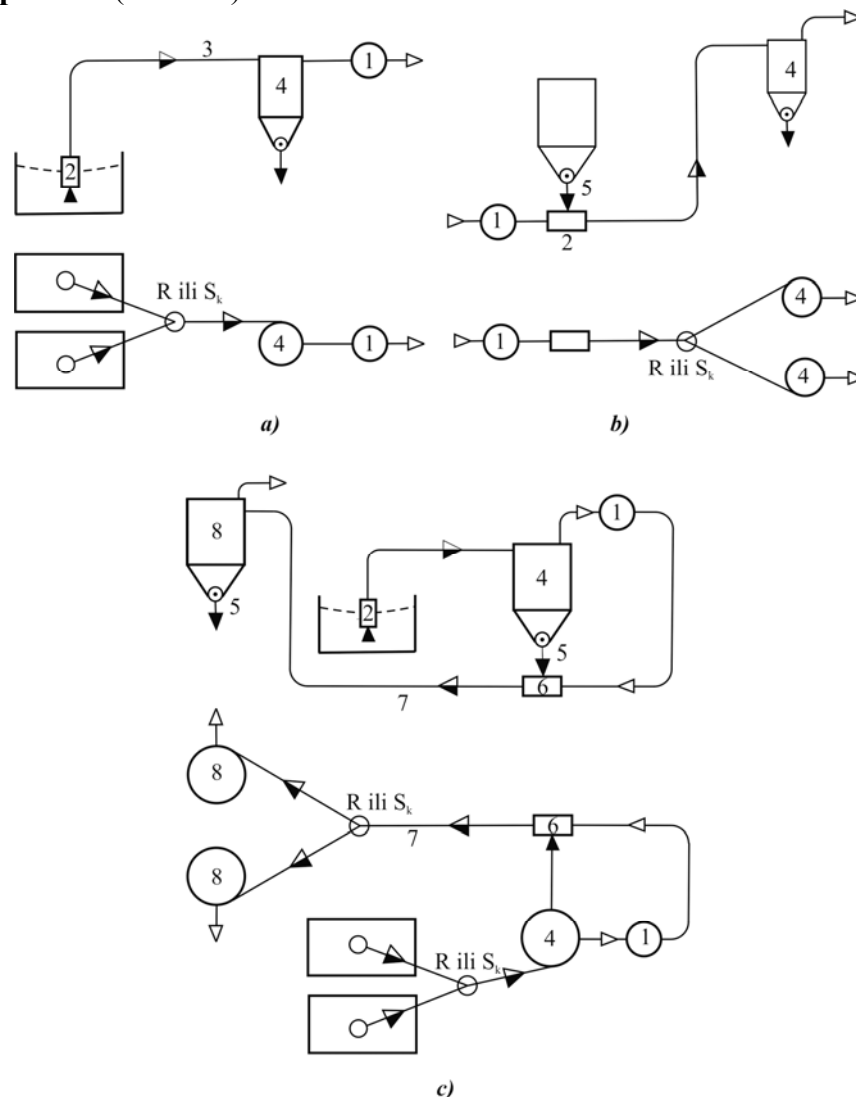
U zavisnosti da li se transportovani materijal usisava, potiskuje ili i usisava i potiskuje, **leteći pneumatički transport** može biti: **usisni, potisni** ili **kombinovani**.

Prema **specifičnom masenom** protoku materijala ($\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v$, gde su \dot{m}_m - maseni protok transportovanog materijala, a \dot{m}_v - maseni protok transportnog gasa (vazduha)) leteći pneumatički transport se deli na transport:

- ◆ **niske** ($\mu < 1$),
- ◆ **srednje** ($1 < \mu < 10$) i
- ◆ **visoke koncentracije** ($10 < \mu < 80$).

Prema **visini pritiska** leteći pneumatički transport može biti:

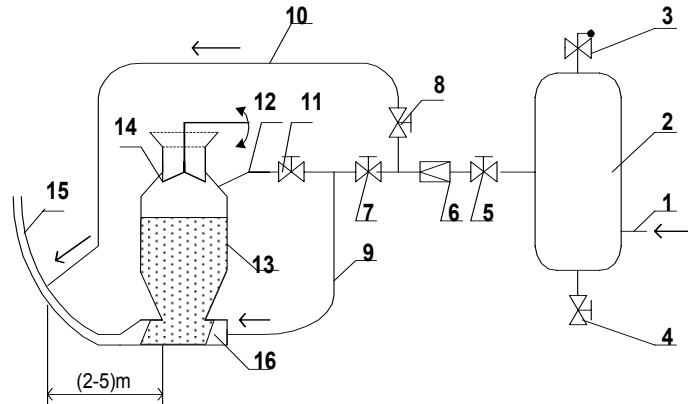
- ◆ **niskog pritiska** (do 10000 Pa = 0,1 bar),
- ◆ **srednjeg pritiska** (0,1 ÷ 1 bar) i
- ◆ **visokog pritiska** (> 1 bar).



Slika 2. Šeme izvođenja letećeg pneumatičkog transporta
a) usisni, b) potisni i c) kombinovani leteći pneumatički transport
Pozicije: 1 - vakuum pumpa (sl.1.a), duvaljka (sl.1.b i sl.1.c); 2 - mešač;
3- cevovodi transporta materijala; 4 - odvajači; 5 - dozator;
6 - mešač; 7 - cevovodi transporta materijala; 8- odvajači.

Pneumatički transport potiskivajem vrši se po principu da vazduh pod pritiskom potiskuje manje ili veće homogene **klipove testastog, slabo lepljivog materijala** (na primer betonske smeše), ili potiskuje **patrone koje se pune transportovanim materijalom** (kao što je slučaj vazdušne pošte u bankama i drugim ustanovama).

Pneumatičkim transportom potiskivajem može se transportovati i praškasti materijal, ako se radi o visinskoj razlici 20÷30m i manjim dužinama.



Slika 3. Šema uređaja za pneumatički transport betona

Pozicije: 1 - cevovod dovoda vazduha iz kompresora; 2 - rezervoar sabijenog vazduha; 3 - ventil sigurnosti (ventil za ograničenje pritiska sabijenog vazduha); 4 - ventil za ispuštanje kondenzata; 5, 7, 8, 11 - zaporni ventili u granama mreže razvoda sabijenog vazduha; 6 - nepovratni ventil; 9, 10, 12 - grane mreže vazduhovoda, 13 - posuda za betonsku smešu; 14 - zatvarač posude; 15 - transportni cevovod betonske smeše; 16 - komora na dnu posude za betonsku smešu.

Ovaj princip transporta koristi se vrlo često pri transportu betonske smeše (sl.3).

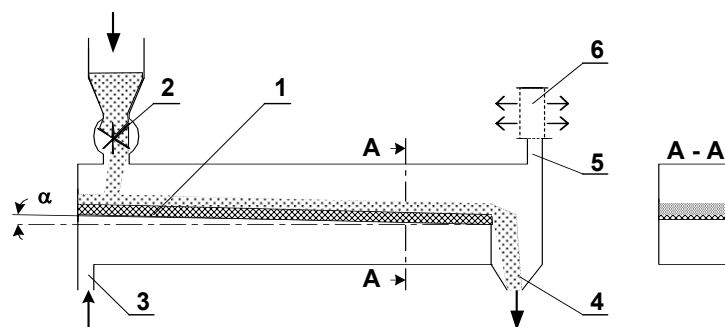
Rad uređaja za transport betonske smeše je diskontinuiran, jer se najpre glavna posuda napuni betonskom smešom, zatim se posuda stavlja pod pritisak vazduha i prazni. Istovremeno se vazduh pod pritiskom dovodi i na dno posude (na mestu gde je priključen i odvodni cevovod). Materijal koji pada na ulaz odvodnog cevovoda začepiljava izlaz cevovoda, što dovodi do porasta pritiska vazduha koji kompresor udvava u posudu. Sila pritiska vazduha na grudvu betona koja je začepila ulaz u cevovod savlada otpor kretanja grudve i ova počinje da se kreće cevovodom. Da bi se olakšao i ustalio transport, vazduh pod pritiskom se dovodi i u lukove transportnog cevovoda. Upravljanje ventilima u cevovodima dovoda vazduha pod pritiskom uobičajeno je automatsko.

Pneumatički transport fluidizovanog materijala zasniva se na svojstvu da fluidizovan praškast ili zrnast materijal, s obzirom na pokretljivost, dobija osobine tečnosti odgovarajuće viskoznosti. Kao i kod kretanja tečnosti, uzrok kretanja fluidizovanog materijala može biti gravitacija ili razlika pritisaka, pa se prema uzroku kretanja razlikuju:

- transport fluidizovanog materijala u pneumatičkim kanalima (koritima) i
- gusto tekući potisni transport fluidizovanog materijala (*Fluid-liftovi*).

Naziv *gusto tekući potisni pneumatički transport*, za pneumatički transport fluidizovanog materijala pod dejstvom razlike pritisaka na krajevima transportnog cevovoda, dolazi otuda što se ovaj transport materijala odvija sa mnogo većim masenim protokom materijala u odnosu na leteći pneumatički transport (specifični maseni protok materijala dostiže i do $\mu = 600$ ($\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v$)).

U pneumatičkim koritima fluidizovan materijal se kreće pod dejstvom gravitacije, a na sl.4 je šematski prikazano jedno pneumatičko korito.



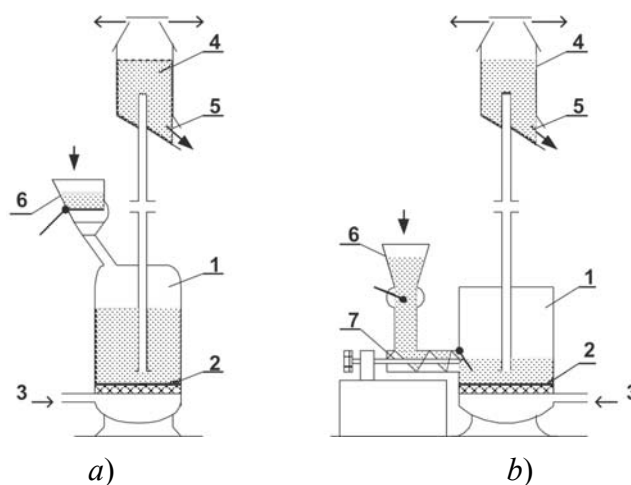
Slika 4. Pneumatsko korito

Pozicije: 1 - porozna pregrada; 2 - rotacioni sektorski dozator materijala; 3 - dovod vazduha pod pritiskom; 4 - odvod transportovanog materijala; 5 - cev za odvod vazduha; 6 - filter.

Pneumatičko korito je u osnovi dvodelni kanal pravougaonog poprečnog preseka, podeljen poroznom pregradom 1 na gornji i donji deo. Porozna pregrada se izrađuje od tkanine ili porozne mase, a najčešće su to ploče od kvarcnog peska, tzv. "Comet ploče". Porozna pregrada je pod malim uglom ($\alpha=2\div 6^\circ$) nagnuta prema horizontali. Sipkav materijal koji se transportuje dovodi se preko dozatora 2, u gornji deo pneumatičkog korita, a u donji deo pneumatičkog korita dovodi se vazduh pod pritiskom, koji kroz poroznu pregradu prolazi u gornji deo korita. Vazduh koji prolazi kroz poroznu pregradu dovodi transportovan sipkav materijal u stanje fluidizacije i ovaj pod dejstvom gravitacije teče niz blago nagnutu poroznu ploču. Vazduh koji napušta fluidizovani sloj materijala potiskuje se kroz filter u atmosferu.

Pneumatička korita se najčešće koriste za transport praškastih materijala, kao što su, na primer: cement (u cementarama), elektrofilterski pepeo (u termoelektranama i velikim industrijskim kotlarnicama), glinica (u fabrikama aluminijuma), pšenično brašno (u mlinovima) i drugi praškasti materijali koji se lako fluidizuju.

Gusto tekući potisni pneumatički transport svoj rad bazira na principu fluidizacije, s tim da se fluidizovani materijal kreće pod dejstvom razlike pritiska vazduha na krajevima transportnog cevovoda. Karakteristični uređaji ovakvog transporta su tzv. fluid-liftovi. Na sl.5 šematski su prikazane dve konstrukcije fluid-lifta.



Slika 5. Fluid-liftovi

Pozicije: 1 - posuda za fluidizaciju materijala; 2 - porozna pregrada; 3 - dovod vazduha pod pritiskom; 4 - komora sa prigušnikom; 5 - gravitacioni odvod materijala; 6 - nasipni levak sa zatvaračem; 7 - puž sa promenljivim korakom.

Posuda za fluidizaciju fluid-lifta prikazana na sl.5.a puni se materijalom do određenog nivoa, kada se zatvara otvor u nasipnom levku i počinje sa uduvavanjem vazduha pod pritiskom u prostor ispod porozne pregrade. Vazduh koji prolazi kroz poroznu pregradu fluidizuje transportovan sipkav materijal i stvara natpritisak u posudi za fluidizaciju materijala. Usled razlike pritiska vazduha u posudi za fluidizaciju i na kraju transportnog cevovoda, fluidizovan materijal se kreće naviše. Da bi se materijal kroz transportni cevovod kretao u fluidizovanom stanju, neophodno je da na kraju transportnog cevovoda vlada odgovarajući natpritisak (protivpritisak), što se ostvaruje prigušnikom ugrađenim u komori na kraju cevovoda. Ako na kraju cevovoda ne bi vladao odgovarajući protivpritisak, fluidizovani stub materijala u cevovodu bi se raspao i kroz cevovod bi se odvijao leteći pneumatski transport (sa mnogo manjim specifičnim masenim protokom materijala). Usled naglog proširenja protočnog preseka u komori na kraju cevovoda opada brzina strujanja vazduha i transportovani materijal se odvaja od transportnog vazduha.

Da bi se fluid-liftom prikazanim na sl.5.a podigao transportovani materijal neophodno je da bude zatvoren otvor u levku kroz koji se transportovani materijal sipa u posudu za fluidizaciju, što znači da se ovim fluid-liftom dizanje materijala vrši sa periodičnim prekidima (u periodima kada se posuda za fluidizaciju puni transportovanim materijalom, kada se prekida i sa dovodom vazduha ispod porozne pregrade).

Fluid-lift prikazan na na sl.5.b može neprekidno da podiže transportovani materijal, jer je puž kojim se materijal potiskuje u posudu za fluidizaciju nepropustan za fluidizovan materijal. Kod ovog fluid-lifta neophodno je sinhronizovati maseni protok dotura materijala posudi za fluidizaciju sa masenim protokom materijala kroz vertikalnu transportnu cev.

Prednosti pneumatičkog transporta praškastog, zrnastog i vlaknastog materijala u odnosu na mehanički transport istog materijal, su sledeće:

- ◆ zauzimanje malog prostora i prilagodljivost transportne trase već postavljenim mašinama (kod letećeg pneumatičkog transporta),
- ◆ transport bez zaprašivanja okoline,
- ◆ mogućnost povezivanja unutrašnjeg transporta sa nekim tehnološkim procesom, kao što su: sušenje ili vlaženje materijala vazduhom, zagrevanje ili hlađenje materijala vazduhom, razvrstavanje materijala po krupnoći na osnovu brzine taloženja, itd.,
- ◆ mogućnost uzimanja materijala sa nekoliko mesta utovara i mogućnost istovara materijala na više mesta,
- ◆ mogućnost visokog stepena automatizacije transportnog procesa i raspoređivanja materijala po skladišnim prostorima (silosima), što posluhu svodi na minimum,
- ◆ mogućnost velikih transportnih kapaciteta po jednoj liniji (i do 300 t/h),
- ◆ srazmerno mali investicioni troškovi održavanja,
- ◆ mala potrošnja pogonske energije kod transporta materijala u fluidizovanom stanju. Transport pneumatičkim koritima troši najmanje energije. Ovo ne važi za leteći pneumatički transport.

Nedostaci pneumatičkog transporta su:

- ◆ što se ne može primeniti na sve materijale, već samo na praškaste, zrnaste i vlaknaste,
- ◆ što su dužine transportnih trasa relativno kratke, pa se pneumatički transport može primeniti samo kao unutrašnji transport. Trase pneumatičkog transporta materijala u letećem stanju ne prelaze 2 km, a trese pneumatičkog transporta potiskivanjem i transporta materijala u fluidizovanom stanju su mnogo kraće,
- ◆ za vreme transporta materijal se donekle usitnjava, naročito kad sistem pneumatičkog transporta nije dobro dimenzionisan i kad strujni parametri nisu dobro odabrani.

U mane letećeg pneumatičkog transporta treba ubrojiti još: veću potrošnju pogonske energije i povećano habanje pojedinih delova transportne linije, kao što su, npr. kolena.

S obzirom na dobre i loše strane **letećeg pneumatičkog transporta**, može se uzeti da je ovaj način transporta povoljniji:

- kod transporta velikih količina manje abrazivnih materijala u unutrašnjem transportu većih dužina,
- u slučajevima kada se transport rešava za već gotove objekte sa postavljenim mašinama,
- ako se njime rešava i sprečavanje zaprašivanja radne sredine (okoline),
- ako se ovakav transport povezuje sa nekim tehnološkim procesom.

Oblasti primene pneumatičkog transporta:

- istovar i pretovar praškastih i zrnastih materijala (cement, koncentрати stočne hrane, žitarice, i dr.) iz prevoznih sredstava pomoću kojih se obavlja njihov transport u rasutom stanju (teretni brodovi, šleperi, auto-cisterne, vagon-cisterne, i sl.),
- transport žitarica i njihovih prerađevina u mlinovima i silosima,
- prenos uglja u prahu u termoelektranama,
- prenos elektro-filterskog pepela u termoelektranama,
- transport peska u livnicama,
- transport deterdženta u prahu, kalcinisane sode i drugih praškastih i zrnastih materija u hemijskoj i procesnoj industriji,
- izbacivanje svih vrsta prašina sakupljenih usisavanjem iz zagađenih prostorija, hala, i od raznih mašina koje obradom nekih predmeta stvaraju prašinu,
- izbacivanje piljevine, šuški i sitnih otpadaka u drvnoj industriji,
- prenos rezanog duvana u fabrikama cigareta,
- prenos otpadaka kože u kožarskoj industriji,
- prenos administrativne pošte unutar fabrika i laboratorija, u bankama, novinskim agencijama itd., danas se uglavnom obavlja pneumatičkim transportom – pneumatička pošta.

2. OSOBINE TRANSPORTOVANIH MATERIJALA

Za transport praškastih, zrnastih i vlaknastih materijala, pored raznih vidova mehaničkog transporta, može se primeniti i pneumatički ili hidraulički transport, zavisno od osobina transportovanog materijala. Bez preterivanja se može reći da osobine materijala odlučujuće utiču na izbor načina njihovog transporta, pa je, pri izboru transporta, neophodno dobro upoznati osobine materijala kojeg želimo da transportujemo.

2.1. GUSTINA

Kod praškastih i zrnastih materijala, ili, jednom rečju, kod sipkastih materijala, razlikuju se: **gustina čestica materijala** ρ_m [kg/m³], i **nasipna gustina materijala** $\rho_{n.m}$ [kg/m³], s tim da se u ovom drugom slučaju opet razlikuju: **nasipna gustina slobodnog nasutog materijala** i **nasipna gustina sabijenog nasutog materijala**. Gustina čestica materijala ρ_m naziva se još i **grafitnom gustinom materijala**.

Ako je: $dV_{n.m}$ – ukupna zapremina koju zauzima nasuti materijal, a $dm_{n.m}$ – masa materijala i vazduha u ovoj zapremini, može se pisati:

$$dV_{n.m} = dV_m + dV_v \quad i \quad dm_{n.m} = dm_m + dm_v \quad (2.1)$$

gde su: dV_m – zapremina koju zauzimaju čestice materijala,

dV_v – zapremina koju zauzima vazduh između čestica materijala,

dm_m – masa čestica materijala ($dm_m = \rho_m \cdot dV_m$),

dm_v – masa vazduha koji zauzima prostor između čestica nasutog materijala ($dm_v = \rho_v \cdot dV_v$, pri čemu je ρ_v – gustina vazduha).

Prema definiciji se može pisati, da su gustine:

$$\rho_m = \frac{dm_m}{dV_m}, \quad \rho_v = \frac{dm_v}{dV_v}, \quad \rho_{n.m} = \frac{dm_{n.m}}{dV_{n.m}} = \frac{dm_m + dm_v}{dV_m + dV_v} \quad (2.2)$$

Odnos zapremine vazduha koji zauzima prostor između čestica nasutog materijala (dV_v) prema ukupnoj zapremini koju zauzima nasuti materijal ($dV_{n.m}$) pretstavlja **poroznost nasutog materijala** (ψ_o):

$$\psi_o = \frac{dV_v}{dV_{n.m}}, \quad 0 < \psi_o < 1 \quad (2.3)$$

S obzirom na jednačinu (2.3) i prvu jednačinu (2.1), može se pisati:

$$dV_v = \psi_o \cdot dV_{n.m} \quad i \quad dV_m = (1 - \psi_o) \cdot dV_{n.m},$$

odnosno, $dm_m = \rho_m \cdot dV_m = \rho_m (1 - \psi_o) dV_{n.m}$ i $dm_v = \rho_v \cdot dV_v = \rho_v \psi_o dV_{n.m}$

pa se, s obzirom na date izraze, nasipna gustina materijala (2.2) može izraziti u funkciji gustine čestica materijala (ρ_m), gustine vazduha (ρ_v) i poroznosti nasutog materijala (ψ_o):

$$\rho_{n.m} = \rho_m (1 - \psi_o) + \rho_v \psi_o \quad tj. \quad \frac{\rho_{n.m}}{\rho_m} = (1 - \psi_o) + \frac{\psi_o}{\rho_m / \rho_v} \quad (2.4)$$

U normalnim atmosferskim uslovima ($p=1,013$ bar, $t=20^\circ\text{C}$) gustina vazduha je $\rho_v = 1,2$ kg/m³, pa je $\rho_m / \rho_v > 1000$, te se jednačine (2.4), bez veće graške, mogu napisati i u obliku:

$$\rho_{n.m} = \rho_m(1 - \psi_o) \quad \text{tj.} \quad \frac{\rho_{n.m}}{\rho_m} = 1 - \psi_o \quad (2.4')$$

2.2. OBLIK I VELIČINA ČESTICA

Sipkasti (rastresiti) materijal se vizuelnim pregledom lako može klasificirati u četiri vrste materijala:

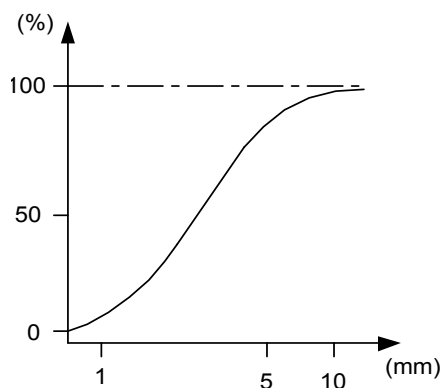
- ◆ *praškasti* (materijal u prahu),
- ◆ *zrnasti*,
- ◆ *komadasti* i
- ◆ *materijal sa česticama nepravilnog oblika*.

⇒ materijal je u prahu ako njegove čestice nisu veće od 1mm.

⇒ materijal je zrnast ako njegove čestice prolaze kroz sita veličine otvora 1÷12,5 mm.

⇒ materijal se klasificira kao komadast, ako ne prolazi kroz sito otvora veličine 12,5 mm.

⇒ materijal čije su čestice komadići sa dlačicama, ili su u obliku vlakana ili kožica, klasifikuju se kao materijal sa nepravilnim česticama.



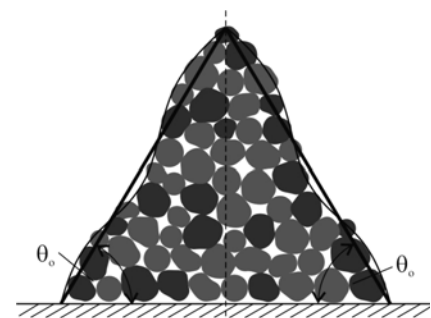
Slika 6. Kriva prosejavanja

Veličina čestica zrnastog ili praškastog materijala po pravilu nije jednolika, a slika o masenom sadržaju čestica različitih veličina može se steći prema **krivoj prosejavanja**. *Kriva prosejavanja* grafički prikazuje procentualni maseni sadržaj materijala u zavisnosti od veličine otvora sita (δ) kroz koji materijal može da prođe. Ova kriva se određuje eksperimentalno prosejavanjem određene količine materijala kroz sita različitih veličina otvora i merenjem mase prosejanog materijala, ili, tačnije rečeno, merenjem mase ostatka materijala na situ (masa prosejanog materijala jednaka je razlici izmerene mase materijala pre prosejavanja i izmerene mase ostatka materijala na situ). Apscisa dijagrama krive prosejavanja (δ) obično je u logaritamskoj razmeri.

2.3. NASIPNI UGAO MATERIJALA

Zbog trenja čestica o čestice materijala, slobodno nasut materijal zauzima konusnu zapreminu. Ugao koji sa horizontalom zaklapa izvodnica ovog konusa je **nasipni ugao materijala** (θ_o), ili **ugao unutrašnjeg trenja materijala**.

Razlikuje se nasipni ugao materijala u miru (θ_o) i nasipni ugao materijala u pokretu (θ_k), pri čemu je nasipni ugao materijala u pokretu manji od nasipnog ugla materijala u miru. Orjentaciono je $\theta_k \approx 0,7 \theta_o$.



Slika 7. Nasipni ugao

2.4. HIGROSKOPIČNOST

Sadržaj vlage je veoma važna karakteristika kod materijala koji se iz tehnoloških razloga transportuju u vlažnom stanju. **higroskopičnost** predstavlja težnju materijala da apsorbuje vlagu, i izuzetno je važno svojstvo materijala sa gledišta mogućnosti njegovog hidrauličkog ili pneumatičkog transporta.

Ako je materijal higroskopan, postavlja se pitanje da li se rastapa. Rastopljen materijal se ne može pneumatički transportovati, dok je hidraulički transport moguć samo ako je u funkciji tehnološkog procesa.

2.5. KISELOST ILI ALKALNOST MATERIJALA

Kiselost ili alkalnost materijala određuje se veličinom pH faktora materijala. Vrednost pH faktora materijala kreće se u granicama od 0 do 14. Faktor $pH=7$ označava neutralan materijal. Materijal sa $pH<7$ imaju povećanu kiselost, a materijali sa $pH>7$ imaju povećanu alkalnost.

Prema pH faktoru materijala, kojeg treba da transportujemo, određuje se vrsta tkanine za filtre, odnosno tkanine za pneumatička korita.

2.6. EKSPLOZIVNOST

Pri transportu i skladištenju materijala u prahu, kao što su sva brašna, šećer u prahu, ugljena prašina, drvena prašina, i dr., **postoji opasnost od eksplozije – eksplozivnog sagorevanja**.

Da li će se materijal u prahu ponašati kao eksplozivan materijal ili ne, zavisi od koncentracije praha u vazduhu.

U odnosu na mehanički transport ovakvih materijala (transportnim trakama, elevatorima, puževima, lančanicima), leteći pneumatički transport je znatno sigurniji, jer je pneumatičkim transportom lakše obezbediti uslove da ne dođe do samozapaljenja prašine, a u krajnjem slučaju, umesto vazduha može se koristiti neki **inertan gas** (kada se pneumatički transport projektuje sa zatvorenom konturom cirkulacije gasa).

Uslovi za siguran pneumatički transport materijala u prahu su:

- ◆ da je instalacija aerodinamički tako izvedena da je onemogućeno taloženje praha,
- ◆ da je cevovod dobro elektroprovodno uzemljen (radi odvođenja statičkog elektriciteta koji nastaje trenjem čestica o čestice materijala i trenjem čestica materijala o zidove cevovoda),
- ◆ da su, zbog svake sigurnosti, ugrađene eksplozivne opne ili eksplozivni zaklopci (koji će u slučaju eventualne eksplozije sprečiti stradanje instalacije i ljudi)

Što je brzina strujanja vazduha veća, manja je mogućnost taloženja praha u elementima instalacije pneumatičkog transporta. Brzina strujanja mora biti u svim elementima instalacije tako velika, da se nigde ne skuplja i ne taloži prašina:

$c \geq 20 \text{ m/s}$ - za transport pšeničnog brašna, drvene prašine, mekinja, strugotine, ugljene prašine,

$c \geq 30 \text{ m/s}$ - za transport metalne prašine i materijala sa većom grafitnom gustinom.

2.7. KRHKOST ILI LOMLJIVOST ČESTICA MATERIJALA

Često se zahteva da se u toku transporta čestice materijala ne lome ili deformišu, kada je, kao važnu karakteristiku materijala, potrebno znati i njegovu *krhkost* ili *lomljivost*.

Postavlja se pitanje, u kojoj meri oštećenje čestica materijala škodljivo deluje s obzirom na upotrebljivost materijala, ili pitanje, u kojoj meri je dozvoljeno lomljenje čestica materijala s obzirom na njegovu upotrebnu vrednost.

Glavni faktor lomljenja čestica materijala prilikom transporta u struji fluida je brzina strujanja fluida. Nekontrolisanim brzinama strujanja fluida mogu se napraviti nepopravljive štete pri transportu u struji fluida nekih materijala čije se čestice lako lome.

2.8. ABRAZIVNOST

Abrazivnost transportovanog materijala je, takođe, važna karakteristika, koja se ne može prenebreći pri izboru i projektovanju transporta.

Karakteristične osobine nekih zrnastih materijala

materijal	gustina čestica [kg/m ³]	nasipna gustina [kg/m ³]	nasipni ugao u miru θ ₀ [°]	nasipni ugao u kretanju θ [°]	primedba
Pasulj	1600÷2000	550÷800	45	30	
Grašak	1250÷1300	600÷800	45	30	
Ječam	1230÷1300	650÷750	35	27	Prah eksplozivan
Kafa sirova	1900÷2700	350÷650	45	30	Malo abrazivna
Kafa pržena	1900÷2700	350÷450	30	25	Nije abrazivna
Kukuruz u znu	1260÷1300	700÷750	35	28	Prah eksplozivan
Pšenica	1260÷1400	650÷850	35	25	Prah eksplozivan
Raž	1260÷1440	680÷790	35	25	Prah eksplozivan
Pirinač		400÷650			
Soja u znu		600÷750			
Suncokret u znu		350-450			
Kakao u znu			40	30	Malo abrazivan
- sirov	1100÷1200	550÷600			
- pečen	1050÷1100	510÷550			
- pečen,drobljen	995÷1000	475÷500			

Karakteristične osobine nekih materijala u prahu

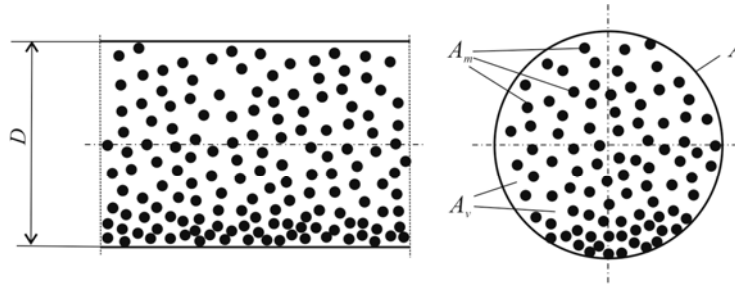
Materijal	gustina čestica [kg/m³]	nasipna gustina [kg/m³]	nasipni ugao u miru θ_0 [°]	nasipni ugao u kretanju θ [°]	primedba
Cement Portland	3000÷3200	1250÷1600	50	35	Abrazivan, higroskopan
Gips u prahu	2160÷2300	850÷1000	40	30	Lako abrazivan, higroskopan
Kakao u prahu:					
- sirov	1100÷1200	450÷550	70	45	
- pečen	1050÷1100	400÷500	70	45	
Brašno:					
- pšenično	1300÷1400	550÷700	65	50	Eksplzivno, higroskopno
- kukuruzno		500÷650	45	30	Eksplzivno, higroskopno
Mekinjne pšenične	1260÷1500	250÷300	35	30	Eksplzivne, higroskopne
Riblje brašno	1240÷1300	550÷700	60	50	
Šećer u kristalu	1600÷1800	700÷800	40	30	Higroskopan, prah je eksplozivan
Pesak fini	1900÷2700	1500÷1600	45	30	Vrlo abrazivan
Kvarcni pesak	2650÷2700	1180÷1200	45	30	Vrlo abrazivan
Kvarcno brašno	2650÷2700	1130÷1200	55	30	Vrlo abrazivno
Elektrofilterski pepeo	2200÷2250	650÷700	45	30	Vrlo abrazivan
Ugalj u prahu	1400÷1600	300÷400	45	30	Malo abrazivan, eksplozivan
Drvena prašina	1460÷1500	190÷200			Eksplzivna
Kaolin u prahu	2500÷2600	330÷400	75	50	Abrazivan, higroskopan, lepljiv

3. OSNOVNI PARAMETRI TRANSPORTA U STRUJI FLUIDA

3.1. POVRŠINE PROTOČNIH PRESEKA

Transport materijala se vrši, isključivo, cevima kružnog poprečnog preseka (gde je D unutrašnji prečnik cevi), čija se protočna površina računa korišćenjem izraza:

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} [m^2].$$



A_m - deo protočne površine cevi koju zauzimaju čvrste čestice transportovanog materijala
 A_v - deo protočne površine cevi koju zauzima transportni fluid (voda ili vazduh)

Označavajući sa A_m – deo protočne površine cevi koju zauzimaju čestice transportovanog materijala, a sa A_v – deo protočne površine koju zauzima transportni fluid (gas, tečnost), može se postaviti jednačina:

$$A = A_m + A_v,$$

3.2. POROZNOST MATERIJALA U RAZMTRANOM DELU TRANSPORTNOG CEVOVODA

Unutrašnja (protočna) zapremina transportnog cevovoda elementarne dužine dx je $dV=A \cdot dx$, s tim da jedan deo ove zapremine $dV_m=A_m \cdot dx$ zauzimaju čestice transportovanog materijala, a deo zapremine označen sa $dV_v=A_v \cdot dx$ zauzima transportni fluid ($dV=dV_m+dV_v$), pa je **poroznost** – zapreminska koncentracija transportnog fluida, u razmatranom delu transportnog cevovoda definisana izrazom:

$$\psi = \frac{dV_v}{dV} = \frac{A_v}{A}, \quad \psi \left[\frac{m^3 \text{ transportnog fluida}}{m^3 \text{ zapremin e cevovoda}} \right],$$

S obzirom da je $\psi < 1$, može se pisati de je:

$$A_v = \psi \cdot A,$$

$$A_m = (1 - \psi) A,$$

Poroznost je karakteristika koja se vezuje za mešavinu u nasutom stanju – stanju mirovanja. U koliko rastresiti materijal miruje poroznost je minimalna, dok sa povećavanjem zapremine fluida poroznost rastresitig materijala raste, (npr. uduvavanjem vazduha). Ukoliko se radi o kratanju odnosno strujanju mešavine tada se obično koriste termini zapreminske i masene koncentracije.

3.3. PROTOCI TRANSPORTNOG FLUIDA I TRANSPORTOVANOG MATERIJALA

Ako se posmatra strujanje materijala kroz cev poprečnog preseka A , u uočenom strujnom preseku razlikuju se u zavisnosti od jedinice mere :

- ◆ \dot{m} [kg/s] – *maseni protok* transportnog fluida i transportnog materijala
- ◆ \dot{V} [m³/s] – *zapreminski protok* mešavine transportnog fluida i transportnog materijala
- ◆ \dot{V}_v [m³/s] – *zapreminski protok* transportnog fluida
- ◆ \dot{m}_v [kg/s] – *maseni protok* transportnog fluida
- ◆ \dot{V}_m [m³/s] – *zapreminski protok* transportovanog materijala
- ◆ \dot{m}_m [kg/s] – *maseni protok* transportovanog materijala

Navedeni protoci međusobno su povezani jednačinama:

$$\left. \begin{aligned} \dot{m} &= \rho \cdot \dot{V} \\ \dot{m}_v &= \rho_v \cdot \dot{V}_v \\ \dot{m}_m &= \rho_m \cdot \dot{V}_m \end{aligned} \right\},$$

gde su: ρ – gustina mešavine transportnog fluida i transportovanog materijala, ρ_v – gustina transportnog fluida, ρ_m – gustina čestica transportovanog materijala.

Ako je c – srednja brzina strujanja transportnog fluida, a v – srednja brzina kretanja čestica transportovanog materijala duž transportnog cevovoda, zapreminski protoci se mogu izračunati, korišćenjem izraza:

$$\dot{V}_v = c \cdot A_v = c \psi A,$$

$$\dot{V}_m = v \cdot A_m = v(1 - \psi)A,$$

Za dimenzionisanje prihvatih uređaja za transportovani materijal, važno je znati i **zapreminski protok materijala sveden na nasipnu gustinu materijala** ($\rho_{n.m.}$).

$$\dot{V}_{n.m.} \left[\frac{\text{m}^3 \text{ nasutog materijala}}{\text{s}} \right]$$

Zanemarujući masu vazduha između čestica nasutog materijala, maseni protok transportnog materijala je $\dot{m}_m = \rho_m \dot{V}_m = \rho_{n.m.} \dot{V}_{n.m.}$, tako da se zapreminski protok materijala sveden na nasipnu gustinu, može izračunati korišćenjem izraza:

$$\dot{V}_{n.m.} = \frac{\dot{m}_m}{\rho_{n.m.}} = \frac{\rho_m}{\rho_{n.m.}} \dot{V}_m.$$

3.4. ZAPREMINSKA KONCENTRACIJA MATERIJALA U DELU CEVOVODA

Zapreminska koncentracija materijala predstavlja odnos zapremine materijala prema zapremini cevovoda kojim se materijal transportuje. Zapreminska koncentracija materijala u elementarno kratkom delu transportnog cevovoda je:

$$k_{m,V} = \frac{dV_m}{dV} = \frac{A_m}{A} \left[\frac{m^3 \text{ transportovanog materijala}}{m^3 \text{ zapremina cevovoda}} \right],$$

S obzirom na (3.3'') može se pisati:

$$k_{m,V} = 1 - \psi.$$

3.5. SPECIFIČNI MASENI PROTOK MATERIJALA

Specifični maseni protok materijala (μ) predstavlja odnos masenog protoka transportovanog materijala prema masenom protoku transportnog fluida:

$$\mu = \frac{\dot{m}_m}{\dot{m}_v}.$$

S obzirom na jednačine (3.4), specifični maseni protok¹ se može predstaviti i izrazom:

$$\mu = \frac{\rho_m \dot{V}_m}{\rho_v \dot{V}_v}.$$

3.6. SREDNJE VREDNOSTI BRZINA

U bilo kom poprečnom preseku cevovoda, trenutni položaj čvrstih čestica transportovanog materijala je slučajan, što ima za posledicu nepoznavanje stvarnih brzina transportnog fluida i transportovanog materijala. Ova poteškoća se prevazilazi na taj način, što se definišu srednje vrednosti brzina u posmatranom poprečnom preseku cevovoda:

$$c = \frac{\dot{V}_v}{A_v} \text{ – srednja brzina transportnog fluida}$$

$$v = \frac{\dot{V}_m}{A_m} \text{ – srednja brzina transportovanog materijala}$$

Odnos između srednje brzine kretanja čestica transportovanog materijala prema srednjoj brzini strujanja transportnog fluida je:

$$\beta = \frac{v}{c}.$$

Korišćenjem jednačina (3.5), (3.6) i (3.9') odnosno (3.8'), mogu se postaviti funkcionalne veze za poroznost $\psi = \psi(\mu, \beta, \rho_m/\rho_v)$ i zapreminsku koncentraciju materijala $k_{m,V} = k_{m,V}(\mu, \beta, \rho_m/\rho_v)$:

¹ Odnos gustine čestica transportovanog materijala prema gustini transportnog gasa (vazduha) obično je $\rho_m/\rho_v \geq 1000$, a kako se leteći pneumatički transport projektuje obično za specifični maseni protok materijala $\mu \leq 10$, prema jednačini (3.9) sleduje da je obično $\dot{V}_v/\dot{V}_m > 100$. Kod letećeg pneumatičkog transporta niske koncentracije ($\mu \leq 1$) odnos je čak $\dot{V}_v/\dot{V}_m > 1000$.

$$\psi = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\beta(\rho_m/\rho_v)}},$$

$$k_{m.v} = 1 - \psi = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\mu} \frac{\rho_m}{\rho_v}}.$$

3.7 MASE TRANSPORTOVANOG MATERIJALA I TRANSPORTNOG FLUIDA PO JEDINICI ZAPREMINE CEVOVODA

Masa transportovanog materijala (dm_m) i transportnog fluida (dm_v) koje se nalaze u zapremini cevovoda $dV=A \cdot dx$, mogu se izračunati korišćenjem izraza:

$$dm_m = \rho_m dV_m = \rho_m A_m dx = \rho_m (1 - \psi) A dx = \rho_m (1 - \psi) dV,$$

$$dm_v = \rho_v dV_v = \rho_v A_v dx = \rho_v \psi A dx = \rho_v \psi dV,$$

pa je s obzirom na date jednačine:

- *masa transportovanog materijala po jedinici zapremine cevovoda:*

$$q_m = \frac{dm_m}{dV} = \rho_m (1 - \psi) = \rho_m \cdot k_{m.v} \left[\frac{\text{kg transp. materijala}}{\text{m}^3 \text{ cevovoda}} \right],$$

- *masa transportnog fluida po jedinici zapremine cevovoda:*

$$q_v = \frac{dm_v}{dV} = \rho_v \cdot \psi \left[\frac{\text{kg transportog fluida}}{\text{m}^3 \text{ cevovoda}} \right],$$

3.8 GUSTINA SMEŠE TRANSPORTOVANOG MATERIJALA I TRANSPORTNOG FLUIDA

Gustina transportovane smeše je, po definiciji,

$$\rho_{sm} = \frac{dm_{sm}}{dV} = \frac{dm_m + dm_v}{dV} = q_m + q_v \left[\frac{\text{kg smeše}}{\text{m}^3} \right],$$

a, s obzirom na izraze (3.13), (3.14) i (3.11) gustina transportovane smeše može se izračunati i korišćenjem formule:

$$\rho_{sm} = \rho_m (1 - \psi) + \rho_v \psi = \rho_v \cdot \psi \left(1 + \frac{\rho_m}{\rho_v} \frac{1 - \psi}{\psi} \right) = \rho_v \psi \left(1 + \frac{\mu}{\beta} \right).$$

3.9 SREDNJA BRZINA SMEŠE TRANSPORTOVANOG MATERIJALA I TRANSPORTNOG FLUIDA

Zapreminski protok smeše jednak je zbiru zapreminskih protoka transportovanog materijala i transportnog fluida ($\dot{V}_m + \dot{V}_v$), pa je srednja brzina smeše:

$$v_{sm} = \frac{\dot{V}_m + \dot{V}_v}{A}.$$

S obzirom na jednačine (3.5) i (3.6) izraz za srednju brzinu transportovane smeše dobija oblik:

$$v_{sm} = v(1 - \psi) + c\psi.$$

Pri ustaljenom radu pneumatičkog transporta konstantni radni parametri su:

$$\dot{m}_m, \dot{m}_v, (\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v), \text{ i } \rho_m$$

Kod niskopritisnog pneumatičkog transporta konstantna je i gustina transportnog gasa (ρ_v).

Poroznost materijala u transportnom cevovodu (ψ), odnosno, zapreminska koncentracija materijala u cevovodu ($k_{m,v} = 1 - \psi$), zavisi od odnosa brzina $\beta = v/c$. U pravim deonicama cevovoda odnos brzina $\beta = v/c$ raste duž cevovoda, pa se prema izrazima (3.11) i (3.12) može zaključiti da (za $\mu = \text{const.}$ i $\rho_m / \rho_v \approx \text{const.}$) duž pravih deonica transportnog cevovoda poroznost materijala raste, a zapreminska koncentracija materijala u cevovodu opada.

Brzinu $v = 0,1c$ ($\beta = 0,1$) čestice transportovanog materijala dobijaju skoro odmah po mešanju sa strujom gasa, pa se, uzimajući da je $\rho_m / \rho_v = 1000$ (što približno odgovara transportu žitarica ili mlevenog uglja), prema izrazima (3.11) i (3.12) može zaključiti da je za $\beta \geq 0,1$:

- $\psi \geq 0,99$, $k_{m,v} \leq 0,01$, za $\mu = 1$,
- $\psi \geq 0,95$, $k_{m,v} \leq 0,05$, za $\mu = 5$,
- $\psi \geq 0,91$, $k_{m,v} \leq 0,09$, za $\mu = 10$.

Napred navedene veličine poroznosti materijala (ψ) su veće, a zapreminske koncentracije materijala ($k_{m,v}$) su manje, kod materijala čije čestice imaju gustinu veću od $\rho_m = (1250 \div 1400) \text{ kg/m}^3$, kao što su cement ($\rho_m = 3200 \text{ kg/m}^3$) ili pesak ($\rho_m = 2650 \text{ kg/m}^3$).

Prema jednačini (3.5) stvarna brzina strujanja transportnog gasa je:

$$c = \frac{\dot{V}_v}{\psi A},$$

a brzina strujanja, koja bi, pri istom zapreminskom protoku, odgovarala strujanju čistog gasa:

$$c_f = \frac{\dot{V}_v}{A},$$

zove se **fiktivna (prividna) brzina strujanja gasa**.

Odnos stvarne i prividne brzine strujanja transportnog gasa je:

$$\frac{c}{c_f} = \frac{1}{\psi}, (\psi < 1),$$

a razlika ovih brzina se, sa greškom manjom od 2%, može zanemariti u slučajevima kada je poroznost u transportnom cevovodu veća od 0,98, kao što je to, na primer, kod letećeg pneumatičkog transporta niske koncentracije ($\mu \leq 1$).

4. OSNOVE TEORIJE TRANSPORTA MATERIJALA U STRUJI FLUIDA

4.1. SILE DEJSTVA I KRETANJE ČESTICE MATERIJALA U MIRNOM FLUIDU I U STRUJI FLUIDA

Materija koja se obrađuje u ovom odeljku važi, kako za kretanje čvrstih čestica materijala u struji gasa (pneumatički transport), tako i za kretanje čvrstih čestica materijala u struji tečnosti (hidraulički transport), što je razlog korišćenja termina **fluid** – zajedničkog naziva za tečnosti i gasove.

Razmatranje se ograničava na čvrste čestice veće od 0,1mm, koje u lebdećem stanju ne mogu da održe turbulentne pulsacije u struji fluida. Mešavine ovakvih čvrstih čestica i fluida klasifikuju se kao nehomogene mešavine². Teorija koja se obrađuje u ovom poglavlju odnosi se na transport materijala u struji fluida, u kojem fluid i čestica transportovanog materijala obrazuju nehomogene mešavine.

U mirnom fluidu pritisak se menja po zakonu:

$$p_s = -\rho_v g z + const. \quad tj. \quad p_s(z) - p_s(z_1) = \rho_v g(z_1 - z), (4.1)$$

gde su:

z [m] – vertikalna kordinata položaja posmatrane tačke u prostoru, prema vertikalnoj kordinatnoj osi usmerenoj naviše,

ρ_v [kg/m³] – gustina fluida (za čistu vodu $\rho_v=1000$ kg/m³; za vazduh u normalnim atmosferskim uslovima je $\rho_v=1,2$ kg/m³),

$g = 9,81$ m/s² – ubrzanje zemljine teže.

Na čvrstu česticu materijala koja lebdi u mirnom fluidu, ili je pala na dno suda sa mirnim fluidom, deluje sila statičkog pritiska:

$$\vec{Z}_{ps} = -\oint_{A_\epsilon} p_s d\vec{A}_\epsilon = -\int_{V_\epsilon} grad p_s dV_\epsilon = \rho_v g V_\epsilon \vec{k},$$

gde su:

A_ϵ – površina čvrste čestice ($d\vec{A}_\epsilon$ – vektor elementarne površine čestice, sa smerom spoljašnje normale $\Rightarrow p_s d\vec{A}_\epsilon$ – sila statičkog pritiska na elementarnu površinu čvrste čestice),

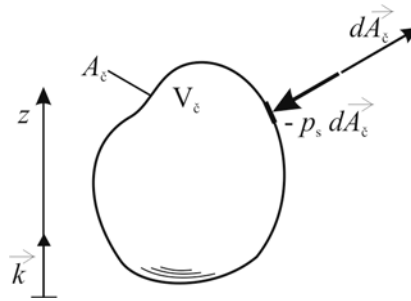
V_ϵ – zapremina čvrste čestice,

\vec{k} – ort (jedinični vektor) vertikalne kordinatne ose (z), usmerene naviše.

² U mešavinama fluida i čvrstih čestica manjih od 0,1 mm, čvrste čestice su ravnomerno raspoređene u struji fluida, a u lebdećem stanju ih drže turbulentne pulsacije u struji fluida. Ovakve mešavine se klasifikuju kao homogene mešavine. Reološki gledano (prema zakonu promene tangencijalnog napona i deformacija) ovakve mešavine se ponašaju kao plastično-viskozne materije, pa se često klasifikuju i kao strukturni fluidi (strukturne tečnosti i strukturni gasovi).

Hidraulički transport materijala se obavlja kako u vidu homogenih mešavina (strukturnih tečnosti), tako i u vidu nehomogenih mešavina. Treći način hidrauličkog transporta je u obliku nehomogenih mešavina, u kojima se, umesto vode, koristi strukturna tečnost, koja ima veću gustinu.

Leteći pneumatički transport odvija se u obliku nehomogenih mešavina.



Slika 9.

Sila Z_{ps} , koja deluje vertikalno naviše, zove se **statička potisna sila**, ili **Arhimedova potisna sila**.

Sila zemljine teže koja deluje na čvrstu česticu materijala - sila težine čvrste čestice, usmerena je vertikalno naniže i njena veličina se može izračunati korišćenjem formule:

$$\vec{G}_\epsilon = -\rho_m g V_\epsilon \vec{k}, \quad (4.2)$$

gde je: ρ_m – gustina čvrste čestice materijala.

Da bi čvrsta čestica materijala lebdela u mirnom fluidu, sila težine mora biti uravnotežena statičkom silom potiska ($\vec{G}_\epsilon + \vec{Z}_{ps} = 0$), što prema jednačinama (4.1) i (4.2) dovodi do uslova $\rho_m = \rho_v$ (da je grafitna gustina čestice materijala jednaka gustini fluida).

Za $\rho_m > \rho_v$, što je uobičajno, ne samo za vazduh, već i vodu, čestice materijala padaju (talože se) u, globalno gledanom, mirnom fluidu. Gledano u odnosu na čvrstu česticu koja pada, fluid struji oko nje (relativno strujanje oko čvrste čestice), pa se javljaju i druge sile dejstva fluida na čvrstu česticu.

Odnos težine čvrste čestice materijala prema veličini statičke potisne sile, koja na nju deluje, jednak je odnosu gustine čvrste čestice materijala prema gustini fluida ($G_\epsilon / Z_{ps} = \rho_m / \rho_v$). Za vazduh ($\rho_v = 1,2 \text{ kg/m}^3$, u normalnim atmosferskim uslovima) i materijale koji se pneumatski transportuju (na primer: $\rho_m = 1260 \div 1400 \text{ kg/m}^3$, za pšenicu, $\rho_m = 1600 \div 1800 \text{ kg/m}^3$, za šećer, $\rho_m = 3000 \div 3200 \text{ kg/m}^3$, za cement) ovaj odnos je veći od 1000, pa se u teoriji pneumatičkog transporta materijala, statička potisna sila može zanemariti, u odnosu na težinu čvrstih čestica transportovanog materijala. Za razliku od ovoga, uticaj statičke potisne sile kod hidrauličkog transporta materijala nije zanemarljiv, a sigurno je, da uticaj ove sile (koja teži da podigne čestice transportovanog materijala) ide u korist hidrauličkog transporta.

Iz metodološkog razloga, ali i zbog isticanja nekih bitnih razlika u uslovima pneumatičkog i hidrauličkog transporta materijala u daljem izlaganju ne zanemarujemo uticaj statičke potisne sile.

U slučaju, da gledano u odnosu na čvrstu česticu, fluid struji oko čvrste čestice, bilo što čvrsta čestica pada u, globalno gledanom, mirnom fluidu, bilo što je struja fluida sa sobom nosi, pritisak fluida na površini čvrste čestice (p) razlikuje se od pritiska u mirnom fluidu (p_s), a osim silom pritiska (\vec{P}), fluid na čvrstu česticu deluje i silom trenja (\vec{T}).

Pišući $p = (p - p_s) + p_s$, formula za izračunavanje sile pritiska kojom fluid deluje na čvrstu česticu, oko koje struji, dobija oblik:

$$\vec{P} = -\oint_{A_c} p d\vec{A}_c = -\oint_{A_c} (p - p_s) d\vec{A}_c - \oint_{A_c} p_s d\vec{A}_c$$

odnosno,

$$\vec{P} = \vec{P}_{sf} + \vec{Z}_{ps}, \quad (4.3)$$

gde su:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{sf} &= -\oint_{A_c} (p - p_s) d\vec{A}_c \\ \vec{Z}_{ps} &= -\oint_{A_c} p_s d\vec{A}_c = \rho_v g V_C \vec{k} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Sila \vec{P}_{sf} je komponenta sile pritiska izazvana relativnim strujanjem fluida oko čvrste čestice, a \vec{Z}_{ps} je, ranije već definisana, kao statička potisna sila.

Kao posledica relativnog strujanja oko čvrste čestice, fluid na čvrstu česticu deluje i silom tranja:

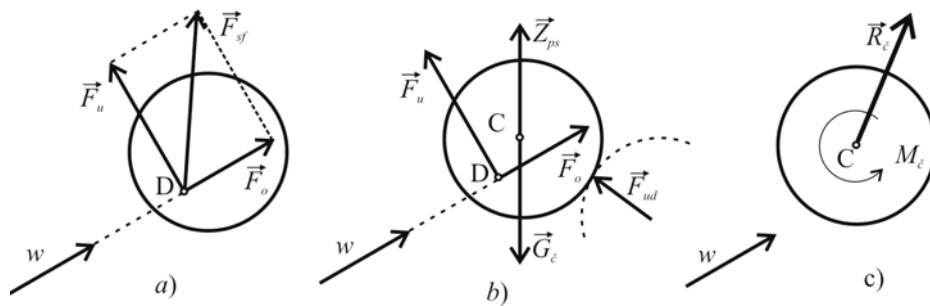
$$\vec{T} = \oint_{A_c} \vec{\tau} dA_c, \quad (4.5)$$

gde je: $\vec{\tau}$ – vektor tangencijalnog napona trenja fluida na elementarnoj površini (dA_i) čvrste čestice.

Sila

$$\vec{F}_{sf} = \vec{P}_{sf} + \vec{T}, \quad (4.6)$$

je ukupna sila dejstva relativnog strujanja na opticanu čvrstu česticu i ova sila se može rastaviti na dve komponente, jednu u pravcu relativnog strujanja fluida, tzv. **sila reakcije otpora čvrste čestice**³ - \vec{F}_o i drugu, normalnu na pravac relativnog strujanja, koja se zove **sila uzgona** - \vec{F}_u , (sl.10 a).



Slika 10.

Prema napred rečenom, na čvrstu česticu, koju opstrujava fluid, deluju statička potisna sila \vec{Z}_{ps} , sila reakcije otpora čvrste čestice \vec{F}_o i sila uzgona \vec{F}_u , a ovim silama se pridružuje težina

³ *Suprotnosmerna sila istog intenziteta je sila otpora kretanju čvrste čestice u smeru suprotnom od smera brzine kojom fluid dotiče čestici, ili sila otpora strujanju fluida oko čvrste čestice.*

Sile reakcije otpora čvrste čestice strujanju fluida je sila kojom fluid nosi čvrstu česticu.

čestice \vec{G}_ϵ , a u slučaju sudara sa drugom česticom ili zidom cevovoda, na česticu deluje i relativna sila udara \vec{F}_{ud} , kao što je na sl.10.b prikazano. Redukujući sve ove sile na težište čvrste čestice, kao rezultat se dobija **rezultujuća sila** - \vec{R}_ϵ ,

$$\vec{R}_\epsilon = \vec{Z}_{ps} + \vec{F}_o + \vec{F}_u + \vec{G}_\epsilon + \vec{F}_{ud} \quad (4.7)$$

i **rezultujući moment** \vec{M}_ϵ (sl.10 c).

Rezultujuća sila \vec{R}_ϵ izaziva translatorno kretanje čvrste čestice, a rezultujući moment \vec{M}_ϵ izaziva obrtanje (rotaciju) čvrstog čestice, oko ose koja prolazi kroz njeno težište.

Turbulentno strujanje fluida se proučava kao kompleks dva strujanja, od kojih je jedno **primarno** - vremenski osrednjeno (\bar{p}, \bar{w}), a drugo **sekundarno** - fluktuacijsko (p', w'). Prema ovome trenutni pritisak (p) i brzina (w), u posmatranoj tački strujnog prostora, jednaki su zbiru pritiska, odnosno brzina, u primarnom i sekundarnom turbulentnom stanju:

$$p = \bar{p} + p', \quad w = \bar{w} + w'$$

Po analogiji sa načinom posmatranja turbulentnog strujanja, odnosno prema karakteristikama turbulentnog strujanja, ukupna sila kojom turbulentna struja fluida deluje na opstrujavanu čvrstu česticu može se posmatrati kao zbir sila dejstva primarnog i sekundarnog turbulentnog toka.

Tako se za reaktivnu silu otpora čvrste čestice (\vec{F}_o) i uzgonsku silu (\vec{F}_u) može pisati:

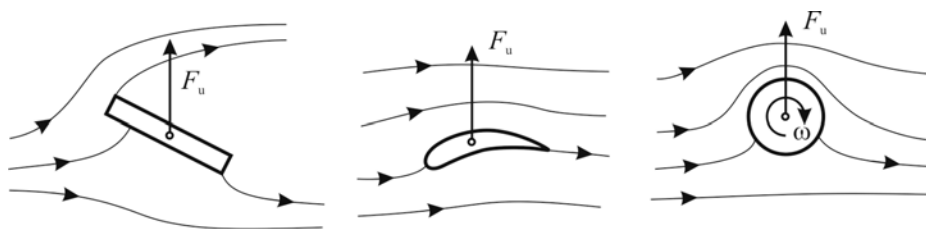
$$\vec{F}_o = \vec{\bar{F}}_o + \vec{F}'_o, \quad \vec{F}_u = \vec{\bar{F}}_u + \vec{F}'_u \quad (4.8)$$

gde su: $\vec{\bar{F}}_o, \vec{F}'_o$ – sile dejstva primarnog turbulentnog toka fluida,

$\vec{\bar{F}}_u, \vec{F}'_u$ – sile dejstva sekundarnog turbulentnog toka fluida.

Reaktivna sila otpora čvrstih čestica uzrok je kretanja čestica materijala duž cevovoda, a uzgonska sila kako od primarnog tako i od fluktuirajućeg turbulentnog strujanja, uzrok je da se, pri cevnom transportu materijala strujom fluida čestice materijala ne talože po dnu horizontalnog cevovoda, već se prividno nalaze stalno u letećem stanju.

Sila uzgona je posledica nesimetričnog rasporeda pritiska po površini optičane čvrste čestice, do kojeg dolazi, bilo zbog oblika čvrste čestice, bilo zbog rotacije čvrste čestice pri kretanju (**efekat Magnusa** – uzgonska sila kao posledica rotacije čvrste čestice).



Slika 11. Sila uzgona

Pod dejstvom uzgonskih sila primarnog (vremenski osrednjelog) turbulentnog strujanja fluida, čvrste čestice transportovanog materijala bi se skokovito kretale kroz cevovod, ali kako na

čestice transportovanog materijala deluju i uzgonske sile sekundarnog (fluktacijskog) turbulentnog strujanja (fluktuacijske uzgonske sile), čvrste čestice materijala se rasejavaju po celom poprečnom preseku cevovoda, pa se stiče utisak da čvrste čestice neprekidno lete duž cevovoda, gonjene reaktivnim silama otpora čestica. Zbog ovoga se ovakav transport materijala gasnom strujom i zove leteći pneumatički transport.

Uzgonskim silama fluktacijskog dela turbulentnog toka fluida objašnjava se podizanje čvrstih čestica palih na dno horizontalnog cevovoda, a česticama zrnastog oblika, ovom podizanju pomaže i povećana sila uzgona primarnog turbulentnog toka, izazvana Magnusovim efektom (jer se na dno horizontalnog cevovoda pale zrnaste čestice kreću kotrljanjem). Podizanje čvrstih čestica sa dna horizontalnog cevovoda hidrauličkog transporta materijala olakšano je i dejstvom statičke potisne sile, koja kod ovog transporta nije zanemarljivo mala.

Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u pravcu cevovoda transporta strujom fluida vrši se, kako je već rečeno, pod dejstvom sile reakcije otpora čvrstih čestica materijala F_o . Za izračunavanje ove sile koristi se formula oblika:

$$F_o = \xi A_n \rho_v \frac{w^2}{2} = \xi A_n \rho_v \frac{(c-v)^2}{2}, \quad (4.9)$$

gde su:

ξ – koeficijent otpora čvrste čestice,

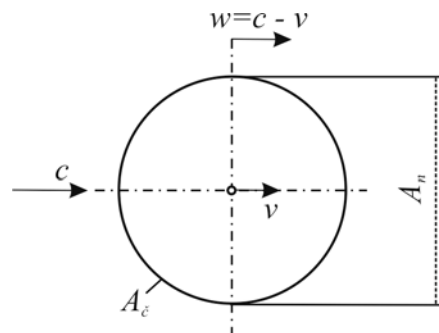
A_n – aerodinamički presek čvrste čestice - površina projekcije čvrste čestice na ravan normalnu na pravac strujanja fluida,

ρ_v – gustina fluida,

w – relativna brzina fluida, u odnosu na čvrstu česticu, $w = c - v$,

c – apsolutna brzina strujanja fluida u cevovodu,

v – apsolutna brzina kretanja čvrste čestice materijala duž cevovoda.



Slika 12.

Koeficijent otpora čvrste čestice (ξ) zavisi od oblika čvrste čestice, režima strujanja fluida oko nje, stepena turbulentnosti fluidne struje i od zapreminske koncentracije čvrstih čestica transportovanog materijala u mešavini sa transportnim fluidom.

Režim strujanja fluida oko čvrste čestice ocenjuje se prema veličini Rejnoldsovog broja

$$R_e = \frac{w \cdot e}{\nu_v} = \frac{(c-v)e}{\nu_v}, \quad (4.10)$$

gde je:

e – karakteristična dužinska dimenzija čvrste čestice,

ν_v – kinematička viskoznost fluida ($\nu_v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ - za vodu ($t=20^\circ\text{C}$), $\nu_v = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ - za vazduh u normalnim uslovima ($p=101,3 \text{ kPa}$, $t=20^\circ\text{C}$)).

Zbog uticaja stepena turbulentnosti, koeficijent otpora čvrste čestice, za isto telo i za isti Rejnoldsov broj, nije isti za kretanje čvrste čestice u mirnom fluidu i u struji fluida. Veličina koeficijenta otpora čvrste čestice opada sa povećanjem stepena turbulentnosti i prema ovome, najveća je u mirnom fluidu (kada nema turbulencije).

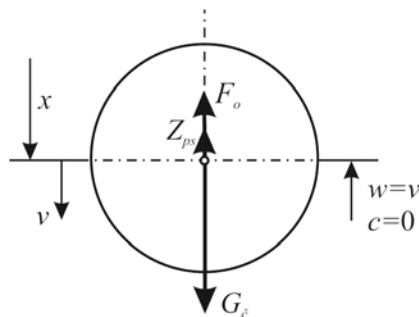
Kada se radi o kretanju čvrstih čestica u mešavini sa fluidom, koeficijent otpora čvrste čestice zavisi i od zapreminske koncentracije čvrstih čestica. Zbog odlepljivanja graničnog sloja, iza optičanih čvrstih čestica se obrazuju vrtložni tragovi, koji, kao i povećanje stepena turbulencije, smanjuju veličinu koeficijenta otpora čvrstih čestica koje se kreću u oblastima vrtložnih tragova. Povećavanjem zapreminske koncentracije čvrstih čestica povećava se i oblast vrtložnih tragova, što, zbirno gledano, smanjuje veličinu koeficijenta otpora čvrste čestice.

4.2 KRETANJE ČESTICE MATERIJALA U MIRNOM FLUIDU I U STRUJI FLUIDA

Razmatra se kretanje **usamljene čvrste čestice materijala**, ili kretanje **čvrste čestice materijala u mešavini izuzetno male zapreminske koncentracije materijala** (zapreminske koncentracije manje od 1%), kada se sudari čestica materijala mogu zanemariti, a mogu se zanemariti i uticaji vrtložnih tragova iza drugih čestica materijala na kretanje posmatrane čestice materijala.

Matematičko opisivanje kretanja čvrste čestice materijala u mirnom fluidu ili u struji fluida vrši se uz velika uprošćenja: **zanemaruju se sva dejstva poprečna na osnovni pravac strujanja, ili se pretpostavlja ravnoteža ovih dejstava**, pa saglasno ovome sledi da se čvrsta čestica kreće pravolinijski.

4.2.1 KRETANJE ČVRSTE ČESTICE MATERIJALA U MIRNOM FLUIDU. BRZINA TALOŽENJA U FLUIDU



Slika 13.

Pod dejstvom sopstvene težine (G_ϵ) čvrsta čestica materijala pada u mirnom fluidu. Zanemarujući dejstvo uzgonske sile (normalne na pravac padanja čestice), čestica pada vertikalno naniže, a ovom kretanju se suprotstavlja statička potisna sila (Z_{ps}) i sila otpora kretanja čestice (F_o). Ako je v brzina padanja čestice, diferencijalna jednačina njenog kretanja ima oblik:

$$m_\epsilon \frac{dv}{dt} = G_\epsilon - Z_{ps} - F_o, \quad (4.11)$$

gde je: m_ϵ – masa čvrste čestice transportovanog materijala ($m_\epsilon = \rho_m \cdot V_\epsilon$; ρ_m , V_ϵ – gustina i zapremina čvrste čestice).

Kako je:

$$m_{\check{c}} = \frac{G_{\check{c}}}{g} \quad \text{i} \quad Z_{ps} = \rho_v \cdot g \cdot V_{\check{c}} \Rightarrow Z_{ps} = \frac{\rho_v}{\rho_m} G_{\check{c}}$$

diferencijalna jednačina kretanja čvrste čestice (4.11), svodi se na oblik:

$$\frac{dv}{dt} = g \left[\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) - \frac{F_o}{G_{\check{c}}} \right], \quad (4.11')$$

koji, na osnovu pretpostavke da čvrsta čestica pada, ima smisla samo za $\rho_m > \rho_v$.

Kako je relativna brzina vazduha u odnosu na čvrstu česticu (w) po intenzitetu jednaka apsolutnoj brzini kretanja čvrste čestice ($w=v$), sila otpora kretanja čvrste čestice se, prema formuli (4.9), može izraziti u obliku:

$$F_o = \xi \rho_v A_n \cdot \frac{v^2}{2},$$

pa se jednačina (4.11') svodi na:

$$\frac{dv}{dt} = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \cdot \left[1 - \frac{\xi \cdot A_n \cdot \rho_v}{[1 - (\rho_v/\rho_m)] G_{\check{c}}} \cdot \frac{v^2}{2} \right], \quad \text{za} \quad \frac{\rho_v}{\rho_m} < 1. \quad (4.12)$$

Prema jednačini (4.12) sledi da, za $\rho_m > \rho_v$, čestica materijala počinje da pada sa najvećim ubrzanjem,

$$\max \left(\frac{dv}{dt} \right) = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right), \quad \text{za} \quad t = 0, v = 0$$

i da sa povećanjem brzine čvrste čestice njeno ubrzanje opada (jer sila otpora raste sa povećanjem brzine padanja). U slučaju da ubrzanje potpuno iščezne ($dv/dt=0$), čvrsta čestica bi nastavila da pada jednolikom brzinom $v=v_p=const$.

Jednolika brzina koju bi čvrsta čestica dostigla pri padanju u mirnom fluidu ($v=v_p=const$) zove se **brzina taloženja čestica materijala u fluidu** (u vodi, u vazduhu), ili kraće, samo **brzina taloženja u fluidu**.

Prema jednačini (4.12), za $dv/dt=0$, $v=v_p$ (jednoliko padanje čvrste čestice), brzina taloženja u fluidu može se izražunavati korišćenjem formule:

$$v_p = \sqrt{\frac{2[1 - (\rho_v/\rho_m)]G_{\check{c}}}{\xi \cdot A_n \cdot \rho_v}} = \sqrt{\frac{2g(\rho_m - \rho_v)V_{\check{c}}}{\xi \cdot A_n \cdot \rho_v}}, \quad (\rho_m > \rho_v) \quad (4.13)$$

gde je:

$V_{\check{c}}$ – zapremina čestice materijala,

A_n – površina projekcije čvrste čestice materijala na horizontalnu ravan (ravan normalnu na pravac padanja čestice).

Za taloženje u vazduhu, gde je $\rho_v/\rho_m < 0,001$, formula (4.13) može, sa zanemarljivo malom greškom, da se piše i u obliku:

$$v_p = \sqrt{\frac{2G_\xi}{\xi A_n \rho_v}} = \sqrt{\frac{2g \rho_m V_\xi}{\xi A_n \rho_v}}, \quad \text{u vazduhu.} \quad (4.13')$$

Do jednačine (4.13') došlo bi se uz zanemarivanje uticaja statičke potisne sile na padanje čvrste čestice u mirnom vazduhu.

S obzirom na izraz (4.13), diferencijalna jednačina (4.12), može da se napiše u obliku:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \left[1 - \frac{v^2}{v_p^2} \right], \quad \text{za } \rho_m > \rho_v. \quad (4.14)$$

Kako je:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dx},$$

uz početni uslov $v=0$, za $x=0$, integral napred date diferencijalne jednačine glasi:

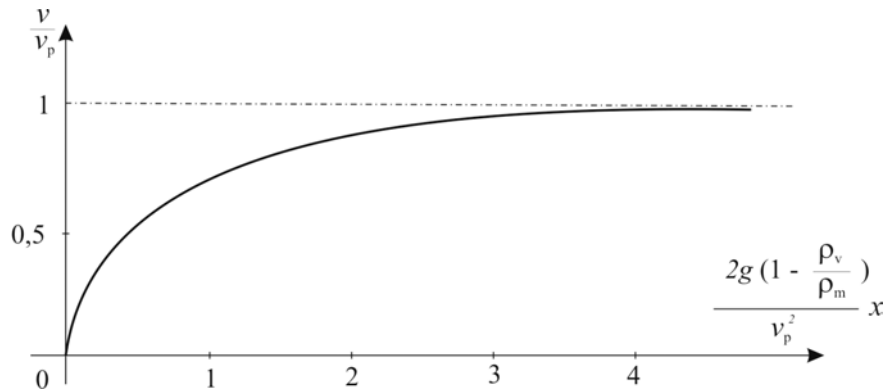
$$x = \frac{v_p^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right)} \ln \frac{1}{1 - \left(\frac{v}{v_p} \right)^2}, \quad (4.15)$$

odnosno,

$$\frac{v}{v_p} = \sqrt{1 - \frac{1}{\exp \left[\frac{2g \left[1 - \left(\frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \right] \cdot x}{v_p^2} \right]}}, \quad (4.15')$$

gde je $v=v(x)$.

Jednačina (4.15), odnosno (4.15'), daje funkcionalnu zavisnost između brzine i pređenog puta čvrste čestice. Za $v=v_p$, prema jednačini (4.15), je $x=\infty$, što znači da čvrsta čestica pri padanju (taloženju) ne dostiže jednoliku brzinu padanja, već, kako je na sl.14 prikazano, asimptotski teži ovoj brzini.



Slika 14.

U slučaju padanja čvrste čestice u mirnom vazduhu (kada je obično $\rho_v/\rho_m < 0,001$), u izrazima (4.15) i (4.15') se može zanemariti veličina ρ_v/ρ_m ($\rho_v/\rho_m = 0$).

Za čvrste čestice u obliku **kuglica**, koeficijent sile otpora kretanju u mirnom fluidu zavisi od Rejnoldsovog broja (Re) i prema opitima je:

$$\xi = \frac{24}{Re}, \quad \text{za } Re \leq 0,2 \text{ (Stocks)}, \quad \xi = \frac{18,5}{Re}, \quad \text{za } 0,2 < Re \leq 500,$$

$$\xi = 0,44, \quad \text{za } Re > 500$$

gde je $Re = v_p \cdot d / \nu_v$ (d – prečnik kuglice, ν_v – kinematička viskoznost fluida u kojem kuglica pada).

Napred date formule, za koeficijente otpora čvrstih čestica u obliku kuglica, mogu se izraziti opštom formulom:

$$\xi = \frac{N}{Re^n} = \frac{N v_v^n}{d^n v_p^n}, \quad (4.16)$$

gde je: $N=24, \quad n=1, \quad \text{za } Re \leq 0,2,$
 $N=18,5, \quad n=0,6, \quad \text{za } 0,2 < Re \leq 500 \quad \text{i}$
 $N=0,44, \quad n=0, \quad \text{za } Re > 500.$

Za kuglicu, prečnika d , je $V_c = \pi d^3 / 6$ i $A_n = \pi d^2 / 4$, pa se formula (4.13) svodi na oblik:

$$v_p = \sqrt{\frac{4}{3} \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} - 1 \right) \frac{g d}{\xi}}. \quad (4.17)$$

Zamenjujući ξ formulom (4.16), napred data jednačina se, posle sređivanja, svodi na oblik:

$$v_p = \left[\frac{4}{3} \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} - 1 \right) \frac{g d^{1+n}}{N v_v^n} \right]^{\frac{1}{2-n}}, \quad (4.18)$$

odnosno, oblike:

$$v_p = \frac{g}{18 \nu_v} \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} - 1 \right) d^2 \quad \text{za } Re \leq 0,2, \quad (4.18')$$

$$v_p = \left[\frac{0,072}{\nu_v^{0,6}} g \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} - 1 \right) \cdot d^{1,6} \right]^{0,714} \quad \text{za } 0,2 < Re \leq 500, \quad (4.18'')$$

$$v_p = \sqrt{3,03 g \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} - 1 \right) \cdot d} \quad \text{za } Re \geq 500. \quad (4.18''')$$

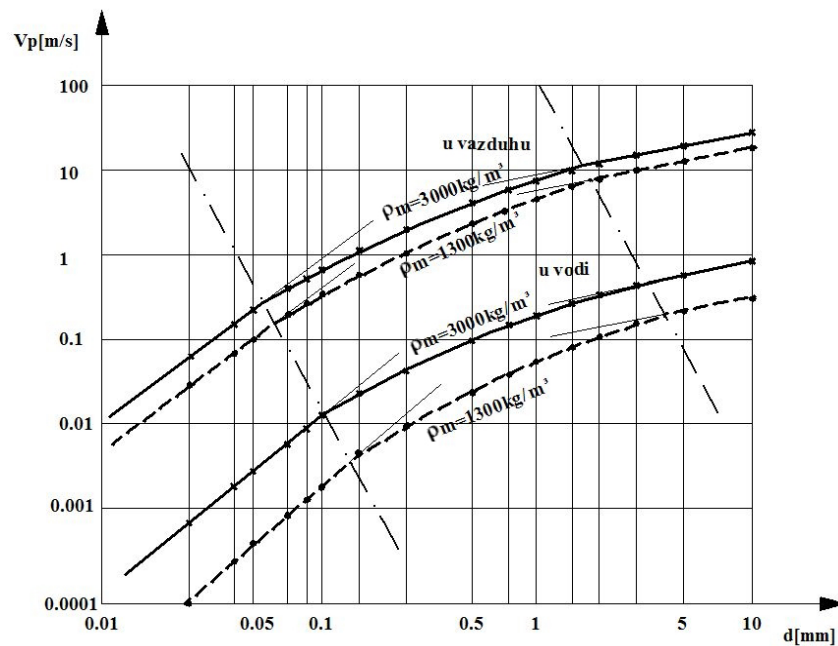
Ako kuglice čvrstog materijala padaju u mirnom gasu, kada je obično $\rho_m / \rho_v > 1000$, član $(\rho_m / \rho_v - 1)$, koji figuriše u napred datim jednačinama, može se, sa zanemarljivom greškom, zameniti samo sa ρ_m / ρ_v .

U normalnim atmosferskim uslovima ($p_o = 101,3$ kPa, $t_o = 20$ °C) je:

- $\rho_v = 1000$ kg/m³; $\nu_v = 10^{-6}$ m²/s, za čistu vodu:
- $\rho_v = 1,2$ kg/m³; $\nu_v = 15 \cdot 10^{-6}$ m²/s, za vazduh,

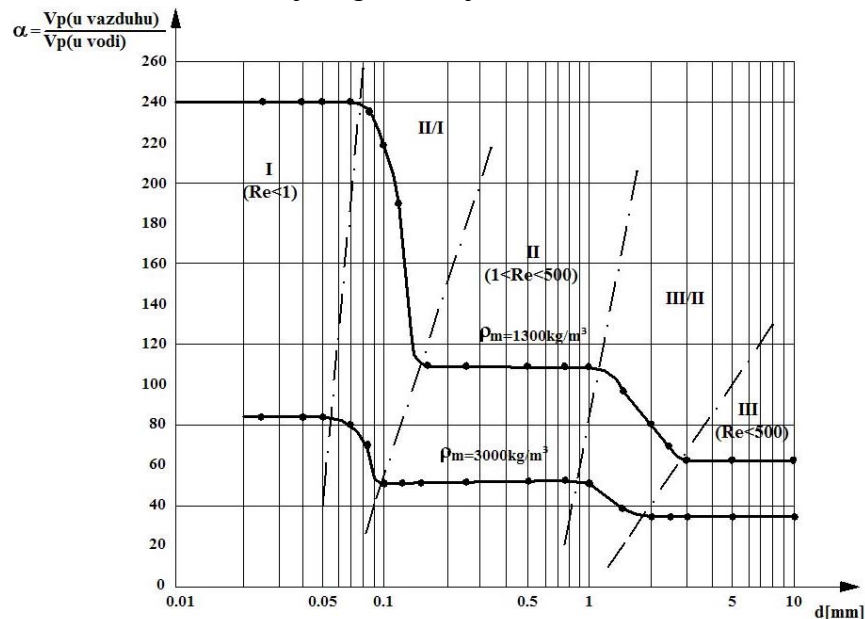
pa se, korišćenjem formula (4.18')÷(4.18'''), može pokazati, upoređujući brzine taloženja u vodi i vazduhu, da je brzina taloženja čvrstih čestica u obliku kuglica više desetina, pa i nekoliko stotina puta veća u vazduhu, zavisno od njihove veličine i gustine.

Kao ilustracija ovoga, na sl.15 dat je grafik funkcije $v_p(d)$, za taloženje čvrstih čestica u vodi i vazduhu, kuglica gustine $\rho_m = 1300 \text{ kg/m}^3$ i 3000 kg/m^3 , a na sl.16. dat je grafik odnosa ovih brzina $\alpha(d)$, gde je $\alpha = v_p(\text{u vazduhu}) / v_p(\text{u vodi})$.



Slika 15.

Prema sl.15. može se zaključiti da sa povećanjem prečnika kuglice raste njena brzina taloženja. Ovaj zaključak se može uopštiti i na čvrste čestice drugog oblika; sa povećanjem dimenzije čvrste čestice raste brzina njenog taloženja.



Slika 16.

- I - strujanje oko kuglica je laminarno ($Re < 1$) i u vodi i u vazduhu
- II/I – strujanje oko kuglica je u prelaznoj oblasti ($1 < Re \leq 500$) u vazduhu, a u vodi je laminarno ($Re < 1$),
- II - strujanje oko kuglica je u prelaznoj oblasti ($1 < Re \leq 500$) i u vodi i u vazduhu
- III/II - strujanje oko kuglica je turbulentno u vazduhu ($Re > 500$), a u vodi je u prelaznoj oblasti
- III - strujanje kuglica je turbulentno ($Re > 500$) i u vazduhu i u vodi

Prema sl.16 može se zaključiti da je razlika brzina taloženja kuglica u vodi i vazduhu najveća u režimima njihovog laminarnog opstrujavanja ($Re \leq 1$), a najmanja u režimima turbulentnog opstrujavanja ($Re > 500$). Drugi zaključak je da se ova razlika brzina smanjuje sa povećanjem gustine kuglica.

Formula (4.17), za određivanje brzine taloženja čvrstih čestica u obliku kuglica, može se primeniti i za čvrste čestice koje nisu kuglasog oblika, ali nisu ni u formi pločica ili iglica. U ovakvim slučajevima se za prečnik d uzima prečnik ekvivalentne kuglice, čija je zapremina jednaka zapremini čvrste čestice za koju se proračunava brzina taloženja:

$$d = d_e = \sqrt[3]{6V_c / \pi} ,$$

a koeficijent ξ , koji figuriše u formuli (4.17), određuje se sledećim empirijskim formulama [3] :

- za laminarno opticanje ($Re = v_p d_e / \nu_v \leq 0.2$):

$$\xi = \frac{\psi}{Re} , \quad \text{gde je } \psi = \frac{24}{0,366 \ln(\varphi / 0,065)} ,$$

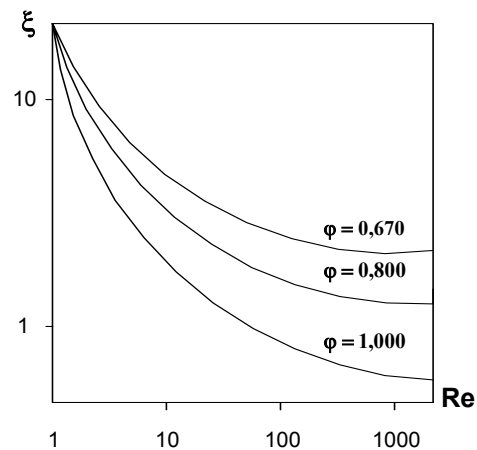
- za opticanje u oblasti koja je između laminarnog i izraženo turbulentnog opticanja ($Re = 0,2 \div 500$), koeficijent sile otpora (ξ) određuje se prema dijagramu datom na sl.17,

- za izraženo turbulentno opticanje ($Re > 500$):

$$\xi = 5,32 - 4,88 \varphi ,$$

gde je φ – koeficijent sferičnosti:

$$\varphi = \frac{\text{površina kuglice iste zapremine kao i čestica}}{\text{stvarna površina čestice}}$$



Slika 17.

Koeficijenti sferičnosti (φ) za neke jednostavnije oblike čestica dati su u sledećoj tabeli:

TABELA VI

oblik čestice	φ (koeficijent sferičnosti)
kugla	1
kocka	0,806
kvadar	
$a \times a \times 2a$	0,767
$a \times 2a \times 2a$	0,761
$a \times 2a \times 3a$	0,725
valjak	
$h = r / 3$	0,594
$h = r$	0,826
$h = 3 r$	0,850

Svođenje čvrste čestice na ekvivalentnu kuglicu uz napred date preporuke za određivanje njenog koeficijenta otpora, omogućavaju proračun brzine taloženja sa greškom od $\pm 10\%$. Istaknimo, još jednom, da čvrste čestice u obliku pločica ili iglica ne mogu da se svode na ekvivalentnu kuglicu.

Za čvrste čestice u obliku pločica ili iglica koeficijent sile otpora (ξ) ne zavisi od Rejnoldsovog broja i brzina taloženja se određuje korišćenjem izraza (4.13), u kome je $\xi=const.$, koji zavisi od oblika i dimenzija čvrste čestice.

Brzina taloženja (v_p) je, kako je na sl.14 ilustrovano, granična brzina kojoj čvrsta čestica, koja pada u mirnom fluidu, asimptotski teži. Pri dostizanju 99% ove brzine može se smatrati da je, praktično, kretanje čestice jednoliko.

Ako se u jednačini (4.15) zameni $v/v_p=0,99$ i ova sredi, dobija se sledeća formula za izračunavanje dužine puta kada kretanje čvrste čestice praktično postaje jednoliko:

$$x_k = x(0,99v_p) = \frac{1,96v_p^2}{g(1 - \rho_v/\rho_m)} \quad (4.19)$$

Razmotrimo ovo na primeru padanja čvrstih čestica u obliku kuglica.

S obzirom na formule (4.18') i (4.18''), za dva karakteristična režima opstrujavanja kuglica pri padanju (laminarno i izraženo turbulentno strujanje), napred dat izraz, za x_k , svodi se na oblike:

- za laminarno opstrujavanje kuglica ($Re < 1$):

$$x_k = \frac{6,05 \cdot 10^{-3} g}{v_v^2} \left(\frac{\rho_m}{\rho_v} \right)^2 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) d^4,$$

- za izraženo turbulentno opstrujavanje ($Re > 500$):

$$x_k = 6,94 \frac{\rho_m}{\rho_v} d.$$

U normalnim atmosferskim uslovima je: $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ i $v_v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, za čistu vodu, i $\rho_v = 1,2 \text{ kg/m}^3$ $v_v = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, za vazduh, pa, korišćenjem napred datih izraza za x_k , nije teško doći do sledećih zaključaka:

- ⇒ Putanje x_k u vazduhu su mnogo puta veće od putanja x_k u vodi. Pri turbulentnom opstrujavanju kuglica pri padanju (do kojeg dolazi kod kuglica $d \geq 1\text{mm}$) odnos ovih putanja je 833. Kod laminarnog opstrujavanja kuglica pri padanju (do kojeg dolazi kod kuglica prečnika $d < 0,1\text{mm}$) odnos ovih putanja je još veći i kreće se od nekoliko stotina hiljada pa do nekoliko stotina miliona, zavisno od prečnika i gustine materijala kuglica (veće vrednosti odgovaraju manjim prečnicima i manjim gustinama materijala kuglica).
- ⇒ Putanje x_k u vodi su kratke, a kod laminarnog opstrujavanja su i zanemarljivo male. Kod turbulentnog opstrujavanja njihova relativna dužina x_k/d kreće se od 6,5 (za $\rho_m = 1100 \text{ kg/m}^3$) do oko 45, za gvozdene kuglice ($\rho_m = 7800 \text{ kg/m}^3$).

Napred dati zaključci za čvrste čestice u obliku kuglica mogu se, principijelno, uopštiti i na čvrste čestice drugačijeg oblika.

4.2.2 LEBDENJE ČVRSTE ČESTICE MATERIJALA U VERTIKALNOJ STRUJI FLUIDA. “BRZINA LEBDENJA”

Brzinom lebdenja (c_o) se, uslovno, zove brzina strujanja fluida, koja dovodi u lebdeće stanje čvrstu česticu materijala ($v=0$) u vertikalnoj struji fluida⁴.

Govori se, naravno, o čvrstim česticama materijala, čija je gustina veća od gustine fluida ($\rho_m > \rho_v$), jer bi se u suprotnom, pod dejstvom statičke potisne sile, čvrsta čestica kretala naviše i u mirnom fluidu (što se, praktično, može desiti samo u tečnostima).

Ravnoteža sila koje deluju na čvrstu česticu koja lebdi u vertikalnoj struji fluida opisuje se matematički jednačinom:

$$G_{\xi} = F_o + Z_{ps}, \quad (4.20)$$

pri čemu je:

$$F_o = \xi A_n \rho_v \frac{c_o^2}{2}, \quad (4.21)$$

Kako je: $G_{\xi} = g\rho_m V_{\xi}$ i $Z_{ps} = \rho_v g V_{\xi} = \frac{\rho_v}{\rho_m} G_{\xi}$,

prema jednačini ravnoteže sila (4.20), $G_{\xi} = \frac{\rho_v}{\rho_m} V_{\xi} + \xi A_n \rho_v \frac{c_o^2}{2}$,

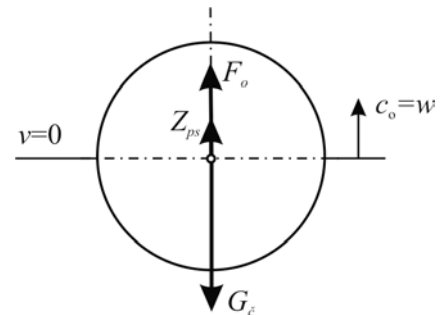
dobija se sledeća formula za izračunavanje brzine lebdenja:

$$c_o = \sqrt{\frac{2[1 - (\rho_v/\rho_m)]G_{\xi}}{\xi \cdot A_n \rho_v}} = \sqrt{\frac{2g(\rho_m - \rho_v)v_{\xi}}{\xi \cdot A_n \rho_v}} \quad (4.22)$$

Upoređujući izraze (4.22) i (4.13) može se, na prvi pogled, zaključiti da je brzina lebdenja c_o (kako se, uslovno, naziva brzina vertikalne struje fluida koja drži čvrstu česticu materijala u lebdećem stanju) jednaka brzini taloženja čvrstih čestica u mirnom fluidu (v_p). Ako se uzme u obzir da koeficijent sile otpora (ξ) zavisi od stepena turbulencije struje fluida, zaključak je da između ovih brzina postoji izvesna razlika. Kako sa povećanjem turbulencije koeficijent sile otpora opada, brzina lebdenja je, u principu, nešto veća od brzine taloženja u mirnom fluidu. U praksi se ova razlika brzina zanemaruje, pa se proračun brzine lebdenja vrši na isti način kao i za brzinu taloženja ($c_o = v_p$).

Za lebdenje u struji vazduha, kada je $\rho_v/\rho_m < 10^{-3}$, formula (4.22) može, sa zanemarljivo malom greškom, da se piše i u obliku:

$$c_o = \sqrt{\frac{2G_{\xi}}{\xi A_n \rho_v}} = \sqrt{\frac{2g \rho_m v_{\xi}}{\xi \cdot A_n \rho_v}} \quad \text{za vazduh.} \quad (4.22')$$



Slika 18.

⁴ Nelogično je govoriti o brzini lebdenja (kada nema kretanja), ali nije praktično koristiti i dugačak opisni naziv za ovu brzinu fluida (kao npr., brzina fluida koja čvrste čestice materijala drži u lebdećem stanju).

Brzina lebdenja za vazduh, odnosno brzina taloženja u vazduhu, za čvrste čestice nekih materijala, date su u tabeli VII.

TABELA VII

Materijal	d_e [mm]	ρ_m [kg/m ³]	$\rho_{n.m}$ [kg/m ³]	c_o, v_p [m/s] u vazduhu
Pšenica	4÷4,5	1320÷1450	760÷840	9÷11
Kukuruz	8÷8,5			12÷13,5
Ječam	3,5÷4,2	1230÷1300	650	8÷10
Raž	3÷3,5	1260÷1440	660÷790	8÷10
Pasulj		1300		17
Šećer, kristal				8,7÷13,5
Brašno, pšenično	0,2	1410	500÷600	1,2÷1,5
Ugalj, mleven	3÷10	1300÷1400		7,8
Ugljena prašina	0,07÷0,09	1300÷1400	650-780	0,15÷0,20
Pepeo	0,14	1800	760	0,36
Cement	0,06÷0,08	3200	960÷1200	0,2÷0,15
Sitan pesak	0,27	2650	1800	2,2
Grubi pesak	0,90	2650	1450÷1850	5,6
Kvarc	0,50÷0,75	2500	1800	2,8
Drvena piljevina	0,5÷0,8			1,5÷2

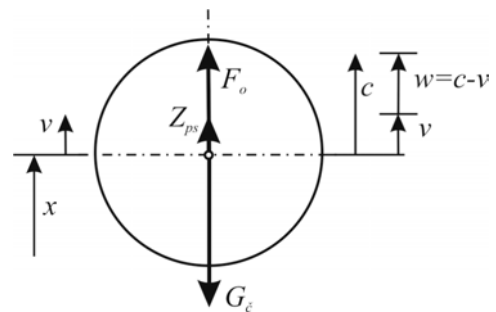
4.2.3 KRETANJE ČVRSTE ČESTICE MATERIJALA U VERTIKALNOJ STRUJI FLUIDA

U vertikalnoj struji fluida usmerenoj naviše, čvrsta čestica će padati ako je brzina fluida manja od brzine lebdenja ($c < c_o$). Ako je brzina strujanja fluida veća od brzine lebdenja ($c > c_o$), struja fluida će podizati čvrstu česticu i ova će se kretati naviše, brzinom manjom od brzine fluida.

Razmotrimo slučaj kada je brzina strujanja fluida veća od brzine lebdenja ($c > c_o$), pa fluid nosi čvrstu česticu naviše. U ovom slučaju reaktivna sila otpora čvrste čestice može da se izračuna korišćenjem formule:

$$F_o = \xi A_n \rho_v \frac{w^2}{2} = \xi A_n \rho_v \frac{(c-v)^2}{c_o^2}. \quad (4.23)$$

Kako je, prema jednačini (4.22), $\xi A_n \rho_v = 2 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \frac{G_c}{c_o^2}$



Slika 19.

formula za F_o može da se napiše i u obliku:

$$F_o = \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) G_{\xi} \frac{(c-v)^2}{c_o^2}, \quad (4.24)$$

Prema silama koje deluju na čvrstu česticu (sl.19), diferencijalna jednačina kretanja čvrste čestice ima oblik:

$$\frac{G_{\xi}}{g} \frac{dv}{dt} = F_o + Z_{ps} - G_{\xi}$$

odnosno,

$$\frac{dv}{dt} = g \left(\frac{F_o}{G_{\xi}} + \frac{Z_{ps}}{G_{\xi}} - 1 \right). \quad (4.25)$$

S obzirom da je $Z_{ps} = (\rho_v / \rho_m) \cdot G_{\xi}$ i izraza (4.24), diferencijalna jednačina kretanja čvrste čestice može da se svede na oblik:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \left[\left(\frac{c-v}{c_o}\right)^2 - 1 \right], \quad (4.25')$$

Prema jednačini (4.25') sleduje da se, pri $c > c_o$, čvrsta čestica ubrzano kreće naviše i to tako da sa povećanjem brzine njeno ubrzanje opada, da bi, u graničnom slučaju, njeno kretanje postalo jednoliko ($dv/dt = 0$), sa brzinom $v = v_k = \text{const.}$, pri čemu je:

$$v_k = c - c_o. \quad (4.26)$$

Kako je:
$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v$$

diferencijalna jednačina (4.25') može da se svede na oblik:

$$dx = \frac{1}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \left[\left(\frac{c-v}{c_o}\right)^2 - 1 \right]} v dv. \quad (4.27)$$

Uz granični uslov $v=0$ za $x=0$, integral diferencijalne jednačine (4.27) je:

$$x = \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[\ln \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)^2 - \left(\frac{c_o}{c}\right)^2}{1 - \left(\frac{c_o}{c}\right)^2} + \frac{c}{c_o} \ln \frac{1 - \left(\frac{c_o}{c}\right) \left(1 + \frac{c_o}{c} - \frac{V}{c}\right)}{\left(1 + \frac{c_o}{c}\right) \left(1 - \frac{c_o}{c} - \frac{V}{c}\right)} \right] \quad (4.27')$$

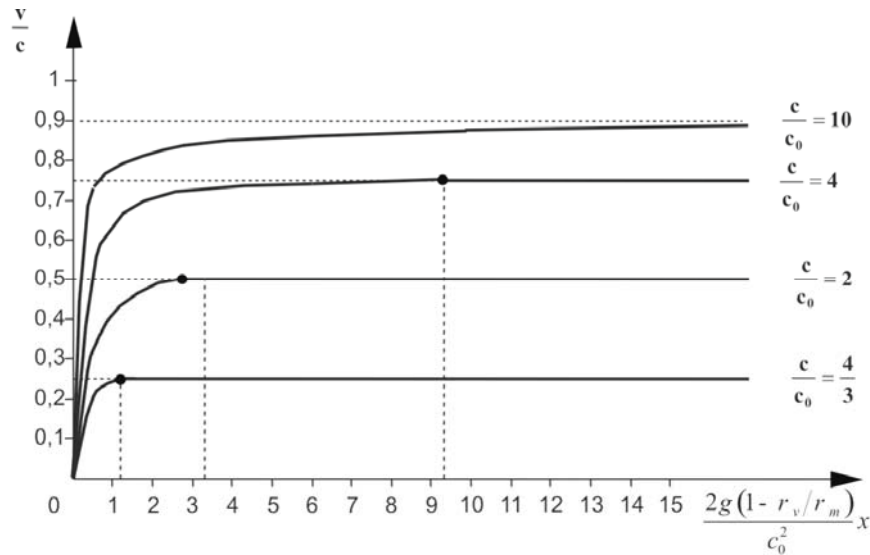
gde je $v = v(x)$.

Jednačina (4.27') daje zavisnost pređenog puta (x) od dostignute brzine kretanja čvrste čestice. Prema jednačini (4.27') je $x = \infty$, za $v = v_k = c - c_o$, što znači da čvrsta čestica ne dostiže brzinu koju bi imala pri jednolikom kretanju već se njena brzina asimptotski približava ovoj graničnoj brzini.

Na sl.20 prikazani su grafici funkcija

$$\frac{v}{c} = f \left(\frac{2g \left[1 - \left(\rho_v / \rho_m\right)\right] x}{c_o^2} \right),$$

koji odgovaraju jednačini (4.27'), za različite vrednosti odnosa c/c_o . Kružićima su označene tačke u kojima brzina čvrste čestice dostiže $0,99v_k$ ($v_k = c - c_o$). Po dostizanju ove brzine, može se smatrati da je kretanje čvrste čestice praktično jednoliko. Prema graficima na sl.20 može se zaključiti da dužina ubrzavajućeg puta, do 99% granične brzine, raste sa povećanjem odnosa brzina c/c_o .



Slika 20.

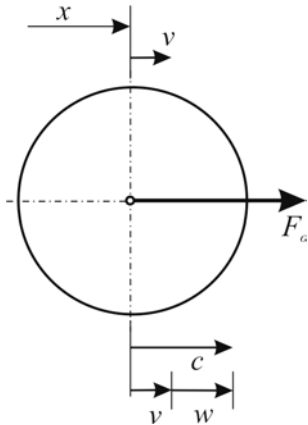
Označavajući sa x_k dužinu puta na kojem čvrsta čestica dostigne 99% granične brzine v_k ($x_k=x(v=0,99v_k)$), veza između dužine ovih puteva u vazduhu i u vodi opisuje se jednačinom:

$$\frac{x_k(u \text{ vazduhu})}{x_k(u \text{ vodi})} = \left(\frac{c_o(u \text{ vazduhu})}{c_o(u \text{ vodi})} \right)^2 \left(1 - \frac{1000}{\rho_m} \right).$$

Kako je brzina lebdenja za vazduh mnogo puta veća od brzine lebdenja za vodu, prema napred datom izrazu može se zaključiti da je i dužina puta x_k , takođe, mnogo puta veća u vazduhu. Na primeru kretanja čvrstih čestica u obliku kuglica, prema odnosu brzina lebdenja za vazduh i za vodu (koji je isti odnosu brzina taloženja u vazduhu i u vodi datom na sl.16) može se zaključiti da je putanja x_k u vazduhu, u poređenju sa putanjom x_k u vodi, veća za više desetina hiljada puta, kod kuglica prečnika $d < 0,1\text{mm}$, odnosno da je veća za više stotina puta, kod kuglica prečnika $d > 1\text{mm}$. Sa povećanjem gustina materijala kuglica povećava se razlika između x_k u vazduhu i x_k u vodi.

Na primeru čvrstih čestica u obliku kuglica može se pokazati da je put ubrzanog kretanja x_k u vodi zanemarljivo mali, za kuglice prečnika $d < 0,1\text{mm}$, a ovaj zaključak se može proširiti i na kuglice prečnika $d < 5\text{mm}$, u slučajevima kada je $c/c_o \leq 2$.

4.2.4 KRETANJE ČVRSTE ČESTICE MATERIJALA U HORIZONTALNOJ STRUJI FLUIDA



Slika 21.

Pretpostavljajući da su vertikalne sile koje deluju na čvrstu česticu materijala uravnotežene (da je zbir uzgonske sile i statičke potisne sile jednak težini čvrste čestice), čvrsta čestica se kreće horizontalno pod dejstvom reaktivne sile otpora. Diferencijalna jednačina njenog kretanja, u ovom slučaju, glasi:

$$\frac{G_{\xi}}{g} \frac{dv}{dt} = F_o, \quad \text{tj.} \quad \frac{dv}{dt} = g \frac{F_o}{G_{\xi}} \quad (4.28)$$

Sila reaktivnog otpora računa se po izrazu:

$$F_o = \xi A_n \rho_v \frac{w^2}{2} = \xi A_n \rho_v \frac{(c-v)^2}{2}$$

a, s obzirom na napred datu jednačinu (4.22),

$$\xi A_n \rho_v = 2 \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \frac{G_{\xi}}{c_o^2},$$

izraz za silu reaktivnog otpora može da se napiše i u obliku:

$$F_o = \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) G_{\xi} \frac{(c-v)^2}{c_o^2}.$$

Na osnovu prethodnog izraza za silu F_o , diferencijalna jednačina kretanja čvrste čestice u horizontalnoj struji fluida svodi se na oblik:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \frac{(c-v)^2}{c_o^2}, \quad (4.28')$$

Prema jednačini (4.28') kretanje čvrste čestice je ubrzano sve dok čestica ne dostigne brzinu strujanja fluida,

$$v = v_k = c, \quad (4.29)$$

kada kretanje čvrste čestice postaje jednoliko.

Kako je:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v$$

diferencijalna jednačina (4.28') može da se napiše i u obliku:

$$dx = \frac{c_o^2}{g [1 - (\rho_v/\rho_m)]} \frac{v dv}{(c-v)^2}. \quad (4.39)$$

Uz granični uslov $v=0$, za $x=0$, integral diferencijalne jednačine (4.39) je:

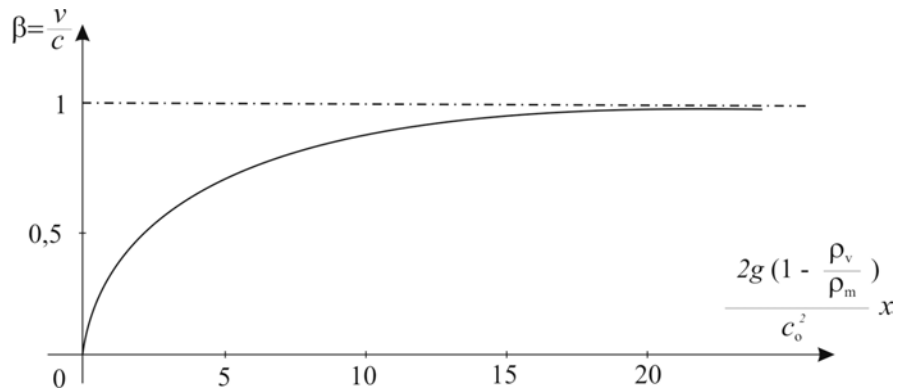
$$x = \frac{c_o^2}{g[1 - (\rho_v/\rho_m)]} \left[\frac{v/c}{[1 - (v/c)]} + \ln\left(1 - \frac{v}{c}\right) \right], \quad (4.40)$$

Jednačina (4.40) daje zavisnost pređenog puta (x) od dostignute brzine (v). Prema jednačini (4.40) je $x = \infty$ za $v = v_k = c$, što znači, da čestica materijala ne dostiže nikada brzinu fluida, već joj se asimptotski približava.

Na sl.22 prikazan je grafik funkcije

$$\frac{v}{c} = f\left(\frac{2g[1 - (\rho_v/\rho_m)]}{c_o^2} x\right),$$

koji odgovara jednačini (4.40).



Slika 22.

Dužina puta ubrzavanja čvrste čestice do 99% granične brzine ($v=v_k=c$, tj. $v/c=1$) može se, saglasno jednačini (4.40), za $v/c=0,99$, izračunati korišćenjem formule:

$$x_k = x(v = 0,99c) = \frac{94,4 c_o^2}{g[1 - (\rho_v/\rho_m)]}.$$

Dužina puta ubrzavanja x_k u vazduhu je kao i kod kretanja u vertikalnoj struji fluida, veća mnogo puta od dužine puta x_k u vodi, ali je ova dužina puta i u vodi toliko velika da se ne može zanemariti za čvrste čestice.

5. KRETANJE NEHOMOGENE MEŠAVINE TRANSPORTOVANOG MATERIJALA I TRANSPORTNOG FLUIDA

Pored kretanja u pravcu cevovoda, čvrste čestice materijala kreću se i u pravcima normalnim na ovaj i to kretanje je haotično, jer se čvrste čestice materijala sudaraju međusobno, a sudaraju se i sa zidovima cevovoda. Pri međusobnim sudarima čestice materijala razmenjuju količinu kretanja, odnosno energiju (sporiji delići materijala se pri ovome ubrzavaju, a brži usporavaju). Pri sudaru sa zidovima cevovoda čvrste čestice materijala gube deo količine kretanja, odnosno gube deo kinetičke energije.

Pri transportu čvrstih čestica materijala strujom fluida, kod čestica materijala nastaje proces analogan turbulentnom strujanju fluida. Zbog ovoga je moguće za tangencijalne napone trenja između zida cevovoda i čvrstih čestica transportovanog materijala uvesti funkcionalnu zavisnost analognu onoj za tangencijalne napone trenja fluida o zid cevovoda, pri turbulentnom strujanju fluida.

Pad (gubitak) pritiska zbog unutrašnjeg trenja fluida u pravolinijskim deonicama cevovoda može se izračunati korišćenjem Darsijeve formule, koja u diferencijalnom obliku (za elementarno kratku (dx) dužinu cevovoda) glasi:

$$-dp_{tr.v} = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx, \quad dp_{tr.v} < 0, \quad (5.1)$$

gde su: ρ_v – gustina fluida,

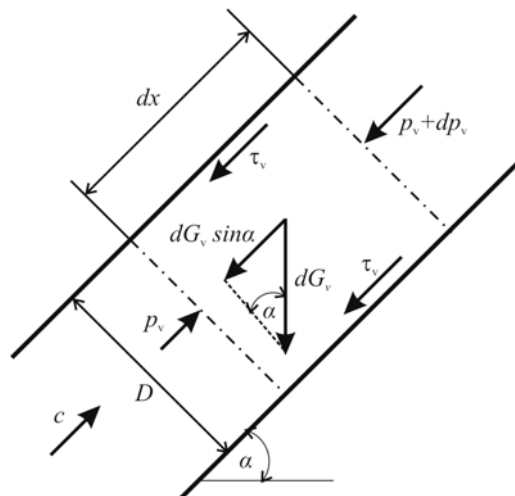
λ_v – (Darsijev) koeficijent trenja fluida u pravolinijskim deonicama cevovoda,

c – brzina strujanja fluida,

D – unutrašnji prečnik cevi.

Promena pritiska fluida u pravolinijskoj deonici cevovoda konstantnog prečnika ($D=const.$) nastaje zbog gubitka pritiska izazvanog unutrašnjim trenjem ($dp_{tr.v}$) i zbog promene geodezijske visine ($-\rho_v g dz$) pa se može pisati:

$$dp_v = dp_{tr.v} - \rho_v \cdot g \cdot dz, \quad (5.2)$$



Slika 23.

Na fluid u elementarnoj zapremini pravolinijskog cevovoda (sl.23), $dV = A dx = \frac{D^2 \pi}{4} dx$

u pravcu ose cevovoda deluju sledeće sile:

- **Sila pritiska**, sa smerom dejstva u smeru strujanja:

$$dP = p_v A - (p_v + dp_v) A = A(-dp_v) = \frac{D^2 \pi}{4} (-dp_v), \quad dp_v < 0$$

- Komponenta **težine** fluida:

$$dG_v \sin \alpha = \rho_v \cdot g \cdot A \cdot \sin \alpha \cdot dx$$

- **Sila trenja** fluida o zid cevovoda, koja se suprotstavlja strujanju:

$$dT_v = \tau_v D \pi \cdot dx$$

gde je τ_v – tangencijalni napon trenja fluida o zid cevovoda.

Iz jednačine ravnoteže ovih sila:

$$dP = dG_v \sin \alpha + dT_v,$$

$$\frac{D^2 \pi}{4} (-dp_v) = \rho_v g \frac{D^2 \pi}{4} \sin \alpha \cdot dx + \tau_v D \pi \cdot dx,$$

koristeći jednačinu (5.2) i $dz = \sin \alpha \cdot dx$, (v.sl.23), dobija se veza između tangencijalnog napona trenja fluida o zid cevovoda (τ_v) i pada pritiska ($-dp_{tr.v}$).

$$\frac{D^2 \pi}{4} (-dp_{tr.v}) = \tau_v D \pi \cdot dx$$

odnosno:

$$\tau_v = \frac{D}{4} \left(-\frac{dp_{tr.v}}{dx} \right).$$

S obzirom na (5.1), sleduje da je:

$$\tau_v = \rho_v \frac{\lambda_v c^2}{4 \cdot 2}, \quad (5.3)$$

Jednačina (5.3) matematički opisuje zavisnost tangencijalnog napona trenja fluida o zid cevi (τ_v), od gustine fluida (ρ_v), koeficijenta trenja fluida u pravolinijskom cevovodu (λ_v) i brzine strujanja fluida (c).

Po analogiji sa jednačinom (5.3), funkcionalna zavisnost tangencijalnog napona trenja transportovanog materijala o zid cevovoda (τ_m) od mase transportovanog materijala u jedinici zapremine cevovoda (q_m), koeficijenta trenja čestica transportovanog materijala u pravolinijskom cevovodu (λ_m) i srednje brzine kretanja čestica transportovanog materijala (v), opisuje se jednačinom:

$$\tau_m = q_m \frac{\lambda_m v^2}{4 \cdot 2}, \quad (5.4)$$

Ako je dm_m – masa čestica transportovanog materijala u pravolinijskoj deonici cevovoda dužine dx , masa čvrstih čestica materijala po jedinici zapremine cevovoda je:

$$q_m = \frac{dm_m}{dV} = \frac{dm_m}{A dx} = \frac{4}{D^2 \pi} \frac{dm_m}{dx},$$

pa jednačina (5.4) može da se napiše u obliku:

$$\tau_m = \lambda_m \frac{v^2}{2} \frac{dm_m}{D^2 \pi \cdot dx}, \quad (5.4')$$

Za razliku od koeficienta trenja fluida u pravolinijskim deonicama cevovoda (λ_v), koji ne zavisi od ugla nagiba cevovoda, koeficient trenja čestica transportovanog materijala u pravolinijskim deonicama cevovoda (λ_m) zavisi od nagiba cevovoda, pa se, tako, razlikuju:

$$\lambda_m = \begin{cases} \lambda_{m.x} & \text{-- za horizontalne cevovode} \\ \lambda_{m.y} & \text{-- za vertikalne cevovode} \\ \lambda_{m.\alpha} & \text{-- za cevovode nagnute pod uglom } \alpha \text{ prema horizontali} \end{cases}$$

Koeficijent trenja transportovanog materijala u horizontalnom cevovodu veći je od koeficijenta trenja materijala u vertikalnom cevovodu ($\lambda_{m.x} > \lambda_{m.y}$). Razlog ovome je što su, zbog težine čestica materijala, udari čestica o donji zid horizontalne cevi češći, a ponekad se i deo čestica materijala kreće po donjem zidu cevi (klizanjem ili kotrljanjem). Veza između koeficijenta trenja ($\lambda_{m.\alpha}$) za nagnute cevovode i koeficijenta trenja za pravolinijske horizontalne i vertikalne deonice cevovoda daje se jednačinom:

$$\lambda_{m.\alpha} = \lambda_{m.x} \cos \alpha + \lambda_{m.y} (1 - \cos \alpha) \quad \text{tj.} \quad \lambda_{m.\alpha} = \lambda_{m.y} + (\lambda_{m.x} - \lambda_{m.y}) \cos \alpha$$

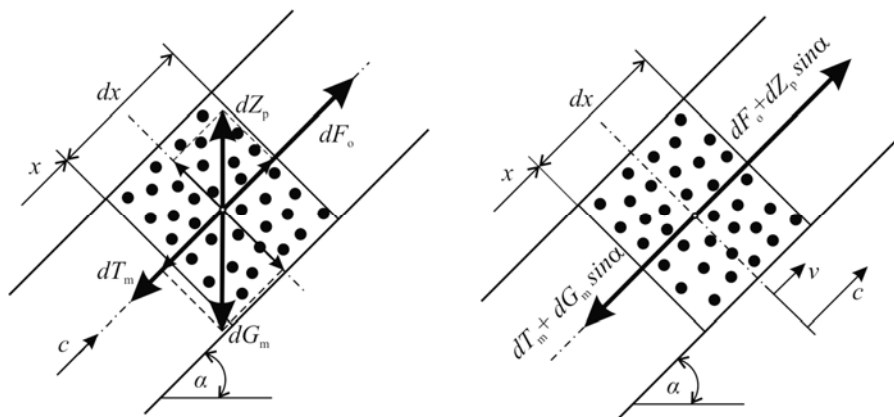
pri čemu je: $\lambda_{m.x} > \lambda_{m.\alpha} > \lambda_{m.y}$.

Na sistem čvrstih čestica materijala u elementarnoj zapremini (dV) transportnog cevovoda, dužine dx , između dva bliska poprečna preseka cevovoda ($dV = A dx$), deluje **sila trenja**:

$$dT_m = \tau_m D \pi \cdot dx, \quad (5.5)$$

koja s obzirom na izraz (5.4') ima konačan oblik:

$$dT_m = \lambda_m \frac{v^2}{2D} dm_m, \quad (5.5')$$



Slika 24.

Druga sila koja deluje na sistem čvrstih čestica u elementarnoj zapremini transportnog cevovoda i koja izaziva njegovo kretanje je **sila reakcije otpora čvrstih čestica** dF_o (reaktivna sila otpora čvrstih čestica).

Kako je u odeljku 4.2.3, već izloženo, formula za izračunavanje veličine reaktivne sile otpora usamljene čvrste čestice materijala u fluidu je:

$$F_{o,\check{c}} = \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) G_{\check{c}} \frac{(c-v)^2}{c_o^2} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \frac{(c-v)^2}{c_o^2} m_{\check{c}}.$$

gde su:

$G_{\check{c}} = g \cdot m_{\check{c}}$ – težina čestice materijala ($m_{\check{c}}$ - masa čestice materijala),

v – brzina kretanja čestice materijala,

c – brzina strujanja gasa,

c_o – "brzina lebdenja" (brzina strujanja gasa koja u vertikalnoj struji gasa drži osamljenu česticu u lebdećem stanju).

Po analogiji sa prethodno datom jednačinom, sila reakcije otpora čvrstih čestica u elementarnoj zapremini između dva bliska preseka cevovoda je:

$$dF_o = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \frac{(c-v)^2}{c_o^2} dm_m, \quad (5.6)$$

gde su:

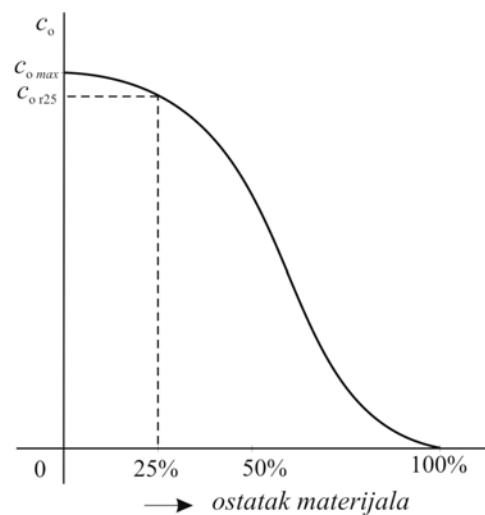
c – srednja brzina transportnog fluida,

v – srednja brzina kretanja sistema čvrstih čestica transportovanog materijala⁵,

c_o – srednja "brzina lebdenja" za sistema čvrstih čestica transportovanog materijala⁶ (veća je od brzine lebdenja za usamljenu čvrstu česticu).

Kod letećeg pneumatičkog transporta specifičnog masenog protoka materijala $\mu \leq 5$, zapreminska koncentracija materijala u cevovodu manja je od 0,05 (5%) i razlika između brzina lebdenja sistema čestica i osamljene čestice može se zanemariti.

Sistem čvrstih čestica materijala koji se pneumatički transportuje obično je heterogen i postavlja se pitanje prema kojoj veličini čestica materijala treba odrediti brzinu lebdenja. U literaturi se, po ovom pitanju,



Slika 25.

⁵ Čestice transportovanog materijala po pravilu nisu jednolike, pa se govoreći o kretanju sistema čvrstih čestica

misli na kretanje heterogenog sistema čestica, u kojem se čestice kreću različitim brzinama, pa se kao

reprezentativna brzina kretanja čestica figuriše srednja brzina:

$$v = \frac{\dot{m}_m}{\rho_m A_m} = \frac{\dot{m}_m}{\rho_m (1-\psi) A} = \frac{\dot{m}_m}{\rho_m k_{m,v} A}$$

⁶ Sa porastom zapreminske koncentracije transportovanog materijala ova brzina raste. Razlog ovome su vrtložni tragovi strujanja iza čvrstih čestica materijala i njihov uticaj na čestice materijala iza njih.

najčešće sreće mišljenje, da se kao reprezentativna brzina lebdenja sistema čestica usvoji brzina lebdenja čestica čija veličina odgovara otvoru sita na kome ostane 25% materijala pri prosejavanju (sl.25), uz uslov da razlika između ove brzine lebdenja i brzine lebdenja najkрупnijih čestica transporto-vanog materijala (c_{omax}) nije veća od 20%.

Težina čvrstih čestica transportovanog materijala je treća, vertikalno naniže usmerena sila, koja deluje na sistem čvrstih čestica u elementarnoj zapremini između dva bliska poprečna preseka cevovoda:

$$dG_m = g \cdot dm_m , \quad (5.7)$$

a na kretanje materijala u pravcu ose cevovoda učestvuje njena komponenta:

$$dG_m \cdot \sin \alpha ,$$

gde je α – ugao nagiba cevovoda prema horizontali.

Četvrta sila koja deluje na sistem čvrstih čestica materijala u elementarnoj zapremini cevovoda je vertikalno naviše usmerena **statička sila potiska** (dZ_p):

$$dZ_p = \rho_v \cdot g \cdot dV_m , \quad (5.8)$$

a kako je $dV_m = dm_m / \rho_m$ može se pisati:

$$dZ_p = g \frac{\rho_v}{\rho_m} dm_m . \quad (5.8')$$

Ova sila je u gasu (vazduhu) za više od hiljadu puta manja od težine čvrstih čestica transportovanog materijala, pa se u pneumatskom transportu dejstvo ove sile zanemaruje⁷.

Na kretanje sistema čvrstih čestica u pravcu ose cevovoda utiče komponenta:

$$dZ_p \sin \alpha .$$

Pri matematičkom opisivanju kretanja sistema čvrstih čestica materijala u struji fluida, zanemaruje se uticaj svih sila koje nisu u pravcu ose cevovoda, ili bolje reći, pretpostavlja se da su sile sa smerom dejstva normalne na osu cevovoda međusobno uravnotežene uzgonskim silama koje deluju na čvrste čestice (što je gruba pretpostavka).

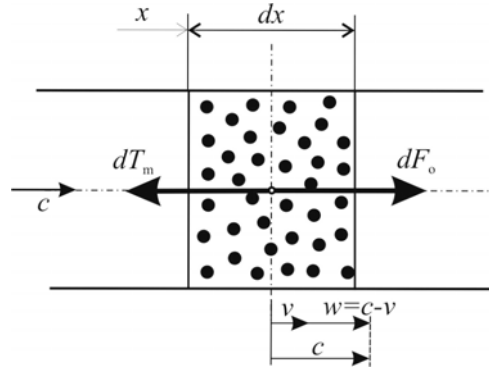
⁷ Za isti sistem čvrstih čestica, statička sila potiska u vodi je za više od 800 puta veća od iste sile u vazduhu, pa u hidrauličkom transportu dejstvo ove sile nije zanemarljivo malo u poređenju sa težinom sistema čvrstih čestica.

Rezultujuća sila dejstva težine čvrstih čestica i statičke potisne sile koja na njih deluje je sila intenziteta:

$$dG_m - dZ_p = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) dm_m$$

usmerena vertikalno naviše, s tim da je kod pneumatičnog transporta $\rho_v \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$, dok je kod hidrauličkog transporta $\rho_v \approx 1000 \text{ kg/m}^3$.

5.1. KRETANJE ČVRSTIH ČESTICA TRANSPORTOVANOG MATERIJALA U HORIZONTALNOM CEVOVODU



Slika 26.

Na sistem čestica transportovanog materijala u elementarnoj zapremini horizontalnog cevovoda, u pravcu cevovoda deluje reaktivna sila otpora čestica (dF_o) i sila trenja čestica materijala o zid cevovoda (dT_m). Sila dF_o izaziva kretanje sistema čvrstih čestica u pravcu strujanja gasa, a sila dT_m se suprotstavlja ovom kretanju, pa diferencijalna jednačina kretanja sistema čvrstih čestica glasi:

$$dm_m \cdot \frac{dv}{dt} = dF_o - dT_m, \quad (5.9)$$

gde je: v – brzina čvrstih čestica - srednja (reprezentativna) brzina čvrstih čestica u heterogenim sistemima čestica.

Zamenjujući u (5.9) dF_o i dT_m izrazima (5.5') i (5.6), dobija se:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \frac{(c-v)^2}{c_o^2} - \lambda_{m,x} \frac{v^2}{2D}, \quad (5.9')$$

Prema jednačini (5.9') sleduje da je u početku kretanja ($v=0$) ubrzanje čvrstih čestica materijala najveće ($dv/dt = g(1 - \rho_v/\rho_m)(c/c_o)^2$). Sa porastom brzine čestica, ubrzanje opada i u граниčnom slučaju ($dv/dt=0$) nastalo bi jednoliko kretanje čestica, sa brzinom $v=v_{k,x}=\text{const}$. ($v_{k,x}=\text{max } v$). Prema jednačini (5.9'), za $dv/dt=0$ ($v=v_{k,x}$):

$$\left(1 - \frac{\lambda_{m,x} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]} \right) v_{k,x}^2 - 2c v_{k,x} + c^2 = 0$$

i uslova da je $v_{k,x}/c \leq 1$, dobija se

$$v_{k,x} = \frac{c}{1 - \frac{\lambda_{m,x} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]}} \left(1 - \sqrt{\frac{\lambda_{m,x} c_o^2}{2gD \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right)}} \right) = \frac{c}{1 + \frac{c_o}{\sqrt{gD}} \sqrt{2 \left[1 - (\rho_v/\rho_m) \right]}}$$

odnosno:

$$\beta_{k.x} = \frac{v_{k.x}}{c} = \frac{1}{1 + \frac{c_o}{\sqrt{gD}} \sqrt{\frac{\lambda_{m.x}}{2[1 - (\rho_v/\rho_m)]}}}, \quad (5.10)$$

gde je: $\beta = v/c$ – odnos srednje brzine kretanja čvrstih čestica prema srednjoj brzini strujanja fluida,

$\beta_{k.x} = v_{k.x}/c$ – je granična vrednost ovog odnosa.

Ako se sa
$$Fr_o = \frac{c_o}{\sqrt{gD}}$$

označi Frudov broj za brzinu lebdenja, izraz (5.10), svodi se na:

$$\beta_{k.x} = \frac{v_{k.x}}{c} = \frac{1}{1 + Fr_o \sqrt{\frac{\lambda_{m.x}}{2[1 - (\rho_v/\rho_m)]}}}. \quad (5.10')$$

Maksimalni odnos brzine kretanja čestica transportovanog materijala prema brzini strujanja transportnog fluida ($\beta_{k.x}=v_{k.x}/c$) manji je od jedinice. Prema izrazu (5.10) može se zaključiti da odnos brzina $\beta_{k.x}=v_{k.x}/c$ za jedan te isti transportovani materijal ($c_o=const.$, $\lambda_{m.x}=const.$) raste sa povećanjem prečnika cevovoda. Prema ovome, jedan te isti materijal, pri istoj brzini strujanja transportnog fluida ($c=const.$), kreće se brže u cevovodu većeg prečnika (kada je protok fluida veći).

Kako je

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

diferencijalna jednačina (5.9') može da se svede na oblik :

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \frac{v dv}{(c-v)^2 - \frac{\lambda_{m.x} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]} v^2}, \quad (5.11)$$

odnosno:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \frac{v dv}{\left(1 - \frac{\lambda_{m.x} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right) v^2 - 2cv + c^2} \quad (5.11')$$

S obzirom na jednačinu (5.10), po kojoj je

$$1 - \frac{c_o^2 \lambda_{m.x}}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]} = \frac{1}{\beta_{k.x}} \left(2 - \frac{1}{\beta_{k.x}}\right)$$

diferencijalna jednačina (5.11') može se napisati u obliku:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \frac{v dv}{\beta_{k,x} \left(2 - \frac{1}{\beta_{k,x}}\right) v^2 - 2cv + c^2}. \quad (5.12)$$

Ako se umesto promenljive v uvede bezdimenska promenljiva $\beta = v/c$ ($c = \text{const.}$) onda je $v = \beta \cdot c$, $dv = c \cdot d\beta$, pa se napred data diferencijalna jednačina se svodi na oblik:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \cdot \frac{\beta d\beta}{\frac{2\beta_{k,x} - 1}{\beta_{k,x}^2} \beta^2 - 2\beta + 1}, \quad (5.13)$$

gde je $\beta_{k,x} = v_{k,x}/c$ konstanta definisana izrazom (5.10), a promenljiva $\beta = v/c$ menja se u granicama $0 \leq \beta \leq \beta_{k,x}$.

Uz početni uslov $\beta = 0$, ($v = 0$), za $x = 0$, integral diferencijalne jednačine (5.13) glasi:

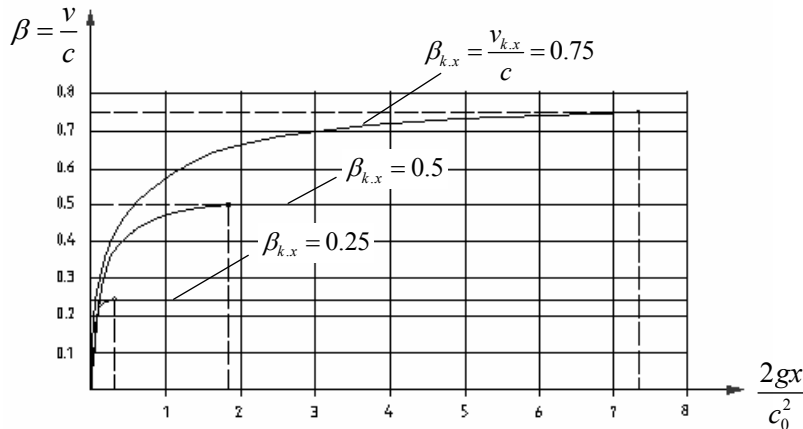
$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[A_x \ln \frac{\beta_{k,x}}{\beta_{k,x} - \beta} - B_x \ln(1 + a_x \beta) \right], \quad \text{za } \beta_{k,x} \neq 0,5 \\ x &= \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1}{1 - 2\beta} - \beta \right], \quad \text{za } \beta_{k,x} = 0,5 \end{aligned} \right\} (5.14)$$

gde su: $A_x = \frac{\beta_{k,x}^2}{1 - \beta_{k,x}}$, $B_x = \frac{\beta_{k,x}^2}{(1 - 2\beta_{k,x})(1 - \beta_{k,x})}$, $a_x = \frac{1 - 2\beta_{k,x}}{\beta_{k,x}}$

Jednačine (5.14) daju funkcionalnu vezu između pređenog puta čvrstih čestica materijala (x) i postignutog odnosa brzina $\beta = v/c$, za različite granične vrednosti $\beta_{k,x} = v_{k,x}/c$.

Za granične vrednosti odnosa brzina čestica transportovanog materijala i transportnog gasa $\beta = \beta_{k,x}$ ($v = v_{k,x}$), prema jednačinama (5.14) je $x = \infty$ što znači da je kretanje čestica transportovanog materijala uvek ubrzano, a zbog opadanja ubrzanja sa porastom brzine čestica, njihova brzina asimptotski teži graničnoj vrednosti ($v = v_{k,x}$, za $x = \infty$).

Na sl.27 dati su grafici funkcija $\beta = \beta(2gx/c_o^2)$, koje su opisane jednačinama (5.14), za tri granične vrednosti $\beta_{k,x}$ ($\beta_{k,x} = 0,25; 0,5; 0,75$) i za $(1 - (\rho_v/\rho_m)) \approx 1$, što odgovara letećem pneumatičkom transportu, kod kojeg je $\rho_v/\rho_m \leq 0,001$. Na graficima $\beta(2gx/c_o^2)$, datim na sl.27, kružićima su označene tačke u kojima je $\beta = 0,99 \cdot \beta_{k,x}$, ($v = 0,99 \cdot v_{k,x}$). U praktičnim proračunima se usvaja da su čvrste čestice transportovanog materijala dostigle graničnu brzinu $v_{k,x}$ na putu (x) kojem odgovara $\beta = 0,99 \cdot \beta_{k,x}$.



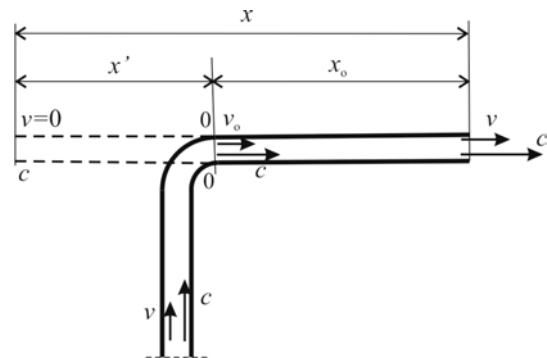
Slika 27.

Jednačine (5.14) su rešenja diferencijalne jednačine (5.13), za početni uslov $\beta=0$ ($v=0$) za $x=0$ (za slučaj kada se transportovani materijal, preko dozatora, ubacuje na početku razmatrane horizontalne deonice transportnog cevovoda).

Horizontalna deonica transportnog cevovoda može da se nalazi i iza vertikalne deonice transportnog cevovoda (sl.28), kada na ulazu u razmatranu horizontalnu deonicu cevovoda, čestice transportovanog materijala već imaju neku brzinu $v=v_0$. I u ovakvim slučajevima moguće je koristiti jednačine (5.14), s tim da se put čestica u razmatranoj horizontalnoj deonici cevovoda, u koju čestice materijala ulaze sa nekom početnom brzinom $v=v_0$ ($\beta=\beta_0=v_0/c$), označava koordinatom x' , a veza ove koordinate sa koordinatom x , koja figuriše u jednačinama (5.14) opisuje se jednačinom:

$$x = x_0 + x', \quad (5.15)$$

gde je x_0 veličina koordinate x , koja prema izrazu (5.14) odgovara brzini $v=v_0$, odnosno odnosu brzine kretanja čestica prema brzini strujanja transportnog gasa $\beta=v_0/c$. Praktično gledano, uticaj prethodnih deonica transportnog cevovoda, zamenjuje se fiktivnim horizontalnim transportnim cevovodom na čijem početku dolazi do pokretanja čestica transportovanog materijala, a što je na sl.28 označeno isprekidanim linijama.



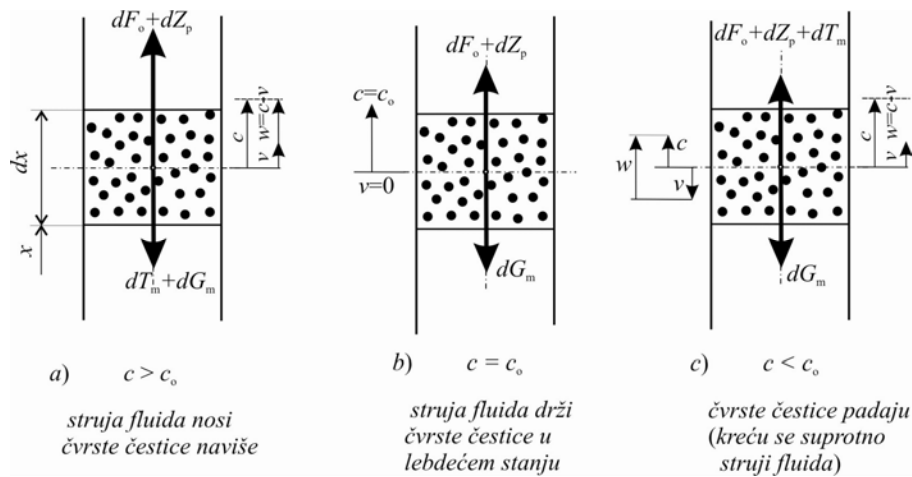
Slika 28.

Kod pneumatičkog transporta je $\rho_v/\rho_m < 0,001$, pa se član $(1-\rho_v/\rho_m)$, u napred datim jednačinama (5.9')÷(5.14), može zameniti jedinicom ($1-\rho_v/\rho_m \approx 1$). Ova napomena važi i za pneumatički transport u vertikalnom i koso nagnutom cevovodu.

5.2. KRETANJE ČVRSTIH ČESTICA TRANSPORTOVANOG MATERIJALA U VERTIKALNOM CEVOVODU

Struja fluida usmerena naviše, nosiće sa sobom čvrste čestice transportovanog materijala, ukoliko je njegova brzina strujanja veća od brzine lebdenja ($c > c_o$) za sistem čestica razmatranog materijala. Ako je brzina strujanja gasa jednaka brzini lebdenja ($c = c_o$), čestice materijala će, pod dejstvom sile reakcije otpora čestica materijala, lebdeti u vertikalnom cevovodu ($v = 0$), a ako je brzina strujanja gasa manja od brzine lebdenja ($c < c_o$), čestice materijala će padati, a sila reakcije otpora čestica materijala, kao i sila trenja čestica materijala o zid cevovoda, usporavaće njihovo padanje. Na sl.29 prikazane su sile dejstva na sistem čestica materijala u elementarnoj zapremini cevovoda, za sva tri navedena slučaja.

Od tri navedena primera ponašanja čvrstih čestica transportovanog materijala u struji fluida koji kroz vertikalni cevovod struji naviše, za transport materijala u struji fluida interesantan je samo prvi slučaj – kada fluid struji brzinom većom od brzine lebdenja ($c > c_o$) i sa sobom nosi čestice materijala (pod dejstvom sile reakcije otpora čestica).



Slika 29.

U slučaju kada u vertikalnoj cevi fluid struji naviše brzinom $c > c_o$, na sistem čvrstih čestica materijala u elementarnoj zapremini cevovoda deluje reaktivna sila otpora čestica dF_o , koja je uzrok kretanja čestica materijala naviše, a sila težina čestica dG_m i sila trenja čestica o zid cevovoda dT_m suprotstavljaju se ovom kretanju (sl.29.a). Diferencijalna jednačina kretanja sistema čvrstih čestica, u ovom slučaju, glasi:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = dF_o + dZ_p - dG_m - dT_m, \quad c > c_o, \quad (5.16)$$

gde je v – brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala u elementarnoj zapremini cevovoda - srednja (reprezentativna) brzina kretanja heterogenog sistema čestica.

Zamenjujući u (5.16) dF_o , dG_m i dT_m izrazima (5.5'), (5.6) i (5.7), dobija se:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \left[\frac{(c-v)^2}{c_o^2} - 1 \right] - \frac{\lambda_{m,y}}{2D} v^2, \quad (5.16')$$

gde je: $\lambda_{m,y}$ – koeficijent trenja čestica transportovanog materijala u vertikalnim cevovodima, koji je, kako je ranije već naglašeno, manji od koeficijenta trenja u horizontalnim cevovodima ($\lambda_{m,y} < \lambda_{m,x}$).

Prema diferencijalnoj jednačini (5.16') može se zaključiti da je ubrzanje čestica materijala najveće na početku kretanja (za $v=0$) i da sa porastom brzine ubrzanje opada. Od trenutka kada čestice materijala dostignu graničnu brzinu $v=v_{k,y}$ (za $dv/dt=0$) njihovo kretanje se nastavlja jednolikom brzinom.

Iz jednačine (5.16'), za $dv/dt=0$ ($v=v_{k,y}$) i uslova $v < c$ dobija se da je:

$$\beta_{k,y} = \frac{v_{k,y}}{c} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) \left[1 - \frac{\lambda_{m,y} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right]}}{1 - \frac{\lambda_{m,y} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]}}, \quad \text{za } c > c_o \quad (5.17)$$

Uvođenjem Frudovog broja za brzinu lebdenja ($Fr_o = c_o/\sqrt{gD}$) jednačina (5.17) može da se napiše i u obliku:

$$\beta_{k,y} = \frac{v_{k,y}}{c} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) \left[1 - \frac{\lambda_{m,y}}{2} \frac{Fr_o^2}{[1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right]}}{1 - \frac{\lambda_{m,y}}{2} \frac{Fr_o^2}{[1 - (\rho_v/\rho_m)]}}, \quad \text{za } c > c_o \quad (5.17')$$

Odnos brzina c_o/c , koji figuriše u izrazu (5.17'), može se zameniti odnosom Fr_o/Fr , gde je $Fr_o = c_o/\sqrt{gD}$ Frudov broj za "brzinu lebdenja" (c_o), a $Fr = c/\sqrt{gD}$ Frudov broj za brzinu strujanja transportnog gasa. S obzirom na datu napomenu, izraz za granični odnos brzine kretanja čestica transportovanog materijala prema brzini strujanja transportnog gasa ($\beta_{k,g}=v_{k,y}/c$), može se izraziti i kao funkcija :

$$\beta_{k,y} = \beta_{k,y}(\lambda_{m,y}, Fr_o, Fr).$$

Kako je:
$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

diferencijalna jednačina (5.16') može da se svede na oblik:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \cdot \frac{v dv}{\left(1 - \frac{\lambda_{m,y} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right) v^2 - 2cv + c^2 \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)}.$$

Kako je, prema jednačini (5.17):

$$\left(1 - \frac{\lambda_{m,y} c_o^2}{2gD [1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right) = \frac{1}{\beta_{k,y}^2} \left[2\beta_{k,y} - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)\right]$$

i uvodeći smenu $v=\beta c$ ($\beta=v/c$), napred data diferencijalna jednačina svodi se na obliku:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \cdot \frac{\beta d\beta}{\frac{1}{\beta_{k,y}^2} \left[2\beta_{k,y} - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)\right] \beta^2 - 2\beta + \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)}, \quad (5.18)$$

gde je $\beta_{k,y} = v_{k,y}/c$ – konstanta definisana izrazom (5.17), a promenljiva $\beta=v/c$ menja se u granicama $0 \leq \beta \leq \beta_{k,y}$.

Uz početni uslov $\beta=0$ ($v=0$), za $x=0$, integral diferencijalne jednačine (5.18) je:

$$x = \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[A_y \ln \frac{\beta_{k,y}}{\beta_{k,y} - \beta} - B_y \ln (1 + a_y \beta) \right] \text{ za } \beta_{k,y} \neq \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) \quad (5.19)$$

$$x = \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) \ln \frac{1 - \frac{c_o^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) - \beta} - \beta \right] \text{ za } \beta_{k,y} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)$$

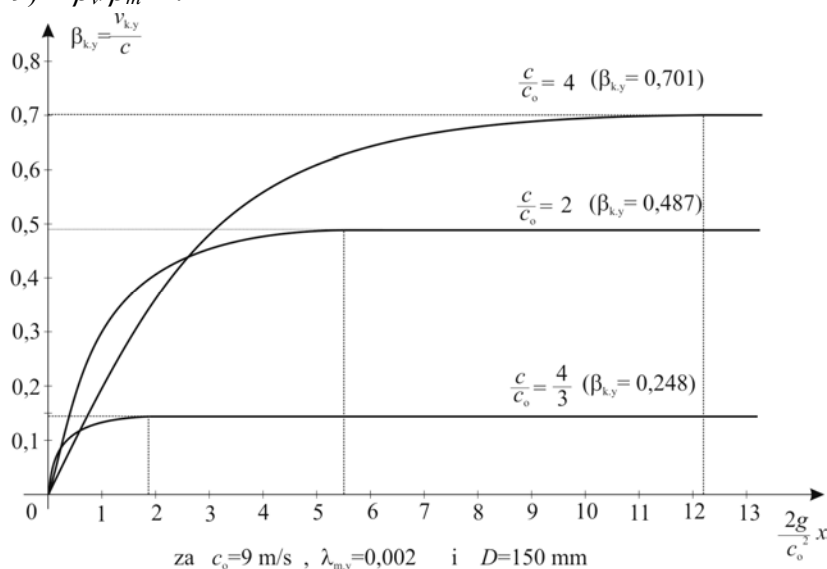
gde su :

$$\left. \begin{aligned} A_y &= \frac{\beta_{k,y}^2}{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) - \beta_{k,y}}, & a_y &= \frac{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) - 2\beta_{k,y}}{\beta_{k,y} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)} \\ B_y &= \frac{\beta_{k,y}^2 \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right)}{\left[\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) - 2\beta_{k,y}\right] \cdot \left[\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2}\right) - \beta_{k,y}\right]} \end{aligned} \right\} (5.20)$$

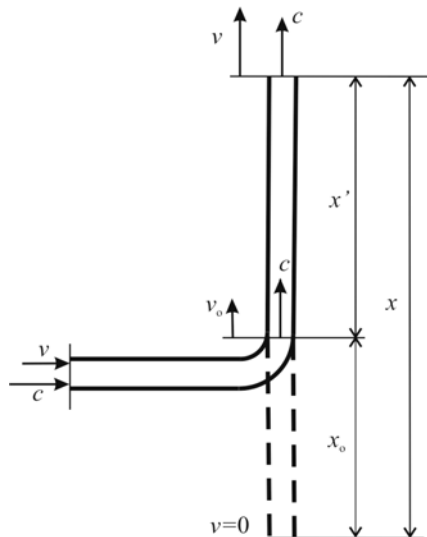
Jednačine (5.19) daju vezu između pređenog puta čvrstih čestica transportovanog materijala (x) i njihove dostignute, bezdimenzijski svedene, brzine $\beta=v/c$ ($v=\beta c$).

Za graničnu vrednost bezdimenzijske svedene brzine $\beta=\beta_{k,y}$, prema jednačinama (5.19) je $x=\infty$, što znači da čestice materijala asimptotski teže graničnoj brzini. U praktičnim proračunima se usvaja da su čestice materijala dostigle graničnu brzinu za $\beta=0,99\beta_{k,y}$ ($v=0,99v_{k,y}$)

Na sl.30 dati su grafici funkcija $\beta=\beta(2gx/c_o^2)$, koji odgovaraju jednačinama (5.19), za $c/c_o=4/3$; 2; 4 i materijale za koje je "brzina lebdenja" u vazduhu $c_o=9$ m/s i $\lambda_{m,y}=0,002$ (pšenica, raž, ječam). Kako se radi o pneumatičkom transportu, kod kojih je $\rho_v/\rho_m < 0,001$, uzima se da je u jednačinama (5.19) $1-\rho_v/\rho_m \approx 1$.



Slika 30.



Slika 31.

Jednačine (5.19) i (5.20) mogu se koristiti i za vertikalne deonice transportnog cevovoda, u koje čestice transportovanog materijala, nošene gasnom strujom, ulaze sa nekom početnom brzinom $v=v_0$ ($\beta=\beta_0=v_0/c$). Označavajući dužinske koordinate ovakve vertikalne deonice cevovoda sa koordinatom x' (sl.25), veza ove koordinate sa koordinatom x koja figuriše u jednačinama (5.19) i (5.20) opisuje se jednačinom:

$$x=x_0+x', \quad (5.21)$$

gde je x_0 – veličina koordinate x kojoj prema jednačinama (5.19) i (5.20) odgovara brzina v_0 (tj. $\beta_0=v_0/c$). Praktično gledano, uticaj prethodnih deonica cevovoda na brzinu kretanja čestica transportovanog materijala, zamenjuje se fiktivnim vertikalnim cevovodom na čijem početku dolazi do pokretanja čestica transportovanog materijala.

5.3. KRETANJE ČVRSTIH ČESTICA TRANSPORTOVANOG MATERIJALA U NAGNUTOM CEVOVODU

Na sistem čvrstih čestica transportovanog materijala u elementarnoj zapremini cevovoda, u pravcu cevovoda deluje reaktivna sila otpora čestica dF_o , sila trenja čestica materijala o zid cevovoda dT_m i komponenta sile težine čestica $dG_m \sin \alpha$, gde je α – ugao nagiba cevovoda prema horizontali (sl.32). Pretpostavlja se da su normalne komponente sile težine čestica na pravac cevovoda uravnotežene uzgonskim silama koje deluju na čestice materijala.

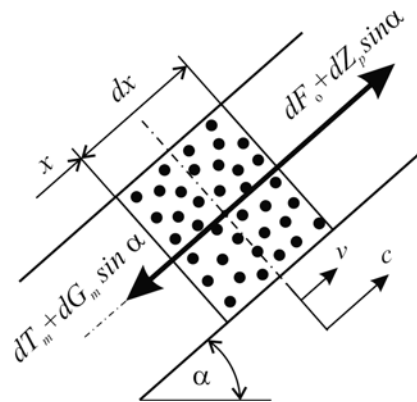
Reaktivna sila otpora čestica dF_o i komponenta sile potiska $dZ_o \sin \alpha$ uzrokuju kretanje čestica materijala u struji gasa, a sile dT_m i $dG_m \sin \alpha$ suprotstavljaju se ovom kretanju, pa diferencijalna jednačina kretanja sistema čestica glasi:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = dF_o + dZ_p \sin \alpha - dG_m \sin \alpha - dT_m, \quad (5.22)$$

Zamenjujući u (5.22) dF_o , dZ_o , dG_m i dT_m izrazima (5.5'), (5.6) i (5.7), dobija se:

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m} \right) \left[\frac{(c-v)^2}{c_o^2} - \sin \alpha \right] - \frac{\lambda_{m,\alpha}}{2D} \cdot v^2 \quad (5.22')$$

gde je $\lambda_{m,\alpha}$ – koeficijent trenja čestica transportovanog materijala u pravom cevovodu nagnutim pod uglom α prema horizontali.



Slika 32.

Pretpostavlja se da između koeficijenta $\lambda_{m,\alpha}$ i koeficijenata $\lambda_{m,x}$ i $\lambda_{m,y}$ postoji veza, koja se opisuje jednačinom:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{m,\alpha} &= \lambda_{m,x} \cos \alpha + \lambda_{m,y} (1 - \cos \alpha) \\ \lambda_{m,\alpha} &= \lambda_{m,y} + (\lambda_{m,x} - \lambda_{m,y}) \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5.23)$$

prema kojoj je $\lambda_{m,\alpha} = \lambda_{m,x}$ za $\alpha = 0^\circ$ i $\lambda_{m,\alpha} = \lambda_{m,y}$ za $\alpha = 90^\circ$.

Prema jednačini (5.22') može se zaključiti da je ubrzanje čvrstih čestica materijala najveće na početku kretanja ($v=0$) i da sa porastom brzine čestica njihovo ubrzanje opada. Od trenutka kada čestice materijala dostignu graničnu brzinu $v=v_{k,\alpha}$ (za $dv/dt=0$) njihovo kretanje se nastavlja ovom, jednolikom, brzinom.

Iz jednačine (5.22') , za $dv/dt=0$ (kada je $v=v_{k,\alpha}$) i uslova $v < c$, dobija se:

$$\beta_{k,\alpha} = \frac{v_{k,\alpha}}{c} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) \left[1 - \frac{\lambda_{m,\alpha} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right]}}{1 - \frac{\lambda_{m,\alpha} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]}}, \quad (5.24)$$

Uvođenjem Frudovog broja za brzinu lebdenja (koji se izračunava formulom $Fr_o = c_o/\sqrt{gD}$), jednačina (5.24) može da se napiše i u obliku:

$$\beta_{k,\alpha} = \frac{v_{k,\alpha}}{c} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) \left[1 - \frac{\lambda_{m,\alpha}}{2} \frac{Fr_o^2}{[1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right]}}{1 - \frac{\lambda_{m,\alpha}}{2} \frac{Fr_o^2}{[1 - (\rho_v/\rho_m)]}}, \quad (5.24')$$

Kako je:
$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$$

diferencijalna jednačina (5.22') može da se svede na oblik:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \left[1 - \frac{\lambda_{m,\alpha} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right]} \frac{v dv}{v^2 - 2cv + c^2 \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)}, \quad (5.25)$$

kako je, prema jednačini (5.24):

$$\left(1 - \frac{\lambda_{m,\alpha} c_o^2}{2gD[1 - (\rho_v/\rho_m)]}\right) = \frac{1}{\beta_{k,\alpha}^2} \left[2\beta_{k,\alpha} - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)\right],$$

i uvodeći smenu $v = \beta c$ ($\beta = v/c$), napred data diferencijalna jednačina svodi se na oblik:

$$dx = \frac{c_o^2}{g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right) \frac{1}{\beta_{k,\alpha}^2} \left[2\beta_{k,\alpha} - \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)\right]} \frac{\beta d\beta}{\beta^2 - 2\beta + \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)}. \quad (5.25')$$

gde je $\beta_{k,\alpha} = v_{k,\alpha}/c$ konstanta definisana izrazom (5.24), a promenljiva $\beta = v/c$ menja se u granicama $0 \leq \beta \leq \beta_{k,\alpha}$.

Uz početni uslov $\beta=0$ ($v=0$), za $x=0$, integral diferencijalne jednačine (5.25) je:

$$x = \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[A_\alpha \ln \frac{\beta_{k,\alpha}}{\beta_{k,\alpha} - \beta} - B_\alpha \ln(1 + a_\alpha \beta) \right], \text{ za } \beta_{k,\alpha} \neq \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) \quad (5.26)$$

$$x = \frac{c_o^2}{2g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_m}\right)} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) \ln \frac{1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha}{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) - \beta} - \beta \right], \text{ za } \beta_{k,\alpha} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)$$

gde su:

$$\left. \begin{aligned} A_\alpha &= \frac{\beta_{k,\alpha}^2}{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) - \beta_{k,\alpha}}, & a_\alpha &= \frac{\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) - 2\beta_{k,\alpha}}{\beta_{k,\alpha} \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)} \\ B_\alpha &= \frac{\beta_{k,\alpha}^2 \left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right)}{\left[\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) - 2\beta_{k,\alpha}\right] \left[\left(1 - \frac{c_o^2}{c^2} \sin \alpha\right) - \beta_{k,\alpha}\right]} \end{aligned} \right\} (5.26')$$

Za $\alpha=90^\circ$, $\lambda_{m,\alpha}=\lambda_{m,y}$ i $\beta_{k,\alpha}=\beta_{k,y}$ jednačine (5.26) prelaze u oblik jednačina (5.19), koje opisuju kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u vertikalnim cevovodima, a za $\alpha=0^\circ$, $\lambda_{m,\alpha}=\lambda_{m,x}$ i $\beta_{k,\alpha}=\beta_{k,x}$ jednačine (5.26) prelaze u oblik jednačina (5.14), koje opisuju kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u horizontalnim cevovodima.

I u pravim nagnutim cevovodima (kao i u horizontalnim i vertikalnim cevovodima) čvrste čestice materijala se ubrzavaju, težeći asimptotski graničnoj brzini $v=v_{k,\alpha}$ ($v_{k,\alpha}=\beta_{k,\alpha} \cdot c$, za $x=\infty$), a u praktičnim proračunima se usvaja da su čestice materijala dostigle graničnu brzinu za $\beta=0,99\beta_{k,\alpha}$.

Jednačine (5.26) izvedene su uz uslov da je $\beta=0$ ($v=0$), za $x=0$ (da čvrste čestice materijala počinju da se kreću na početku nagnutog cevovoda), a po analogiji sa prethodno izloženim primerima kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala u horizontalnim i vertikalnim cevovodima i jednačine (5.26) mogu se primeniti i u slučaju kada čestice materijala u nagnutu deonicu cevovoda ulaze sa nekom brzinom $v=v_o$.

Napomenimo, još jednom, da je kod pneumatičkog transporta materijala $\rho_v/\rho_m \leq 0,001$, pa se član $(1-\rho_v/\rho_m)$, koji figuriše u napred datim formulama za kretanje materijala u horizontalnim, vertikalnim i nagnutim cevovodima, može zameniti jedinicom.

5.4. KRETANJE ČVRSTIH ČESTICA TRANSPORTOVANOG MATERIJALA U KOLENIMA TRANSPORTNOG CEVOVODA

U kolenima transportnog cevovoda na čestice transportovanog materijala deluje centrifugalna sila, koja može da bude i više puta veća od težine čestica.

Ako bi čestice transportovanog materijala bile ravnomerno rasute po protočnom preseku, centrifugalna sila koja deluje na čestice materijala u elementarnoj zapremini kolena mogla bi da se izračuna korišćenjem formule:

$$dF_c = dm_m \frac{v^2}{R_o} = dG_m \frac{v^2}{g R_o}, \quad (5.27)$$

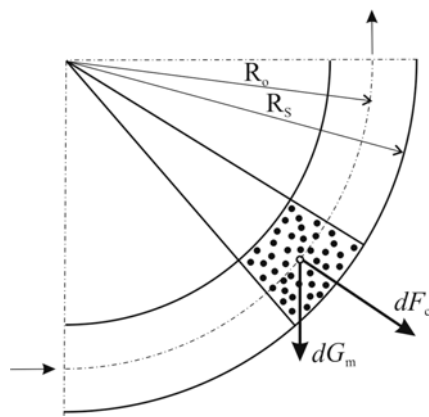
gde je: R_o – poluprečnik srednje (osne) krivine kolena (videti sl.33).

Odnos centrifugalne dF_c sile i težine transportovanog materijala $dG_m = g \cdot dm_m$ u elementarnoj zapremini kolena je:

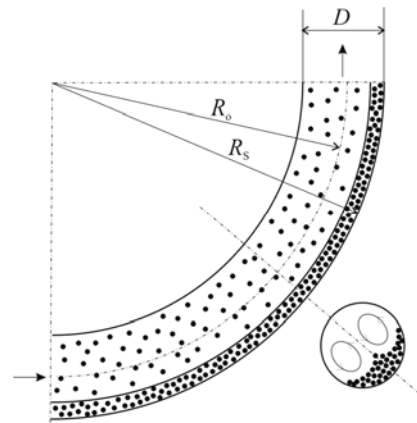
$$\frac{dF_c}{dG_m} = \frac{v^2}{g R_o} \quad (5.27')$$

Razmatranje ograničavamo na pneumatički transport materijala, pa se uticaj hidrostatičke (Arhimedove) potisne sile zanemaruje.

Prema napred datoj jednačini, centrifugalna sila, koja deluje na deliće transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena, veća je od težine čestica materijala, ukoliko je brzina kretanja čestica u kolenu $v > \sqrt{g R_o}$, što se u praksi najčešće i dešava. Kao primer, veličine odnosa dF_c/dG_m , razmotrimo kretanje čestica materijala u kolenu poluprečnika $R_o = 1\text{m}$. Odnos sila dF_c/dG_m , u ovom kolenu, biće veći od jedinice za $v > 3,13$ m/s, a kao ilustracija kako ovaj odnos raste sa povećanjem brzine v , navedimo da je: $dF_c/dG_m = 2,5$ za $v = 5$ m/s; $dF_c/dG_m = 10$ za $v = 10$ m/s; $dF_c/dG_m = 23$ za $v = 15$ m/s.



Slika 33.



Slika 34.

Pri matematičkom modeliranju kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala u horizontalnim ili nagnutim cevovodima, pretpostavlja se da su sile težina čestica, odnosno njihove komponente u pravcu normalnom na pravac cevovoda, uravnotežene uzgonskim silama i da su pod dejstvom uzgonskih sila čvrste čestice materijala rasejane po celom preseku cevovoda. Centrifugalne sile koje deluju na čvrste čestice transportovanog materijala u kolenima (čiji je

pravac dejstva normalan na osnovni pravac kretanja čestica materijala), obično su veće od uzgonskih sila koje deluju na čvrste čestice materijala, pa se, **pod dejstvom centrifugalnih sila, gro čvrstih čestica materijala potiskuje uz spoljašnji zid kolena, a neveliki deo vrlo malih čvrstih čestica materijala zadržava se, pod dejstvom turbulentne difuzije, rasejano po protočnom preseku** (sl.34).

Zbog "lepljenja" čvrstih čestica transportovanog materijala uz spoljašnji zid kolena, smanjuje se površina dodira čestica materijala sa strujom transportnog gasa i opada reaktivna sila otpora čestica materijala, tako da se **čvrste čestice materijala u kolenima praktično kreću po inerciji**.

Radi uprošćenja, pri postavljanju matematičkog modela kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenima, pretpostavlja se:

- ◆ da se sav materijal "lepi" uz spoljašnji zid kolena već na samom početku kolena,
- ◆ zanemaruje se dejstvo transportnog gasa na kretanje čestica materijala (materijal se kreće po inerciji),
- ◆ kretanju materijala se suprotstavlja sila trenja, koja se izračunava korišćenjem izraza:

$$dT_{m.k} = f \cdot dF_n \quad (5.28)$$

gde je: f – koeficijent trenja čestica transportovanog materijala o zid kolena,
 dF_n – komponenta sile dejstva na čestice materijala, normalna na zid kolena.

Koeficijenti trenja su:

- $f = 0,36$ – za pšenicu, raž i prženu kafu,
- $f = 0,42$ – za šećer u kristalu, pesak, ugulj u pahu, sirovu kafu,
- $f = 0,50$ – za cement,
- $f = 0,72$ – za kakao u prahu,
- $f = 0,80$ – za pšenično brašno i riblje brašno.

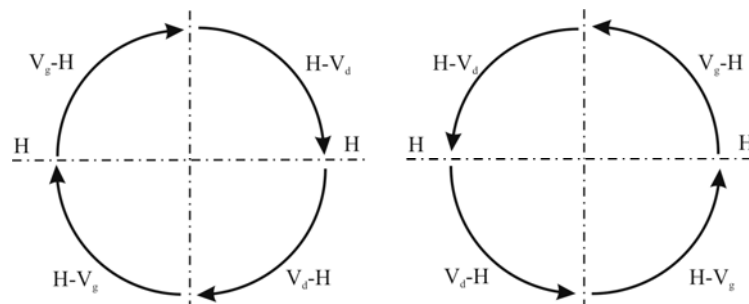
I pored navedenih, grubih pretpostavki, po njima dobijena rešenja pokazala su se u praksi dosta pouzdana u proračunu letećeg pneumatičkog transporta materijala.

Zapreminska koncentracija transportovanog materijala u letećem pneumatičkom transportu je vrlo mala (obično znatno manja od 10%), pa se centrifugalna sila koja u kolenu deluje na čvrste čestice materijala u elementarnoj zapremini kolena računa korišćenjem formule:

$$dF_c = \frac{v^2}{R_s} dm_m, \quad (5.29)$$

gde je: R_s – poluprečnik spoljašnje krivine kolena.

Razmotrimo najpre primer kretanja čestica transportovanog materijala u kolenima koja leže u vertikalnoj ravni, a da bi razgraničili sve slučajeve kretanja, ovakva kolena označavamo oznakama datim na sl.35.



Slika 35.

5.4.1. Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenu H-V_g

Na čvrste čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini ko-lena deluje sila težine dG_m , centrifugalna sila dF_c i sila trenja $dT_{m,k}$, kako je na sl.36 prikazano.

U pravcu normalnom na zid kolena deluje centrifugalna sila:

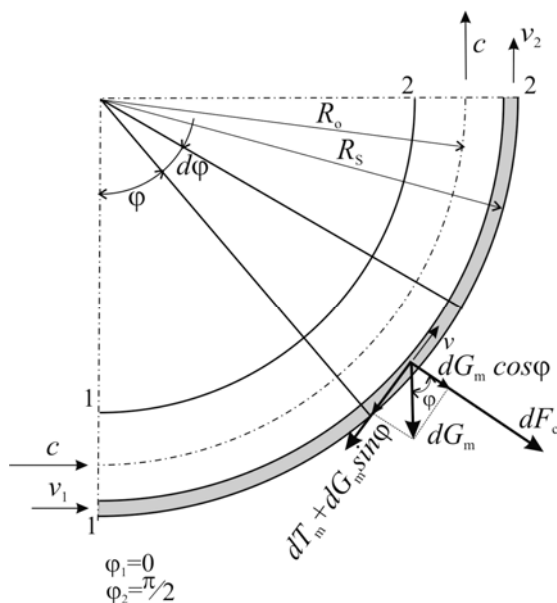
$$dF_c = \frac{v^2}{R_s} dm_m, \quad (5.30)$$

i komponenta sile težine:

$$dG_m \cos \varphi = g \cos \varphi \cdot dm_m, \quad (5.31)$$

pa je

$$dF_n = dF_c + dG_m \cos \varphi = \left(\frac{v^2}{R_s} + g \cdot \cos \varphi \right) dm_m \quad (5.32)$$



Slika 36.

Napomenimo da u napred datom izrazu za centrifugalnu silu, za razliku od izraza (5.27), figuriše poluprečnik spoljašnje krivine kolena R_s ($R_s = R_o + D/2$, gde je D – prečnik cevi).

S obzirom na prethodnu jednačinu i izraz (5.28), sila trenja čvrstih čestica materijala o zid kolena je:

$$dT_{k,m} = f \cdot dF_n = f \cdot \left(\frac{v^2}{R_s} + g \cdot \cos \varphi \right) dm_m. \quad (5.33)$$

Na ulazu u koleno ($\varphi=0$) čestice transportovanog materijala imaju brzinu v_1 i u kolenu se kreću pod dejstvom inercije. Ovom kretanju se suprotstavlja sila trenja $dT_{m,k}$ i komponenta sile težine $dG_m \sin \varphi$, pa je jednačina dinamičke ravnoteže sila koje deluju na čestice materijala u elementarnoj zapremini kolena, a u pravcu su kretanja čvrstih čestica materijala:

$$\left. \begin{aligned} \underbrace{dm_m \frac{dv}{dt}}_{\text{silna inercije}} &= \underbrace{-dG_m \cdot \sin \varphi - dT_{k.m}}_{\text{silna koja se suprotstavlja kretanju}} \\ dm_m \frac{dv}{dt} &= -g \sin \varphi dm_m - f \left(\frac{v^2}{R_s} + g \cos \varphi \right) dm_m \end{aligned} \right\}, \quad (5.34)$$

Deljenjem sa dm_m , napred data jednačina svodi se na oblik:

$$\frac{dv}{dt} = - \left[g \sin \varphi + f \cdot \left(\frac{v^2}{R_s} + g \cdot \cos \varphi \right) \right] \quad (5.35)$$

i ovo je diferencijalna jednačina kretanja čestica transportovanog materijala u kolenu H-Vg.

Prema jednačini (5.35), kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenu je usporeno, što je i logično, jer se njihovo kretanje vrši pod dejstvom inercije.

Kako je

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R_s} \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{2R_s} \frac{d(v^2)}{d\varphi}$$

diferencijalna jednačina (5.35) se svodi na oblik:

$$\frac{d(v^2)}{d\varphi} + 2f v^2 = -2gR_s (\sin \varphi + f \cdot \cos \varphi) \quad (5.36)$$

Uz početni uslov $v=v_1$, za $\varphi=0$, rešenje diferencijalne jednačine (5.36) daje sledeću funkcionalnu vezu $v=v(\varphi)$:

$$v(\varphi) = \frac{1}{e^{f\varphi}} \sqrt{v_1^2 + \frac{2gR_s}{4f^2+1} \{2f^2 - 1 - e^{2f\varphi} [3f \cdot \sin \varphi + (2f^2 - 1)\cos \varphi]\}}, \quad (5.37)$$

Na izlazu iz kolena ($\varphi=\pi/2$) brzina kretanja čestica materijala ($v=v_2$) je:

$$v_2 = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{v_1^2 - \frac{2gR_s}{4f^2+1} [(1+3fe^{\pi \cdot f}) - 2f^2]} \quad (5.38)$$

a odnos brzina kretanja čvrstih čestica materijala, na izlazu (v_2) i ulazu (v_1) u koleno je:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{1 - \frac{gR_s}{v_1^2} \frac{2}{4f^2+1} [(1+3fe^{\pi \cdot f}) - 2f^2]}, \quad (5.38')$$

Veličina
$$F_1 = \frac{2}{4f^2+1} [(1+3fe^{\pi \cdot f}) - 2f^2],$$

koja figuriše u izrazima (5.38) i (5.38') veća je od nule ($F_1>0$) i po vrednosti raste sa povećanjem koeficijenta trenja f ($f \leq 1$), pa, prema ovome, sleduje da je kod materijala sa većim koeficijentom trenja, odnos brzina v_2/v_1 manji, s tim što je uvek $v_2/v_1 < 1$.

Što se tiče uticaja radijusa krivine kolena (R_s) na odnos brzina v_2/v_1 pri transportu jednog te istog materijala ($f=const.$), prema izrazu (5.38') sleduje da se smanjenjem radijusa R_s odnos brzina v_2/v_1 povećava.

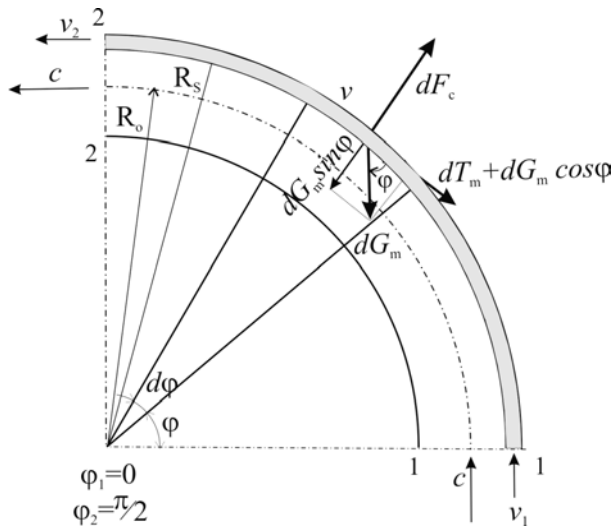
Da bi čvrste čestice materijala, pod dejstvom inercije, izašle iz kolena ($v_2 > 0$), čime bi se izbeglo začepeljivanje kolena, prema izrazu (5.38) mora biti ispunjen uslov:

$$v_1 \geq v_1^{(min)}, \text{ gde je } v_1^{(min)} > \sqrt{\frac{2g R_s}{4f^2 + 1} [(1 + 3fe^{\pi \cdot \varphi}) - 2f^2]} \quad (5.39)$$

Ukoliko je $v_1 < v_1^{(min)}$, prema izrazima (5.38) i (5.38') dobijaju se imaginarni vrednosti za v_2 , odnosno v_2/v_1 , što prema modelu kretanja čestica transportovanog materijala, prema kojem su ovi izrazi izvedeni, znači da čestice materijala ne izlaze iz kolena, već se transportovani materijal gomila u kolenu. Realno, do potpunog prekida daljeg protoka transportovanog materijala neće doći (pri malim brzinama ulaska čvrstih čestica transportovanog materijala u koleno, model kretanja čvrstih čestica materijala, prema kojem su izvedeni izrazi (5.38) i (5.38'), nije potpuno odgovarajući), ali je sigurno, da će u ovom kolenu započeti proces začepeljivanja cevovoda, što je praćeno povećanjem pritiska duvaljke, odnosno povećanjem potpritiska vakuumpumpe, ako se radi o usisnom transportu. Povećanje pritiska duvaljke, odnosno povećanje potpritiska vakuumpumpe, indikator je pojave začepeljivanja cevovoda i signalizuje da se doziranje transportovanog materijala prekine (dok se nagomilani materijal ne izduva, odnosno usisa).

U svakom slučaju, da koleno H-Vg ne bi bilo uzrok začepeljivanja cevovoda, horizontalna deonica cevovoda ispred ovog kolena mora biti dovoljno dugačka da brzina kretanja čestica na kraju ove deonice (na ulazu u koleno) bude veća od brzine $v_1^{(min)}$, definisane izrazom (5.39).

5.4.2. Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenu V_g - H



Slika 37.

Normalna komponenta sila koje deluju na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena (sl.37), usmerena ka periferiji kolena, je:

$$dF_n = dF_c - dG_m \sin \varphi = \left(\frac{v^2}{R_s} - g \sin \varphi \right) dm_m \quad (5.40)$$

Prema napred datom izrazu može se zaključiti da intenzitet sile dF_n opada na putu prema izlazu iz kolena (sa povećanjem ugla φ), a postoji mogućnost da ova sila promeni i smer dejstva (za $dF_n < 0$, kada deluje prema centru krivine kolena).

Razmatranje kretanja čestica transportovanog materijala (u kolenu V_g -H) po modelu, da se čestice materijala, pod dejstvom inercije, kreću kližući se po spoljašnjem zidu kolena, ima smisla za $dF_n > 0$, odnosno za:

$$v > \sqrt{gR_s \sin \varphi}. \quad (5.41)$$

U slučaju da brzina kretanja čestica materijala u nekom delu kolena opadne na veličinu

$$v < \sqrt{gR_s \sin \varphi} \quad (5.42)$$

materijal se rasejava po protočnom preseku kolena i struja transportnog gasa ga ubrzava, po istom mehanizmu kao što to radi u horizontalnim ili vertikalnim cevovodima. Ovako ubrzane čestice transportovanog materijala mogu opet biti "zalepljene" na spoljašnji zid kolena, ali je važno zaključiti, da **koleno V_g -H ne predstavlja opasnost začepljivanja cevovoda.**

Razmotrimo primer kretanja materijala u kolenu V_g -H uz pretpostavku da je uslov dat nejednačinom (5.41) ispunjen, što znači, da se čestice transportovanog materijala, pod dejstvom inercije, duž celog kolena kreću kližući se o spoljašnji zid kolena. Da je rešenje ovako postavljenog zadatka ispravno proverava se uslovom da je dobijena brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu iz kolena (v_2), veća od brzine, koja bi se, prema jednačini (5.41) dobila za $\varphi = \pi/2$ ($\varphi = 90^\circ$)

$$v_2 > v_2^*, \quad \text{gde je } v_2^* = \sqrt{gR_s} \quad (5.43)$$

Za $dF_n = (v^2/R_s - g \sin \varphi) > 0$, sila trenja čvrstih čestica materijala, koje klize po spoljašnjem zidu kolena, je:

$$dT_{m.k} = f \cdot dF_n = f \cdot \left(\frac{v^2}{R_s} - g \cdot \sin \varphi \right) dm_m \quad (5.44)$$

Prema silama koje deluju na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena, a u pravcu su kretanja čestica materijala (sl.37), diferencijalna jednačina kretanja čestica transportovanog materijala u kolenu V_g -H ima oblik:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = -dG_m \cos \varphi - dt_{m.k} = -g \cos \varphi \cdot dm_m - f \left(\frac{v^2}{R_s} - g \sin \varphi \right) dm_m, \quad (5.45)$$

odnosno,

$$\frac{dv}{dt} = - \underbrace{\left[g(\cos \varphi - f \cdot \sin \varphi) + f \frac{v^2}{R_s} \right]}_{\text{usporeno kretanje}}, \quad \text{za } v > \sqrt{gR_s \sin \varphi} \quad (5.46)$$

Kako je

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R_s} \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{2R_s} \frac{d(v^2)}{d\varphi}$$

diferencijalna jednačina (5.46) može da se svede na oblik:

$$\frac{d(v^2)}{d\varphi} + 2f v^2 = -2gR_s(\cos \varphi - f \sin \varphi), \quad (5.47)$$

Uz početni uslov $v=v_1$, za $\varphi=0$, rešenje diferencijalne jednačine (5.47) je:

$$v(\varphi) = \frac{1}{e^{f \cdot \varphi}} \sqrt{v_1^2 + \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} \{3f + e^{2f\varphi} [(2f^2 - 1)\sin \varphi - 3f \cos \varphi]\}}, \quad (5.48)$$

Brzine kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu iz kolena ($\varphi=\pi/2$) je:

$$v_2 = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{v_1^2 + \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi \cdot f} (2f^2 - 1)]}, \quad (5.49)$$

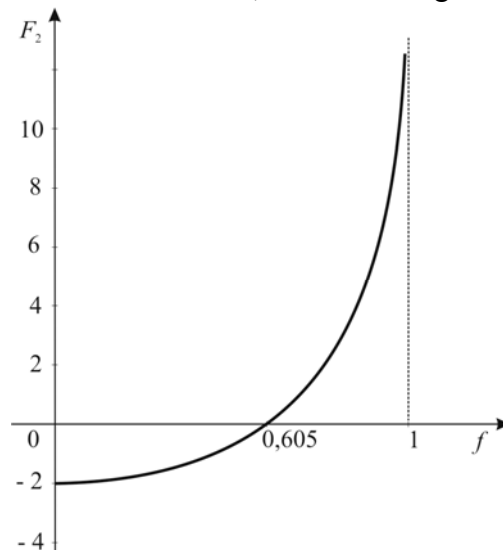
dok je odnos brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu (v_2) i ulazu (v_1) u koleno:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{1 + \frac{gR_s}{v_1^2} \frac{2}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi \cdot f} (2f^2 - 1)]}, \quad (5.49')$$

Kako se materijal kreće po inerciji, odnos brzina v_2/v_1 manji je od jedinice ($v_2 < v_1$), a kako se prema jednačini (5.49'), može zaključiti, veličina ovog odnosa brzina zavisi od koeficijenta trenja f i poluprečnika spoljašnje krivine kolena R_s .

Veličina
$$F_2 = \frac{2}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi \cdot f} (2f^2 - 1)],$$

koja figuriše u jednačinama (5.49) i (5.49'), ima negativnu vrednost ($F_2 < 0$) za $f < 0,605$, a za $f > 0,605$ je pozitivna ($F_2 > 0$), kao što je prikazano na sl.38. Prema ovome, kod materijala sa većim koeficijentom trenja f veći je odnos brzina v_2/v_1 , u kolenu istog radijusa krivine.



Slika 38.

Imajući u vidu karakter promene $F_2(f)$, prema izrazu (5.49') se može zaključiti, da pri transportu jednog te istog materijala ($f=const.$) odnos brzina v_2/v_1 raste sa smanjenjem radijusa

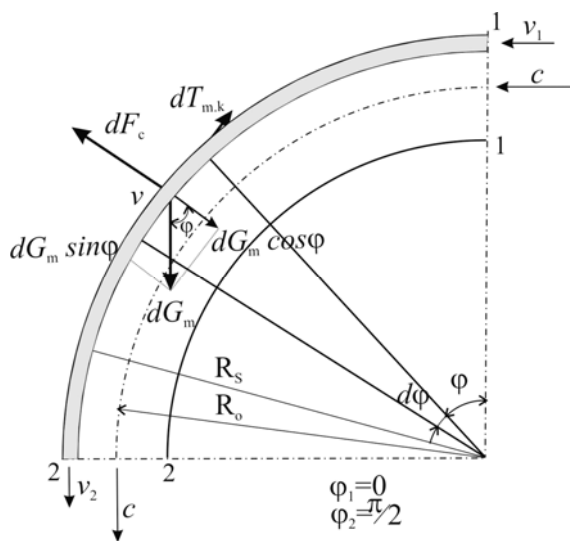
R_s , ukoliko je $f < 0,605$, odnosno, odnos brzina v_2/v_1 raste sa povećanjem radijusa R_s , ukoliko je $f > 0,605$.

Jednačine (5.49) i (5.49') važe za $v_2 > v_2^*$, gde je v_2^* definisana izrazom (5.43). Ukoliko se prema izrazima (5.49), ili (5.49'), dobije $v_2 < v_2^*$, znači da je na nekom putu kroz koleno ($\varphi = \varphi_0^*$) došlo do rasejavanja materijala za :

$$v = v_o = \sqrt{g R_s \cos \varphi_o} .$$

Po rasejavanju, čvrste čestice materijala se ubrzavaju i mogu opet da se "prilepe" uz spoljašnji zid kolena, ali je, u svakom slučaju sigurno, da brzina kretanja čvrstih čestica materijala na izlazu iz kolena neće biti manja od v_2^* .

5.4.3. Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenu H - V_d



Slika 39.

Normalna komponenta sile koja deluje na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena (sl.39), usmerena ka periferiji kolena, je:

$$dF_n = dF_c - dG_m \cos \varphi = \left(\frac{v^2}{R_s} - g \cos \varphi \right) dm_m . \quad (5.50)$$

Ova sila je usmerena ka periferiji kolena ($dF_n > 0$) za:

$$v > \sqrt{g R_s \cos \varphi} , \quad (5.51)$$

što na ulazu u koleno ($\varphi=0$, $v=v_1$) odgovara uslovu:

$$v_1 > \sqrt{g R_s} . \quad (5.51')$$

U koliko čvrste čestice transportovanog materijala ulaze u koleno brzinom:

$$v_1 < \sqrt{g R_s}$$

onda se one neće odmah "lepiti" za zid kolena. Čestice materijala, u ovom slučaju, ulaze u koleno u raspršenom stanju i ubrzavaju se, sve dok njihova brzina ne zadovolji uslov (5.51), kada se

čestice materijala "lepe" za zid kolena i nastavljaju svoje kretanje pod dejstvom inercije, kličući se uz spoljašnji zid kolena.

Razmotrimo slučaj kada je: $v_1 > \sqrt{gR_s}$

pa se čvrste čestice transportovanog materijala odmah po ulazu u koleno "lepe" za zid cevi.

Sila trenja čvrstih čestica transportovanog materijala o zid kolena u ovom slučaju je:

$$dT_{m.k} = f \cdot dF_n = f \cdot \left(\frac{v^2}{R_s} - g \cos \varphi \right) dm_m, \quad (5.52)$$

pa prema silama koje deluju na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena, a u pravcu su kretanja čestica materijala (sl.39), jednačina dinamičke ravnoteže sila glasi:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = dG_m \sin \varphi - dT_{m.k} = \left[g \sin \varphi - f \cdot \left(\frac{v^2}{R_s} - g \cos \varphi \right) \right] dm_m \quad (5.53)$$

Deljenjem sa dm_m napred data diferencijalna jednačina se svodi na oblik:

$$\frac{dv}{dt} = -f \frac{v^2}{R_s} + g (\sin \varphi + f \cdot \cos \varphi), \quad (5.54)$$

i ovo je diferencijalna jednačina kretanja čestica transportovanog materijala u kolenu H-V_d.

Prema jednačini (5.54), za $v_1 > \sqrt{gR_s}$, kretanje čestica materijala na ulazu u koleno je usporeno, sa usporenjem

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_{\varphi=0} = -f \left[\left(\frac{v_1^2}{R_s} \right) - g \right].$$

Kretanje čestica će biti usporeno sve dok je zadovoljen uslov:

$$\frac{dv}{dt} = -f \frac{v^2}{R_s} + g (\sin \varphi + f \cdot \cos \varphi) < 0$$

tj.

$$v > \sqrt{g R_s \left(\cos \varphi + \frac{\sin \varphi}{f} \right)}.$$

Ukoliko brzina kretanja čestica transportovanog materijala u nekom preseku kolena ($\varphi = \varphi_0$) opadne do veličine:

$$v = v_0 = \sqrt{g R_s \left(\cos \varphi_0 + \frac{\sin \varphi_0}{f} \right)},$$

njihovo kretanje postaje ubrzano, s tim daje.

$$\sqrt{g R_s \cos \varphi} < v(\varphi) < \sqrt{g R_s \left(\cos \varphi + \frac{\sin \varphi}{f} \right)} \quad \text{za } \varphi > \varphi_0.$$

Zbog mogućeg ubrzanog kretanja u jednom delu kolena, brzina čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu iz kolena može biti i veća od brzine koju je materijal imao

na ulazu u koleno. Do ovakvog slučaja može doći u slučaju da transportovani materijal, koji ima mali koeficijent trenja, ulazi u koleno relativno malom brzinom.

Kako je

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R_s} \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{2R_s} \frac{d(v^2)}{d\varphi},$$

diferencijalna jednačina (5.54) može se svesti na oblik:

$$\frac{d(v^2)}{dt} + 2f v^2 = 2g R_s (\sin \varphi + f \cos \varphi), \quad (5.55)$$

Uz početni uslov $v=v_1$, za $\varphi=0$, rešenje diferencijalne jednačine (5.55) je:

$$v(\varphi) = \frac{1}{e^{f \cdot \varphi}} \sqrt{v_1^2 + \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} \{e^{2f\varphi} [(2f^2 - 1)\cos \varphi + 3f \sin \varphi] - (2f^2 - 1)\}}. \quad (5.56)$$

Brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu iz kolena ($\varphi=\pi/2$) je:

$$v_2 = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{v_1^2 + \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} [3fe^{\pi \cdot f} - (2f^2 - 1)]}, \quad (5.57)$$

dok je odnos brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu (v_2) i ulazu (v_1) u koleno:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{1 + \frac{gR_s}{v_1^2} \frac{2}{4f^2 + 1} [3fe^{\pi \cdot f} - (2f^2 - 1)]}. \quad (5.57')$$

Veličina

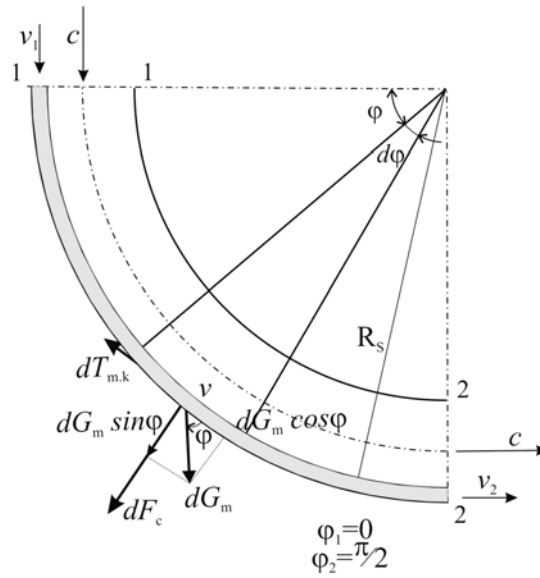
$$F_3 = \frac{2}{4f^2 + 1} [3fe^{\pi \cdot f} - (2f^2 - 1)],$$

koja figuriše u izrazu (5.57') veća je od nule ($F_3 > 0$) za sve vrednosti koeficijenta trenja ($0 \leq f \leq 1$), pa se prema izrazu (5.57') može zaključiti da povećanje radijusa R_s vodi povećanju odnosa brzina v_2/v_1 .

Jednačina (5.57), odnosno (5.57'), koje sledeju iz jednačine (5.56), važe u slučaju kada je uslov dat nejednačinom (5.51) ispunjen duž celog kolena. U slučaju da u nekom od protočnih preseka kolena ($\varphi=\varphi_A$) brzina čvrstih delića opadne na $v(\varphi_A) \leq \sqrt{g R_s \cos \varphi_A}$ doći će do rasejavanja čvrstih čestica materijala po celom protočnom preseku. Čvrste čestice se ubrzavaju i ponovo "prilepljuju" za zid kolena, a sigurno je da će realna brzina v_2 biti veća od one dobijene korišćenjem jednačine (5.57) ili (5.57').

U kolenima H-V_d ne može doći do nagomilavanja materijala, pa ova kolena ne predstavljaju opasnost po začepljivanje transportnog cevovoda.

5.4.4. Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenu $V_d - H$



Slika 41.

Normalna komponenta sile koja deluje na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena (sl.41) je:

$$dF_n = dG_m \sin \varphi + dF_c = \left(g \sin \varphi + \frac{v^2}{R_s} \right) dm_m, \quad (5.58)$$

i uvek je usmerena ka periferiji kolena, "lepeći" čestice materijala uz periferijski zid kolena.

Čestice materijala se kreću, pod dejstvom gravitacije ili inercije, kližući se uz periferijski zid kolena, pa je sila trenja:

$$dT_{m,k} = f \cdot dF_n = f \cdot \left(g \sin \varphi + \frac{v^2}{R_s} \right) dm_m. \quad (5.59)$$

Jednačina dinamičke ravnoteže sila koje deluju na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena, a u pravcu su kretanja čestica materijala glasi:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = dG_m \cos \varphi - dT_{m,k} = \left[g \cos \varphi - f \cdot \left(g \sin \varphi + \frac{v^2}{R_s} \right) \right] dm_m, \quad (5.60)$$

Deljenjem sa dm_m , napred data jednačina, svodi se na diferencijalnu jednačinu kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala, oblika:

$$\frac{dv}{dt} = g(\cos \varphi - f \sin \varphi) - f \frac{v^2}{R_s}. \quad (5.61)$$

Prema jednačini (5.61) kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu iz kolena je uvek usporeno ($(dv/dt)_{\varphi=\pi/2} < 0$), a da li će kretanje čestica materijala na ulazu u koleno biti usporeno ili ubrzano zavisi od brzine čestica materijala na ulazu u koleno (v_1) i koeficijenta trenja (f).

Za $v_1 < \sqrt{g R_s / f}$, kretanje čvrstih čestica materijala na ulazu u razmatrano koleno je ubrzano (tada je sila gravitacije veća od sile trenja), a za $v_1 > \sqrt{g R_s / f}$, kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala je od samog početka kolena usporeno.

Kako je:
$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R_s} \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{2R_s} \frac{d(v^2)}{d\varphi}$$

diferencijalna jednačina (5.61) može se svesti na oblik:

$$\frac{d(v^2)}{d\varphi} + 2f v^2 = 2gR_s (\cos \varphi - f \sin \varphi). \quad (5.62)$$

Uz početni uslov: $v=v_1$, za $\varphi=0$, rešenje diferencijalne jednačine (5.62) je:

$$v = \frac{1}{e^{f\varphi}} \sqrt{v_1^2 - \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} \{3f + e^{2f\varphi} [(2f^2 - 1)\sin \varphi - 3f \cos \varphi]\}}. \quad (5.63)$$

Zamenjujući u napred datom izrazu $\varphi=\pi/2$, dobija se formula za izračunavanje brzine kretanja čestica materijala na izlazu iz kolena

$$v_2 = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{v_1^2 - \frac{2gR_s}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi f} (2f - 1)]}, \quad (5.64)$$

dok je odnos brzina kretanja čvrstih čestica transportovanog materijala na izlazu (v_2) i ulazu (v_1) u koleno:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}f}} \sqrt{1 - \frac{2gR_s}{v_1^2} \frac{2}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi f} (2f - 1)]}, \quad (5.64')$$

Veličina:

$$F_2 = F_2(f) = \frac{2}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi f} (2f - 1)],$$

koja figuriše u izrazima (5.64) i (5.64'), a koja takođe, figuriše i u izrazima (5.49) i (5.49'), kod kolena V_d-H, ima karakter kao na sl.38, prema kojoj je: $F_2 < 0$, za $f < 0,605$ i $F_2 > 0$, za $f > 0,605$.

Za $f > 0,605$ ($F_2 > 0$) rešenje jednačine (5.64) ili (5.64') može biti i imaginaran broj, što fizički znači da čvrste čestice transportovanog materijala ne izlaze iz kolena (talože se u kolenu-začepuju koleno). Da pri $f > 0,605$ čvrste čestice transportovanog materijala ne bi začepljivale koleno mora biti ispunje uslov :

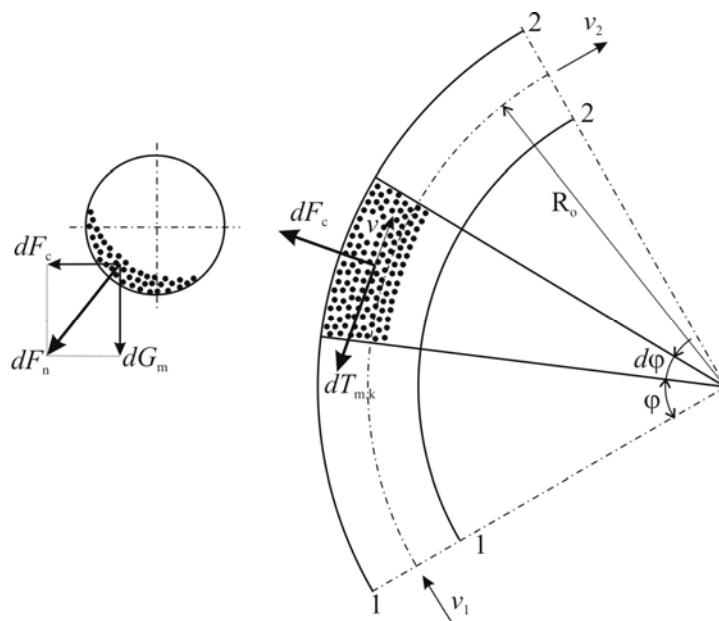
$$v_2 > 0 \Rightarrow v_1 \sqrt{\frac{2gR_s}{4f^2 + 1} [3f + e^{\pi f} (2f - 1)]}, \quad za f > 0,605, \quad (5.65)$$

Za $f < 0,605$ je $F_2(f) < 0$, pa prema jednačini (5.64) ili (5.64') sleduje da je $v_2 > 0$ za svako $v_1 > 0$, što, teorijski, znači da pri transportu čvrstih čestica materijala sa koeficientom trenja $f < 0,605$ ne postoji mogućnost začepljivanja ovog kolena.

Što se tiče uticaja veličine radijusa kolena (R_s) na veličinu odnosa brzina v_2/v_1 pri transportu istog materijala ($f = const.$), prema jednačini (5.64') i karakteru veličine $F_2(f)$, koja u ovoj jednačini figuriše, može se zaključiti:

- ◆ za $f < 0,605$, kada je $F_2(f) < 0$, povećanje radijusa (R_s) vodi povećanju odnosa v_2/v_1 ,
- ◆ za $f > 0,605$, kada je $F_2(f) < 0$, smanjuje radijus (R_s) vodi povećanju odnosa v_2/v_1 .

5.4.5 Kretanje čvrstih čestica transportovanog materijala u kolenima koja leže u horizontalnoj ravni



Slika 42.

Na zid kolena normalna komponenta sile koja deluje na čestice transportovanog materijala u elementarnoj zapremini kolena je:

$$dF_n = \sqrt{dF_c^2 + dG_m^2}$$

$$dF_n = dm_m \sqrt{\left(\frac{v^2}{R_o}\right)^2 + g^2} = dm_m \cdot g \sqrt{\left(\frac{v^2}{gR_0}\right)^2 + 1} \quad (5.66)$$

pa je sila trenja čestica transportovanog materijala o zid kolena:

$$dT_{m.k} = f \cdot dF_n = dm_m \cdot f \cdot g \sqrt{\left(\frac{v^2}{gR_0}\right)^2 + 1}, \quad (5.67)$$

Čestice transportovanog materijala na ulazu u koleno ($\varphi=0$) imaju brzinu v_1 , a kroz koleno se kreću inercijski. Jednačina kretanja čestica transportovanog materijala sadržanih u elementarnoj zapremini kolena opisuje se jednačinom:

$$dm_m \frac{dv}{dt} = -dT_{m.k} = -dm_m \cdot f \cdot g \sqrt{\left(\frac{v^2}{gR_0}\right)^2 + 1}, \quad (5.68)$$

odnosno:

$$\frac{dv}{dt} = -f \cdot g \sqrt{\left(\frac{v^2}{gR_0}\right)^2 + 1}, \quad (5.69)$$

odakle sleduje da je kretanje materijala usporeno ($dv/dt < 0$).

Kako je:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{R_0} \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{2R_0} \frac{d(v^2)}{d\varphi}$$

diferencijalna jednačina (5.69), može da se svede na oblik:

$$\frac{d(v^2)}{2R_0 f g \sqrt{\left(\frac{v^2}{gR_0}\right)^2 + 1}} = -d\varphi. \quad (5.70)$$

Integral diferencijalne jednačine (5.70) u granicama od ($\varphi=0, v=v_1$) do ($\varphi=\pi/2, v=v_2$), daje vezu između brzina kretanja čestica na izlazu (v_2) i ulazu (v_1) u koleno:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{A^2 - \left(\frac{gR_0}{v_1^2}\right)^2}{2A}}, \quad (5.71)$$

gde je:

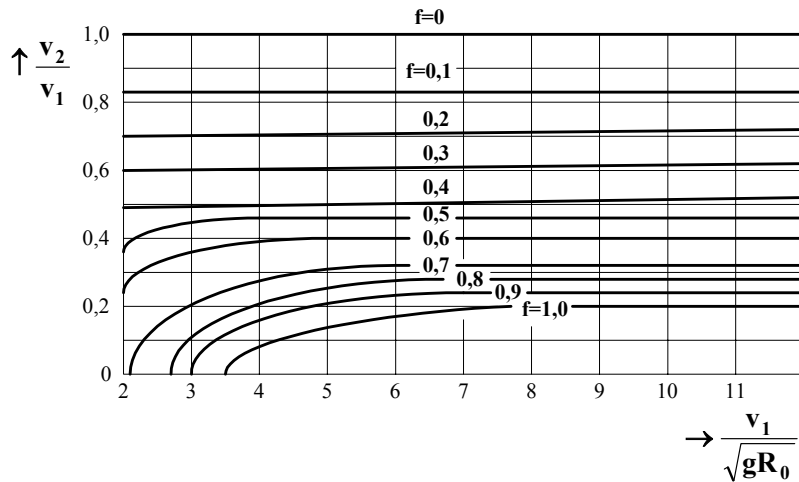
$$A = \frac{1}{e^{\pi \cdot f}} \left[1 + \sqrt{\left(\frac{gR_0}{v_1^2}\right)^2 + 1} \right].$$

Da bi prema izrazu (5.71) dobijeni odnos brzina v_2/v_1 bio realan broj veći od nule ($0 < v_2/v_1 < 1$), što znači da čvrste čestice transportovanog materijala, pod dejstvom inercije, izlaze iz kolena, mora biti zadovoljen uslov:

$$\frac{v_1}{\sqrt{gR_0}} > \sqrt{\frac{e^{2\pi \cdot f} - 1}{2e^{\pi \cdot f}}}, \quad (5.72)$$

gde je: $\sqrt{\frac{e^{2\pi \cdot f} - 1}{2e^{\pi \cdot f}}} = \sqrt{sh(\pi \cdot f)}$.

Ako napred dat uslov nije zadovoljen, čvrste čestice transportovanog materijala začepljivaće horizontalno koleno.



Slika 43.

Na sl.43 dati su grafici funkcija:

$$\frac{v_2}{v_1} = F\left(\frac{v_1}{\sqrt{gR_o}}\right)$$

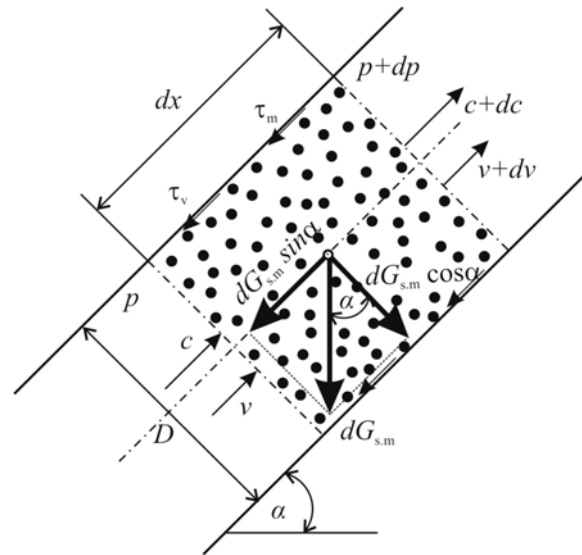
za različite veličine koeficijenta trenja (f). Kako se sa slike 43 da zaključiti, pri većim vrednostima $v_1/\sqrt{gR_o}$ odnos brzina v_2/v_1 zavisi samo od koeficijenta trenja f . Uticaj radijusa krivine kolena R_o , u ovakvim slučajevima, je zanemarljiv.

Zanemarujući član $v_1/\sqrt{gR_o}$ u izrazu (5.71), ovaj se svodi na oblik:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2} \cdot f}}$$

Do napred datog izraza došlo bi se, uz zanemarivanje uticaja težine čestica materijala na njihovo kretanje u razmatranom kolenu.

6. PAD PRITISKA U PRAVOLINIJSKIM DEONICAMA CEVOVODA PNEUMATIČKOG TRANSPORTA



Slika 44.

Do jednačine za određivanje pada pritiska u cevovodu u kojem struji transportni gas (obično vazduh), koji sa sobom nosi čestice transportovanog materijala, dolazi se primenom zakona promene količine kretanja smeše gasa i transportovanog materijala. Za smešu transportnog gasa i čestica transportovanog materijala u elementarnoj zapremini cevovoda (sl.44), matematička formulacija zakona promene količine kretanja u jedinici vremena, za smešu koja se nalazi u datom trenutku nalazi u posmatranoj elementarnoj zapremini, glasi:

$$\dot{m}_v dc + \dot{m}_m dv = dP - dG_{sm} \sin \alpha - dT_v - dT_m, \quad (6.1)$$

Na levoj strani jednačine su članovi koji odgovaraju promeni količine kretanja smeše u jedinici vremena i to:

$\dot{m}_v dc$ – odgovara promeni količine kretanja gasa,

\dot{m}_v – maseni protok transportnog gasa,

dc – promena brzine strujanja transportnog gasa na putu dx ,

$\dot{m}_m dv$ – odgovara promeni količine kretanja transportovanog materijala

\dot{m}_m – maseni protok transportovanog materijala,

dv – promena brzine kretanja čestica transportovanog materijala na putu dx .

Sa desne strane jednačine (6.1) su sile koje, u pravcu ose cevovoda, deluju na smešu transportnog gasa i čestica transportovanog materijala u elementarnoj zapremini cevovoda:

- **sila pritiska:**

$$dP = pA - (p+dp)A = -Adp,$$

- **komponenta težine smeše** u pravcu ose cevovoda:

$$dG_{sm} \sin \alpha = \rho_{sm} g A \sin \alpha dx$$

- **sila trenja transportnog gasa:**

$$dT_v = \tau_v D \pi dx$$

(τ_v – tangencijalni napon trenja transportnog gasa o zid cevovoda)

- **sila trenja čestica transportovanog materijala:**

$$dT_m = \tau_m D \pi dx.$$

(τ_m – tangencijalni napon trenja transportovanog materijala o zid cevovoda)

Zamenjujući napred navedenim izrazima sile u jednačini (6.1), ova se svodi na:

$$\dot{m}_v dc + \dot{m}_m dv = -Adp - \rho_{sm} g A \sin \alpha \cdot dx - \pi D (\tau_v + \tau_m) dx, \quad (6.1)$$

Prema napred datoj jednačini, izraz za određivanje pada pritiska transportnog gasa na elementarnoj dužini cevovoda glasi:

$$-dp = \frac{\pi D}{A} (\tau_v + \tau_m) dx + \rho_{sm} g \sin \alpha \cdot dx + \frac{\dot{m}_m}{A} dv + \frac{\dot{m}_v}{A} dc, \quad (6.2)$$

gde je $dp < 0$.

Fizičko značenje članova sa desne strane jednačine (6.2) je sledeće:

$$-dp' = \frac{\pi D}{A} (\tau_v + \tau_m) dx \quad \text{– pad pritiska transportnog gasa zbog trenja transportnog gasa i trenja transportovanog materijala o zid cevovoda,}$$

$$-dp'' = \rho_{sm} g \sin \alpha \cdot dx \quad \text{– pad pritiska transportnog gasa zbog dizanja transportnog gasa i transportovanog materijala,}$$

$$-dp''' = \frac{\dot{m}_m}{A} dv \quad \text{– pad pritiska transportnog gasa zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala}$$

$$-dp^{IV} = \frac{\dot{m}_v}{A} dc \quad \text{– pad pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa.}$$

S obzirom na napred uvedene oznake za padove pritiska transportnog gasa prema uzrocima, može se pisati da je:

$$-dp = (-dp') + (-dp'') + (-dp''') + (-dp^{IV})$$

Tangencijalni naponi trenja transportnog gasa (τ_v) i trenja transportovanog materijala (τ_m) mogu se izraziti formulama (5.3) i (5.4):

$$\tau_v = \rho_v \frac{\lambda_v}{4} \frac{c^2}{2}, \quad \tau_m = q_m \frac{\lambda_m}{4} \frac{v^2}{2}$$

pa jednačina za proračun pada pritiska zbog trenja transportnog gasa i trenja transportovanog materijala na elementarnoj dužini cevovoda, dobija oblik:

$$-dp' = \rho_v \frac{\lambda_v c^2}{D} dx + q_m \frac{\lambda_m v^2}{D} dx \quad . \quad (6.3)$$

Masa transportovanog materijala u jedinici zapremine cevovoda,

$$q_m = \frac{dm_m}{dV} = \frac{\rho_m A_m dx}{A dx} = \frac{\rho_m A_m}{A} .$$

s obzirom da je:

$$A_m = \frac{\dot{m}_m}{\rho_m v} \quad \text{i} \quad A = \frac{A_v}{\psi} = \frac{\dot{m}_v}{\psi \rho_v c}$$

može se izraziti formulom

$$q_m = \rho_v \frac{\dot{m}_m c}{\dot{m}_v v} \psi = \rho_v \psi \mu \frac{c}{v}, \quad \left(\mu = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_m} \right),$$

pa se jednačina za $-dp'$ svodi na oblik:

$$-dp' = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v \lambda_m \mu \psi \frac{c^2 v}{2D c} dx \quad . \quad (6.4)$$

Kod letećeg pneumatičkog transporta sa specifičnim masenim protokom materijala $\mu \leq 10$, poroznost transportnog cevovoda je $\psi > 0,95$, pa se u ovakvim slučajevima, bez veće greške, može uzeti da je $\psi = 1$, čime se napred dat izraz svodi na:

$$-dp' = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v \lambda_m \mu \frac{c^2 v}{2D c} dx, \quad \text{za } \mu \leq 10 \quad . \quad (6.4)$$

Kako je ranije već istaknuto, razlikuju se koeficijenti trenja materijala (λ_m) za horizontalne ($\lambda_{m,x}$), vertikalne ($\lambda_{m,y}$) i pod uglom α nagnute ($\lambda_{m,\alpha}$) cevovode.

Koeficijent trenja transportnog gasa (λ_v) ne zavisi od nagiba cevovoda.

Gustina smeše transportnog gasa i transportovanog materijala, može se izraziti formulom (3.15),

$$\rho_{sm} = \rho_v \psi \left(1 + \mu \frac{c}{v} \right),$$

pa jednačina za proračun pada pritiska zbog dizanja transportnog gasa i transportovanog materijala, na elementarnoj dužini cevovoda, dobija oblik:

$$-dp'' = \rho_v g \cdot \psi \left(1 + \mu \frac{c}{v} \right) \sin \alpha \cdot dx \quad . \quad (6.5)$$

Kao i u prethodnom slučaju (za $-dp'$), za $\mu \leq 10$, može se uzeti da $\psi \rightarrow 1$, čime se napred dati izraz svodi na

$$-dp'' = \rho_v g \left(1 + \mu \frac{c}{v} \right) \sin \alpha \cdot dx, \quad \text{za } \mu \leq 10. \quad (6.5)$$

Kako je

$$\dot{m}_m = \mu \dot{m}_v = \mu \rho_v A_v c = \mu \rho_v A_v c = \mu \rho_v A \psi c,$$

jednačina za proračun pada pritiska zbog ubrzanja čestica transportovanog materijala na elementarnoj dužini cevovoda, dobija oblik

$$-dp''' = \rho_v \mu \psi c dv, \quad (6.6)$$

Za $\mu \leq 10$, kada je $\psi \approx 1$, napred data jednačina može da se piše i u obliku

$$-dp''' = \rho_v \mu c dv, \quad \text{za } \mu \leq 10. \quad (6.6)$$

Kako je

$$\dot{m}_v = \rho_v A_v c = \rho_v \psi \cdot A \cdot c$$

jednačina za proračun pada pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa na elementarnoj dužini cevovoda, dobija oblik:

$$-dp^{IV} = \rho_v \psi \cdot c \cdot dc = \rho_v \psi d(c^2/2). \quad (6.7)$$

Za $\mu \leq 10$, kada se, bez veće greške, može uzeti da je $\psi=1$, napred data jednačina može se pisati u obliku:

$$-dp^{IV} = \rho_v d(c^2/2), \quad \text{za } \mu \leq 10. \quad (6.7)$$

Kod niskopritisnog pneumatičkog transporta ($\Delta p \leq 10000$ Pa (1000 mmH₂O)) gustina transportnog gasa približno je konstantna ($\rho_v = \text{const.}$), pa se i brzina transportnog gasa u pravoj deonici cevovoda (koja je po pravilu istog prečnika) praktično ne menja ($c = \text{const.}$). Prema ovome, kod niskopritisnog letećeg pneumatičkog transporta nema pada pritiska zbog ubrzavanja gasne struje.

S obzirom na jednačine (6.4), (6.5), (6.6) i (6.7), jednačina (6.2), za izračunavanje pada pritiska transportnog gasa na elementarnoj dužini pravog cevovoda, dobija oblik:

$$\begin{aligned} -dp = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v \lambda_m \mu \psi \frac{c^2}{2D} \frac{v}{c} dx + \\ + \rho_v g \cdot \psi \left(1 + \mu \frac{c}{v}\right) \sin \alpha dx + \rho_v d\left(\frac{c^2}{2}\right) + \rho_v \mu \psi c dv \end{aligned} \quad (6.8)$$

Za leteći pneumatički transport specifičnog masenog protoka materijala $\mu \leq 10$ (kako se, u praksi, najčešće i projektuje ovaj transport), u napred datoj jednačini se, sa zanemarljivo malom greškom, može staviti da je $\psi=1$, pa ova dobija oblik:

$$\begin{aligned} -dp = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v \lambda_m \mu \frac{c^2}{2D} \frac{v}{c} dx + \\ + \rho_v g \left(1 + \mu \frac{c}{v}\right) \sin \alpha \cdot dx + \rho_v d\left(\frac{c^2}{2}\right) + \rho_v \mu \cdot c \cdot dv \end{aligned}, \quad \text{za } \mu \leq 10 \quad (6.8)$$

Pad pritiska ($\Delta p = p_1 - p_2$) od preseka 1, na početku razmatrane prave deonice cevovoda ($x=x_1=0$, $c=c_1$, $v=v_1$, $p=p_1$), do preseka 2, na kraju razmatrane deonice cevovoda ($x=x_2=L$, $c=c_2$, $v=v_2$, $p=p_2$), dobija se integraljenjem diferencijalne jednačine (6.8), odnosno integra-ljenjem diferencijalne jednačine (6.8'), ako se radi o letećem pneumatičkom transportu niske i srednje koncentracije materijala ($\mu \leq 10$). Ako se radi o niskopritisnom transportu, pri integraljenju navedenih jednačina, može se, sa zanemarljivo malom greškom, uzeti da je $\rho_v = \text{const.}$ i $c = \text{const.}$

6.1. PAD PRITISKA TRANSPORTNOG GASA U PRAVOLINIJSKIM DEONICAMA TRANSPORTNOG CEVOVODA NISKOPRITISNOG LETEĆEG PNEUMATIČKOG TRANSPORTA NISKE I SREDNJE KONCENTRACIJE MATERIJALA

Za niskopritisni leteći pneumatički transport ($\Delta p \leq 10000$ Pa (0,1bar), $\rho_v \cong \text{const.}$ i $c \cong \text{const.}$) niske i srednje koncentracije transportovanog materijala ($\mu \leq 10$, $\psi \approx 1$), integral diferencijalne jednačine (6.8'), u granicama od 1 ($x=x_1=0$, $v=v_1$, $p=p_1$) do 2 ($x=x_2=L$, $c=c_2$, $v=v_2$, $p=p_2$), glasi:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v \lambda_{m,\alpha} \mu \frac{c}{2D} \int_1^2 v dx + \rho_v g \sin \alpha L + \rho_v g \mu c \sin \alpha \int_1^2 \frac{dx}{v} + \rho_v \mu c (v_2 - v_1) \quad , \quad (6.9)$$

gde je $L=x_2-x_1$ dužina razmatrane prave deonice cevovoda.

Jednačina (6.9) je, u opštem slučaju, data za nagnut cevovod, pa u njoj, kao koeficijent trenja čestica transportovanog materijala (λ_m), figuriše koeficijent $\lambda_{m,\alpha}$, koji se odnosi na nagnute cevovode. Jednačina (6.9) važi i za horizontalne ($\alpha=0$, $\sin \alpha=0$) i za vertikalne ($\alpha=\pi/2$, $\sin \alpha=1$) cevovode, s tim što se u njoj koeficijent $\lambda_{m,\alpha}$ zamenjuje koeficijentom $\lambda_{m,x}$, za horizontalne cevovode, odnosno, koeficijentom $\lambda_{m,y}$, za vertikalne cevovode.

Da bi se u drugom i četvrtom članu sa desne strane jednačine (6.9) izračunale vrednosti integrala, koji u ovim članovima jednačine figurišu, potrebno je odrediti funkcionalnu zavisnost $v=v(x)$.

Jednačina (6.9) može da se napiše i u obliku:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta p' + \Delta p'' + \Delta p''' \quad , \quad (6.9)$$

gde su:

$$\Delta p' = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v \lambda_{m,\alpha} \mu \frac{c}{2D} \int_1^2 v dx \quad - \text{pad pritiska zbog trenja transportnog gasa i trenja čvrstih čestica transportovanog materijala o zid cevovoda,}$$

$$\Delta p'' = \rho_v g L \sin \alpha + \rho_v g \mu c \sin \alpha \int_1^2 \frac{dx}{v} \quad - \text{pad pritiska zbog dizanja transportnog gasa i trenja čvrstih čestica transportovanog materijala,}$$

$$\Delta p''' = \rho_v \mu c (v_2 - v_1) \quad - \text{pad pritiska zbog ubrzavanja čvrstih čestica transportovanog materijala.}$$

U izrazima (6.9) i (6.9') nema člana $\Delta p''$, koji bi odgovarao padu pritiska zbog ubrzanja transportnog gasa, jer se kod niskopritisnog letećeg pneumatskog transporta za koji važe izrazi (6.9) i (6.9'), ubrzanje gasa može zanemariti.

Izraz za $\Delta p'$, koji figuriše u jednačini (6.9'), može se rastaviti na dva dela:

$$\Delta p' = \Delta p'_{(v)} + \Delta p'_{(m)}, \quad (6.10)$$

gde su:

$$\Delta p'_{(v)} = \rho_v \lambda_v \frac{L c^2}{D 2} - \text{pad pritiska zbog trenja transportnog gasa o zid cevovoda,}$$

$$\Delta p'_{(m)} = \rho_v \lambda_{m,\alpha} \mu \frac{c}{2D} \int_1^2 v dx - \text{pad pritiska zbog trenja čvrstih čestica transportovanog materijala o zid cevovoda.}$$

Član $\Delta p'_{(m)}$, u napred datom izrazu, može da se napiše i u obliku:

$$\Delta p'_{(m)} = \Delta p'_{(m)k} \frac{\int_1^2 v dx}{v_{k,\alpha} L}, \quad (6.11)$$

gde je

$$\Delta p'_{(m)k} = \rho_v \mu \lambda_{m,\alpha} \left(\frac{v_{k,\alpha}}{c} \right) \frac{L c^2}{D 2} - \text{pad pritiska transportnog gasa koji bi odgovarao jednolikom kretanju čvrstih čestica transportovanog materijala graničnom brzinom } v=v_{k,\alpha}$$

Ako se razmatra horizontalni cevovod, u izrazu (6.11) umesto $\lambda_{m,\alpha}$ i $v_{k,\alpha}$, stoji $\lambda_{m,x}$ i $v_{k,x}$, a ako je u pitanju vertikalni cevovod, umesto $\lambda_{m,\alpha}$ i $v_{k,\alpha}$, stoji $\lambda_{m,y}$ i $v_{k,y}$.

I izraz za $\Delta p''$, koji figuriše u jednačini (6.9'), može da se razdeli na dva dela:

$$\Delta p'' = \Delta p''_{(v)} + \Delta p''_{(m)}, \quad (6.12)$$

gde su:

$$\Delta p''_{(m)} = \rho_v g \mu \cdot c \cdot \sin \alpha \int_1^2 \frac{dx}{v} - \text{pad pritiska zbog podizanja transportovanog materijala}$$

$$\Delta p''_{(v)} = \rho_v \cdot g \cdot L \cdot \sin \alpha - \text{pad pritiska zbog podizanja transportnog gasa}$$

Proračun pada pritiska transportnog gasa zbog trenja čvrstih čestica transportovanog materijala ($\Delta p'_{(m)}$) i zbog podizanja čvrstih čestica transportovanog materijala ($\Delta p''_{(m)}$) značajno se uprošćuje, ako se pretpostavi da čvrstie čestice transportovanog materijala dostignu graničnu brzinu ($v=v_k=const.$) na zanemarljivo kratkom putu u odnosu na dužinu *razmatrane pravolinijske deonice cevovoda*. U tom slučaju (za $v=v_k=const.$) dobija se:

$$\Delta p'_{(m)} = \Delta p'_{(m)k} = \rho_v \mu \lambda_m \left(\frac{v_k}{c} \right) \frac{L c^2}{D 2} = \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{L c^2}{D 2}, \quad \left(\lambda_m^* = \lambda_m \frac{v_k}{c} \right)$$

$$I \quad \Delta p''_{(m)} = \rho_v g \mu \frac{c}{v_k} L \sin \alpha$$

pa je:

$$\left. \begin{aligned} \Delta p' &= \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} (1 + \mu k) \frac{c^2}{2} \\ \lambda_m^* &= \lambda_m \frac{v_k}{c}, \quad k = \frac{\lambda_m^*}{\lambda_v} = \frac{\lambda_m}{\lambda_v} \left(\frac{v_k}{c} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (6.13)$$

$$\Delta p'' = \rho_v g \sin \alpha \left(1 + \mu \frac{c}{v_k} \right) L, \quad (6.14)$$

$$\Delta p''' = \rho_v \mu c (v_k - v_1). \quad (6.15)$$

Kako je ukupan pad pritiska

$$\Delta p = \Delta p' + \Delta p'' + \Delta p'''$$

s obzirom na jednačine (6.13), (6.14) i (6.15) dobija se:

$$\Delta p = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v g \sin \alpha \left(1 + \mu \frac{c}{v_k} \right) L + \rho_v \mu c (v_k - v_1). \quad (6.16)$$

U izrazu (6.13) figuriše *redukovani koeficijent trenja transportovanog materijala* $\lambda_m^* = \lambda_m (v_k/c)$, ili koeficijent $k = \lambda_m^*/\lambda_v$ i ovi koeficijenti se razlikuju za horizontalne ($\lambda_{m.x}^* = \lambda_{m.x} (v_{k.x}/c)$, $k_x = \lambda_{m.x}^*/\lambda_v$), vertikalne ($\lambda_{m.y}^* = \lambda_{m.y} (v_{k.y}/c)$, $k_y = \lambda_{m.y}^*/\lambda_v$) i nagnute ($\lambda_{m.\alpha}^* = \lambda_{m.\alpha} (v_{k.\alpha}/c)$, $k_\alpha = \lambda_{m.\alpha}^*/\lambda_v$) deonice cevovoda

Koeficijent λ_m (ili k) i granična brzina čestica materijala v_k , u izrazima (6.13)÷(6.15), nisu indeksirani prema nagibu cevovoda (x, y, α), jer jednačine (6.13)÷(6.15), u opštem slučaju, važe za sve pravolinijske deonice cevovoda, s tim da je kod horizontalnih cevovoda ($\alpha=0$) $\Delta p''=0$.

U nemačkoj literaturi se formula za proračun pada pritiska zbog trenja transportnog gasa i trenja čvrstih čestica transportovanog materijala ($\Delta p'$) obično daje u obliku:

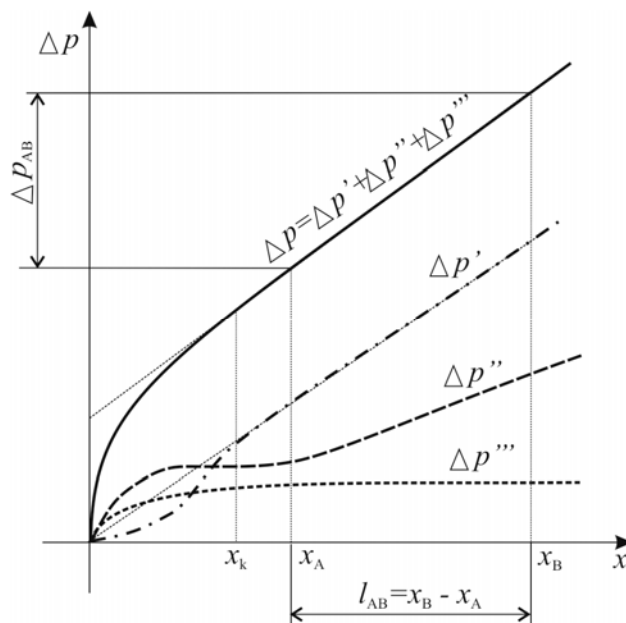
$$\Delta p' = \rho_v \lambda_{sm} \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}, \quad (6.17)$$

gde je λ_{sm} – koeficijent trenja smeše (suspenzije) transportnog gasa i čvrstih čestica transportovanog materijala.

Upoređujući izraze (6.13) i (6.17), može se zaključiti, da je:

$$\lambda_{sm} = \lambda_v + \mu \lambda_m^* = \lambda_v + \mu \lambda_m \left(\frac{v_k}{c} \right). \quad (6.18)$$

Razlikuju se koeficijenti trenja smeše transportnog gasa i čvrstih čestica transportovanog materijala za horizontalan ($\lambda_{sm.x}$), vertikalni ($\lambda_{sm.y}$) i nagnuti ($\lambda_{sm.\alpha}$) cevovod.



Slika 45.

Na sl.45 dat je grafik funkcije pada pritiska $\Delta p(x)$ za slučaj vertikalnog ili kosog cevovoda, kao i grafici komponenta pada pritiska $\Delta p'(x)$, $\Delta p''(x)$ i $\Delta p'''(x)$ ($\Delta p = \Delta p' + \Delta p'' + \Delta p'''$), gde su:

- $\Delta p'$ – pad pritiska usled trenja transportnog gasa i trenja čestica transportnog materijala;
- $\Delta p''$ – pad pritiska zbog dizanja transportnog gasa i transportovanog materijala;
- $\Delta p'''$ – pad pritiska zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala.

Kako se prema grafiku funkcije $\Delta p(x)$, datom na sl.45, može zaključiti, u delu cevovoda gde se čestice transportovanog materijala kreću, praktično, jednolikom brzinom, pad pritiska menja se linearno sa promenom dužine cevovoda. Snimanjem pada pritiska duž cevovoda, eksperimentalno se može odrediti put koji čestice pređu dok se ne ubrzaju praktično po granične brzine (prema sl.45 to je dužina $x = x_k$, gde kriva $\Delta p(x)$ prelazi u pravu).

Zanemarujući pad pritiska zbog podizanja transportnog gasa (jer je $\Delta p'''(v) \ll \Delta p''(m)$) i zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala ($\Delta p''' = 0$) i pretpostavljajući da čestice materijala dostignu graničnu brzinu ($v = v_k = \text{const.}$) na zanemarljivo kratkom putu, u literaturi [3] se, za izračunavanje pada pritiska, predlažu i formule oblika:

$$\begin{aligned}
 \Delta p &= \Delta p' + \Delta p''(m) = \Delta p'_{(v)} + \Delta p'_{(m)} + \Delta p''_{(m)} = \\
 &= \rho_v \lambda_v \frac{L c^2}{D 2} + \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{L c^2}{D 2} + \rho_v g \mu \frac{c}{v_k} L \sin \alpha = \\
 &= \rho_v \left[\lambda_v + \mu \left(\lambda_m^* + \frac{2gD \sin \alpha}{c^2 (v_k/c)} \right) \right] \frac{L c^2}{D 2} = \\
 &= \rho_v \left[\lambda_v + \mu \left(\lambda_m^* + \frac{2 \sin \alpha}{Fr^2 (v_k/c)} \right) \right] \frac{L c^2}{D 2}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta p &= \Delta p' + \Delta p''(m) = \Delta p'_{(v)} + \Delta p'_{(m)} + \Delta p''_{(m)} = \\ &= \rho_v \lambda_v \frac{L c^2}{D 2} + \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{L c^2}{D 2} + \rho_v g \mu \frac{c}{v_k} L \sin \alpha = \\ &= \rho_v \left[\lambda_v + \mu \left(\lambda_m^* + \frac{2gD \sin \alpha}{c^2 (v_k/c)} \right) \right] \frac{L c^2}{D 2} = \\ &= \rho_v \left[\lambda_v + \mu \left(\lambda_m^* + \frac{2 \sin \alpha}{Fr^2 (v_k/c)} \right) \right] \frac{L c^2}{D 2} \right\} (6.19)
 \end{aligned}$$

gde je $Fr = \frac{c}{\sqrt{gD}}$ - Frudov broj za brzinu strujanja transportnog gasa.

Označavajući sa

$$\lambda_m^{(p)} = \lambda_m^* + \frac{2 \sin \alpha}{Fr^2 (v_{k,y}/c)}, \quad (6.20)$$

jednačina (6.19) može da se napiše u obliku:

$$\Delta p = \rho_v (\lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)}) \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}, \quad (6.21)$$

odnosno,

$$\Delta p = \rho_v \lambda_v (1 + \mu k^{(p)}) \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}, \quad (6.21')$$

gde je:

$$k^{(p)} = \frac{\lambda_m^{(p)}}{\lambda_v},$$

ili

$$\Delta p = \rho_v \lambda_{sm}^{(p)} \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}, \quad (6.21'')$$

gde je:

$$\lambda_{sm}^{(p)} = \lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)}.$$

Koeficijent $\lambda_m^{(p)}$, definisan izrazom (6.20), uslovno se može nazvati *koeficijentom pada pritiska zbog trenja i podizanja čestica transportovanog materijala*. Ovaj koeficijent je za horizontalne cevovode ($\alpha=0$) jednak redukovanom koeficijentu trenja čestica transportovanog materijala,

$$\lambda_{m,x}^{(p)} = \lambda_{m,x}^*, \quad (6.22)$$

a kod vertikalnih cevovoda ($\alpha=\pi/2$) je:

$$\lambda_{m,y}^{(p)} = \lambda_{m,y}^* + \frac{2}{Fr^2 (v_{k,y}/c)}. \quad (6.22')$$

Između koeficijenata $k^{(p)} = \lambda_m^{(p)}/\lambda_v$, koji figuriše u izrazu (6.21') i $k = \lambda_m^*/\lambda_v$ koji figuriše u izrazu (6.13), postoji veza:

$$\lambda_{sm}^{(p)} = \lambda_{sm} + \mu \frac{2 \sin \alpha}{Fr^2 (v_{k,y}/c)},$$

$$\left(\lambda_{smx}^{(p)} = \lambda_{smx}, \text{ za } \alpha = 0, \quad \lambda_{smy}^{(p)} = \lambda_{smy} + \frac{2\mu}{Fr^2 (v_k/c)}, \text{ za } \alpha = \pi/2 \right),$$

a između koeficijenata $\lambda_{sm}^{(p)}$, koji figuriše u izrazu (6.21'') i λ_{sm} , koji figuriše u izrazu (6.18), veza je:

$$k^{(p)} = k + \frac{2 \sin \alpha}{\lambda_v Fr^2 (v_{k,y}/c)},$$

$$\left(k_x^{(p)} = k_x, \text{ za } \alpha = 0; \quad k_y^{(p)} = k_y + \frac{2}{\lambda_v Fr^2 (v_k/c)}, \text{ za } \alpha = \pi/2 \right),$$

Zapreminska koncentracija čestica transportovanog materijala, u cevovodima letećeg pneumatičkog transporta, uobičajeno je mala, pa se koeficijent trenja transportnog gasa (λ_v) uzima isti kao i za strujanje čistog gasa. Ovaj koeficijent se može eksperimentalno odrediti merenjem pada pritiska ($\Delta p_{(v)}$) i brzine strujanja (c), u pravolinijskoj deonici cevovoda kroz koju struji čisti gas. Prema izmerenom padu pritiska ($\Delta p_{(v)}$) i izmerenoj brzini strujanja (c) čistog transportnog gasa (obično vazduha), koeficijent λ_v se izračunava korišćenjem jednačine:

$$\lambda_v = \frac{\Delta p_{(v)}}{\rho_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}}. \quad (6.23)$$

Redukovani koeficijent trenja transportovanog materijala λ_m^* [$\lambda_m^* = \lambda_m(v_k/c)$] eksperimentalno se može odrediti merenjem pada pritiska transportnog gasa u deonici cevovoda gde pritisak linearno pada (sl.45), merenjem brzine strujanja (ili protoka) transportnog gasa i merenjem specifičnog masenog protoka transportovanog materijala (μ). Ako merne preseke pritiska označimo sa A i B (sl.45), pad pritiska između ovih preseka, u opštem slučaju kosog cevovoda, računa se korišćenjem izraza (6.16), za $v_1=v_k$,

$$\Delta p_{AB} = \rho_v \lambda_v \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v \mu \lambda_{m,\alpha}^* \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2} + \rho_v g \left(1 + \mu \frac{c}{v_{k,\alpha}} \right) L_{AB} \sin \alpha,$$

tako da je:

$$\lambda_{m,\alpha}^* = \frac{\Delta p_{AB} - \rho_v \lambda_v \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2} - \rho_v g \left(1 + \mu \frac{c}{v_{k,\alpha}} \right) L_{AB} \sin \alpha}{\rho_v \mu \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2}}. \quad (6.24)$$

gde se, bez bitnijeg uticaja na rezultat, zamenjuje $c/v_k=1$.

Da bi se eksperimentalno odredio koeficijent λ_m ($\lambda_m = \lambda_m^*(v_k/c)$), koji figuriše u izrazima za određivanje graničnih brzine kretanja čestica transportovanog materijala ($v_k=v_k(c)$), neophodno je izmeriti i graničnu brzinu čestica materijala (bolje reći, približnu graničnu brzinu v_k , jer se brzina čestica materijala asimptotski približava graničnoj brzini).

Prema izmerenom padu pritiska Δp_{AB} , izmerenoj brzini strujanja transportnog gasa (ili izmerenom protoku transportnog gasa, jer je $c=Q_v/A$) i izmerenom specifičnom protoku transportovanog materijala μ , mogu se odrediti i koeficijenti $k^{(p)}$, $\lambda_m^{(p)}$ i $\lambda_{sm}^{(p)}$:

$$\left. \begin{aligned} k^{(p)} &= \frac{1}{\mu} \left(\frac{\Delta p_{AB}}{\rho_v \lambda_v \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2}} - 1 \right), \quad \lambda_m^{(p)} = \lambda_v k^{(p)} = \frac{\lambda_v}{\mu} \left(\frac{\Delta p_{AB}}{\rho_v \lambda_v \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2}} - 1 \right), \\ \lambda_{sm}^{(p)} &= \lambda_v + \lambda_m^{(p)} = \lambda_v \left[1 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\Delta p_{AB}}{\rho_v \lambda_v \frac{L_{AB}}{D} \frac{c^2}{2}} - 1 \right) \right]. \end{aligned} \right\} (6.25)$$

O sistematizovanim rezultatima eksperimentalno utvrđenih vrednosti za koeficijente $k^{(p)}$, $\lambda_m^{(p)}$ i $\lambda_{sm}^{(p)}$, govori se u odeljku 8.3.

6.2. PAD PRITISKA TRANSPORTNOG GASA U PRAVOLINI-JSKIM DEONICAMA TRANSPORTNOG CEVOVODA SREDNJEPRITISNOG I VISOKOPRITISNOG LETEĆEG PNEUMATIČKOG TRANSPORTA

Kod srednjepritisnog ($\Delta p = 0,1 \div 1$ bar) i visokopritisnog ($\Delta p > 1$ bar) letećeg pneumatičkog transporta ne može se zanemariti promena gustine transportnog gasa, a sa ovom, ni promena brzine strujanja transportnog gasa.

Promena stanja gasa u cevovodu opisuje se, u opštem slučaju, jednačinom politropske promene stanja,

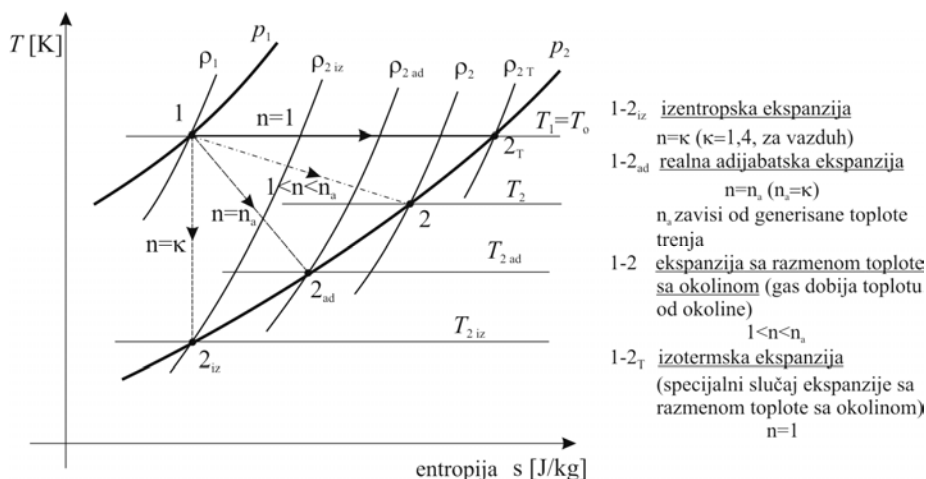
$$\frac{p}{\rho^n} = const. = \frac{p_1}{\rho_1^n} = \frac{p_2}{\rho_2^n}, \quad (6.26)$$

gde je n – eksponent politropske promene stanja, a p_1 i ρ_1 , odnosno p_2 i ρ_2 su pritisak i gustina gasa na početku, odnosno na kraju razmatrane deonice cevovoda.

Procesi strujanja bez razmene toplote sa okolinom su adijabatski, a procesi strujanja sa razmenom toplote sa okolinom su dijabatski. Specijalni slučajevi politropske promene stanja su izotermska promena stanja ($T = const.$), sa eksponentom promene stanja $n=1$ i izentropska promena stanja $n=\kappa=c_p/c_v$ (za vazduh je $\kappa=1,4$). Izentropska promena stanja je idealizovana adijabatska promena stanja – adijabatska promena stanja koja se odvija bez gubitaka mehaničke strujne energije usled trenja, odnosno bez generiranja toplote trenja.

Zbog pada pritiska duž cevovoda (kome je uzrok trenje) strujanje gasa duž cevovoda praćeno je širenjem (ekspanzijom) gasa, a moguće i idealizovane promene stanja gasa pri ovoj ekspanziji, uz pretpostavku da je temperatura gasa na početku razmatrane deonice cevovoda (T_1) jednaka temperaturi okoline ($T_1=T_0$, T_0 – temperatura okoline), prikazane su u $T-s$ dijagramu, datom na sl.46.

Uz sliku 46 dati komentar promene stanja pri ekspanziji gasa u cevovodu, odnosi se na strujanje čistog gasa. Pri ekspanziji transportnog gasa u cevovodima letećeg pneumatičkog transporta, osim razmene toplote sa okolinom (podrazumevajući pod okolinom, okolinu cevovoda), treba uzeti u obzir i razmenu toplote između transportnog gasa i čvrstih čestica transportovanog materijala.



Slika 46.

Ako su na početku posmatrane deonice cevovoda i transportni gas i čvrste čestice transportovanog materijala imali temperaturu okoline, transportni gas u toku ekspanzije dobija toplotu i od okoline (okoline cevovoda) i od čestica transportovanog materijala, izuzimajući slučaj izoternog strujanja (izoternske ekspanzije gasa), kada toplota koju gas dobija iz okoline održava njegovu temperaturu konstantnom, pa između čvrstih čestica transportovanog materijala i transportnog gasa nema razmene toplote. Pri adijabatskom strujanju transportnog gasa (s obzirom na okolinu cevovoda) eksponent promene stanja ($n=n_a$), osim od generirane toplote trenja, zavisi i od toplote koju gas primi od čestica transportovanog materijala. Zbog razmene toplote između transportnog gasa i čestica transportovanog materijala, nema smisla govoriti o izentropskom strujanju gasa, ni kao idealizovanom slučaju.

Proračun pada pritiska transportnog gasa kod srednjepritisnog i visokopritisnog letećeg pneumatičkog transporta vrši se, obično, uz pretpostavku da je strujanje transportnog gasa izoternsko ($T=const.$). Prema napred rečenom, ovakva pretpostavka ima smisla, kada je temperatura transportnog gasa na početku razmatrane deonice cevovoda jednaka ili manja od temperature okoline cevovoda i temperature čestica transportovanog materijala (kada gas koji ekspandira u cevovodu dobija toplotu od okoline i od transportovanog materijala).

Prema jednačini stanja ($p/\rho_v=R_vT$), gustina transportnog gasa na početku razmatrane deonice cevovoda je:

$$\rho_{v1} = \frac{p_1}{R_v T_1}$$

a pretpostavljajući izoternsku promenu stanja, gustina transportnog gasa menja se po zakonu:

$$\rho_v = \frac{p}{(p_1/\rho_{v,1})} = \frac{p}{R_v T_1}, \text{ za } T=T_1 \quad (6.27)$$

gde je R_v – gasna konstanta transportnog gasa ($R_v=287 \text{ J/kgK}$, za vazduh).

Za leteći pneumatički transport specifičnog masenog protoka $\mu \leq 10$, kada se, bez veće greške, može uzeti da je poroznost u cevovodu $\nu \approx 1$, jednačina za proračun masenog protoka transportnog gasa može da se napiše u obliku

$$\dot{m}_v = \rho_v c A,$$

pa prema ovoj jednačini i jednačini (6.27) sleduje, da se, u zavisnosti od pritiska, brzina transportnog gasa menja po zakonu:

$$c = \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{1}{\rho_v} = \frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{1}{p}, \text{ za } T = \text{const.} = T_1 \quad (6.28)$$

Granična brzina čestica transportovanog materijala ($v_k = \beta_k \cdot c$) menja se sa brzinom transportnog gasa, a prema jednačinama (5.10) za $\beta_{k,x}$, (5.17) za $\beta_{k,y}$ i (5.24) za $\beta_{k,\alpha}$, može se zaključiti, da osim kod horizontalnog cevovoda, bezdimenzijska veličina $\beta_k = v_k/c$, u opštem slučaju zavisi od brzine transportnog gasa, $\beta_k = \beta_k(c)$.

Pretpostavljajući da su čestice transportovanog materijala na ulazu u razmatranu deonicu cevovoda već ubrzanе do granične brzine $v_{k,1}$, koja odgovara brzini transportnog gasa c_1 na ulazu u razmatranu deonicu cevovoda [$v_{k,1} = \beta_k(c_1) \cdot c_1$] i da se čestice materijala nadalje kreću graničnim brzinama koje odgovaraju brzinama transportnog gasa ($v = v_k = \beta_k \cdot c$) i zanemarujući pad pritiska zbog podizanja gasa, koji je mnogo puta manji od pada pritiska zbog podizanja čestica transportovanog materijala (jer je $\mu c / v_k \gg 1$), diferencijalna jednačina za pad pritiska (6.8') dobija oblik:

$$-dp = \rho_v \lambda_v \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v \mu \lambda_m^* \frac{c^2}{2D} dx + \rho_v g \frac{\mu}{\beta_k} \sin \alpha \cdot dx + \rho_v c dc + \rho_v \mu c dv_k, \quad (6.29)$$

gde je
$$\lambda_m^* = \lambda_m \beta_k, \quad \beta_k = \frac{v_k}{c}.$$

Grupisanjem prva tri člana u napred datoj jednačini, ova se svodi na:

$$-dp = \rho_v \frac{c^2}{2D} (\lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)}) dx + \rho_v c dc + \rho_v \mu c dv_k, \quad (6.30)$$

gde je
$$\lambda_m^{(p)} = \lambda_m^* + \frac{2 \sin \alpha}{\frac{c^2}{gD} \beta_k} = \lambda_m \beta_k + \frac{2 \sin \alpha}{\frac{c^2}{gD} \beta_k},$$

uslovno rečeno, redukovani koeficijent trenja i podizanja materijala.

Prvi član sa desne strane jednačine (6.30) predstavlja pad pritiska zbog trenja transportnog gasa, trenja čestica transportovanog materijala i zbog podizanja transportovanog materijala. Treći i četvrti član sa desne strane jednačine (6.30) opisuju, redom, pad pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa i pad pritiska zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala.

Kako je pad pritiska zbog trenja transportnog gasa, trenja transportovanog materijala i zbog podizanja transportovanog materijala mnogo puta veći od pada pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa i zbog ubrzavanja transportovanog materijala, diferencijalna jednačina (6.30) može se uprostiti zanemarivanjem zadnja dva člana jednačine (6.30).

Iz metodoloških razloga, razmatranje nastavimo bez zanemarivanja zadnja dva člana jednačine (6.30), s tim da pri njihovom sređivanju uvodimo i neke grublje pretpostavke.

Bezdimenzijski odnosi brzina $\beta_k = v_k/c$, za horizontalan, vertikalni i nagnut cevovod, mogu se izračunati korišćenjem jednačina (5.10'), (5.17') i (5.24'), s tim što koeficijenti trenja λ_m koji u njima figurišu, u opštem slučaju, zavise od brzine transportnog gasa (c), odnosno Frudovog broja ($\lambda_m = \lambda_m(\text{Fr})$, $\text{Fr} = c/\sqrt{gD}$). O zavisnosti koeficijenta λ_m od Fr – broja govori se u odeljku 8.3. Prema jednačinama (5.10'), (5.17') i (5.24') može se zaključiti da kod horizontalnih cevovoda bezdimenzijski odnos brzina $\beta_{k,x} = v_{k,x}/c$ indirektno, preko $\lambda_{m,x}(\text{Fr})$, tj. $\lambda_{m,x}(c)$, zavisi od brzine c ,

dok je kod vertikalnih i nagnutih cevovoda ova zavisnost i direktna (preko brzine c koja figuriše u izrazima za β_k) i indirektna (preko koeficijenta $\lambda_m(c)$, koji, takođe, figurišu u izrazima za β_k).

Kako je $\beta_k = \beta_k(c)$, tj. $v_k = \beta_k(c) \cdot c$,

sleđuje da je $dv_k = \beta_k(1 + a_k)dc$, gde je $a_k = \frac{c}{\beta_k} \frac{d\beta_k}{dc}$,

pa se grupisanjem zadnja dva člana u jednačini (6.30) dobija:

$$\rho_v c dc + \rho_v \mu c dv_k = \rho_v [1 + \beta_k \mu (1 + a_k)] c dc$$

Parametar a_k , u napred datoj jednačini, jednak je nuli, praktično, samo pri vrlo velikim brzinama transportnog gasa, kada koeficijenti trenja materijala (λ_m) imaju konstantne vrednosti (videti zaključke u odeljku 8.3.), a odnosi brzina $(c_0/c)^2$, u izrazima (5.17') i (5.24'), teže nuli.

Parametar $a_{k,x}$ (za horizontalni transport) znatno je manji od jedinice i pri relativno malim brzinama transportnog gasa, što već ne bi moglo da se kaže i za parametar $a_{k,y}$ (za vertikalni transport). Zbog zametnog postupka određivanja parametara $a_{k,x}$ i $a_{k,y}$, pri relativno malim brzinama transportnog gasa (kada je $\lambda_{m,x} = \lambda_{m,x}(Fr)$ i $\lambda_{m,y} = \lambda_{m,y}(Fr)$) i zbog malog učešća pada pritiska od ubrzanja transportnog gasa i ubrzanja transportovanog materijala u ukupni bilans pada pritiska, proračun se vrši uz zanemarivanje parametra a_k ($a_k = 0$).

Za $a_k = 0$, zadnja dva člana u jednačini (6.30), koji opisuju pad pritiska zbog ubrzanja transportnog gasa i ubrzanja transportovanog materijala, grupisana, glase:

$$\rho_v c dc + \rho_v \mu c dv_k = \rho_v (1 + \mu \beta_k) c dc$$

pa se jednačina (6.30) svodi na:

$$-dp = \rho_v \frac{c^2}{2D} (\lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)}) dx + \rho_v (1 + \mu \beta_k) c dc \quad (6.31)$$

Prema jednačinama (6.27) i (6.28) je:

$$\rho_v = \frac{p}{RT}, \quad c = \frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{1}{p}, \quad dc = -\frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{dp}{p^2}, \quad T = const. = T_1$$

pa se, s obzirom na ove relacije, diferencijalna jednačina (6.31) svodi na:

$$-p dp = RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \frac{1}{2D} (\lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)}) dx - RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 (1 + \mu \beta_k) \frac{dp}{p} \quad (6.32)$$

Parametri $\lambda_m^{(p)}$ i β_k , koji figurišu u napred datoj diferencijalnoj jednačini, zavise od brzine strujanja transportnog gasa (c), odnosno od njegovog pritiska (p),

$$\lambda_m^{(p)} = \lambda_m^{(p)}(c), \quad \beta_k = \beta_k(c), \quad \text{tj.} \quad \beta_k = \beta_k(p)$$

pa integral diferencijalne jednačine (6.32), u granicama od 1 ($x=x_1=0$, $p=p_1$, $c=c_1$) do ($x=x_2=L$, $p=p_2$, $c=c_2$) glasi:

$$p_1^2 - p_2^2 = RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 (\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}) \frac{L}{D} + 2RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 (1 + \mu \overline{\beta_k}) \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (6.33)$$

gde je:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\lambda_m^{(p)}} &= \frac{1}{L} \int_{x=0}^{x=L} \lambda_m^{(p)}(c(x)) dx = const. \\ \overline{\beta_k} &= -\frac{\int_{p_2}^{p_1} \beta_k(p) \frac{dp}{p}}{\ln \frac{p_1}{p_2}} = const. \end{aligned} \right\} \quad (6.33')$$

Do rešenja jednačine (6.33), sa osrednjenim parametrima $\overline{\lambda_m^{(p)}}$ i $\overline{\beta_k}$, definisanim integralima (6.33'), moguće je doći samo zametnim iterativnim postupkom, neprikladnim za inženjersku praksu. Tražeći približno, ali za inženjersku praksu dovoljno tačno rešenje, uz relativno jednostavan proračun, rešavanje jednačine (6.33) se uprošćuje tako što se veličine osrednjenih parametara $\overline{\lambda_m^{(p)}}$ i $\overline{\beta_k}$ određuju približno, korišćenjem formula:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\lambda_m^{(p)}} &= \frac{1}{2} [\lambda_m^{(p)}(c_1) + \lambda_m^{(p)}(c_2)] \\ \overline{\beta_k} &= \frac{1}{2} [\beta_k(c_1) + \beta_k(c_2)] \end{aligned} \right\} \quad (6.34)$$

Uvođenjem osrednjenih parametara, definisanih jednačinama (6.34), ne izbegava se, kako se u daljem tekstu pokazuje, iterativni postupak rešavanja jednačina (6.34), već se on svodi na jednostavnu formu.

Korišćenjem jednačina (6.33) i (6.28) moguće je proračunati:

- p_2 i c_2 , za poznate p_1 i c_1 ;
- p_1 i c_1 , za poznate p_2 i c_2 .

Zbog nepoznavanja jedne od brzina (c_1 ili c_2), osrednjeni parametri (6.34) ne mogu se odmah tačno odrediti, pa se rešavanje sistema jednačina (6.33) i (6.28) vrši iterativnim postupkom. U početnom približenju se pretpostavlja da se transportni gas ponaša kao nestišljiv fluid ($\rho_v = const.$).

Da bi se izbeglo komplikovano rešavanje jednačine (6.33), koja je transcendentnog tipa, ova jednačina se obično zamenjuje jednačinom

$$p_1^2 - p_2^2 = RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left(\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}} \right) \frac{L}{D}, \quad (6.35)$$

u kojoj je zanemaren član koji odgovara padu pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa i ubrzavanja čestica transportovanog materijala, koji je i praktično zanemarljiv u odnosu na zadržani član (pad pritiska zbog trenja transportnog gasa i trenja transportovanog materijala, a kod vertikalnih i nagnutih cevovoda i zbog dizanja transportovanog materijala).

Kako je

$$RT_1 = \frac{p_1}{\rho_{v,1}} = \frac{p_2}{\rho_{v,2}}, \text{ za } T = const. = T_1 \quad i \quad \frac{\dot{m}_v}{A} = \rho_{v,1} c_1 = \rho_{v,2} c_2$$

jednačina (6.35) može da se svede na oblike:

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} = \rho_{v,1} \left(\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}} \right) \frac{L}{D} \frac{c_1^2}{2}, \quad (6.35')$$

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_2} = \rho_{v,2} \left(\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}} \right) \frac{L}{D} \frac{c_2^2}{2}. \quad (6.35'')$$

Jednačina oblika (6.35') koristi se za izračunavanje pritiska p_2 , za poznat pritisak p_1 , gustinu $\rho_{v,1}$ i brzinu c_1 , dok se jednačina (6.35'') koristi za izračunavanje pritiska p_1 , za poznat pritisak p_2 , gustinu $\rho_{v,2}$ i brzinu c_2 .

Zanemarujući drugi član sa desne strane diferencijalne jednačine (6.32), njen integral, u granicama od $(x=0, p=p_1)$ do $(x, p=p(x))$, glasi:

$$p_1^2 - p^2 = RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x \right] \frac{x}{D},$$

odnosno,

$$p^2 = p_1^2 - RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x \right] \frac{x}{D}, \quad (6.36)$$

gde je: $\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x = \frac{1}{x} \int_0^x \lambda_m^{(p)} c(x) dx = f(x)$

srednja vrednost parametra $\lambda_m^{(p)}$ na dužini x cevovoda.

Zamenjujući u jednačini (6.36) promenljivi osrednjeni parametar $\overline{\lambda_m^{(p)}}(x) = f(x)$, konstantnim osrednjenim parametrom $\overline{\lambda_m^{(p)}}$ za celu dužinu razmatrane deonice cevovoda, jednačina (6.36) svodi se na oblik:

$$p^2 - p_1^2 \cong A \cdot x, \quad \text{gde je } A = RT_1 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \frac{\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}}{D} = \frac{p_1^2 - p_2^2}{L}$$

odnosno,

$$p \cong \sqrt{p_1^2 - \frac{p_1^2 - p_2^2}{L} x}. \quad (6.37)$$

Korišćenjem jednačine (6.37) može se prema poznatim pritiscima p_1 i p_2 , približno proračunati promena pritiska transportnog gasa duž razmatrane pravolinijske deonice cevovoda ($p=p(x)$). I ako približna, jednačina (6.37) dobro opisuje karakter pada pritiska u visokopritisnom pneumatičkom transportu – pritisak ne opada linearno duž cevovoda, već sa udaljavanjem od ulaza u razmatranu pravolinijsku deonicu cevovoda gradijent pada pritiska $\Delta p(x)$ raste (v.sl.47.a).

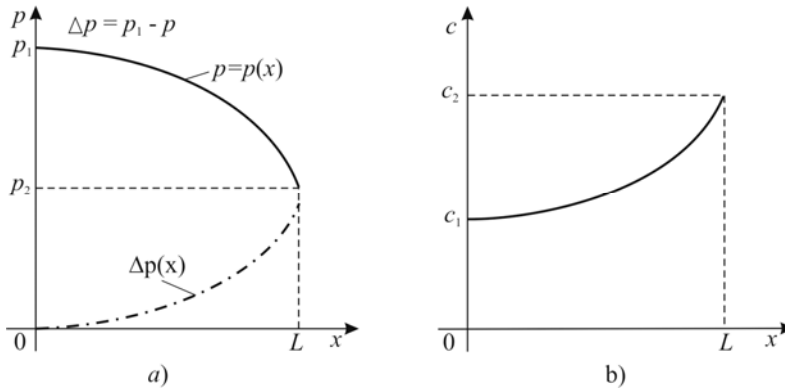
Prema jednačini (6.28) je:

$$p = \frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{1}{c}, \quad \text{tj. } p_1 = \frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{1}{c_1} \quad \text{i} \quad p_2 = \frac{\dot{m}_v}{A} RT_1 \frac{1}{c_2},$$

pa se, zamenjujući napred navedene relacije u (6.37), dobija jednačina

$$c \cong \frac{c_1}{\sqrt{1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{c_2^2 \cdot L} x}}, \quad (6.38)$$

koja omogućava da se, prema poznatim brzinama c_1 i c_2 , približno može proračunati promena brzine transportnog gasa duž pravolinijske deonice visokopritisnog pneumatskog transporta. Iako približna, i ova jednačina dobro opisuje karakter promene brzine. Udaljavanjem od ulaza u razmatranu pravolinijsku deonicu cevovoda, brzina transportnog gasa raste i to tako da sa povećanjem brzine raste i gradijent povećanja brzine (v.sl.47.b).



Slika 47.

Kako je u odeljku 8.3 izloženo, empirijske jednačine za proračun redukovanih koeficijenata trenja transportovanog materijala $\lambda_m^{(p)}$ (za materijale za koje su ove jednačine eksperimentalno utvrđene) daju se u obliku:

$$\lambda_m^{(p)} = \frac{K_o}{Fr^n}, \quad \left(Fr = \frac{c}{\sqrt{gD}} \right), \quad (6.39)$$

gde koeficijenti K_o i n zavise od vrste transportovanog materijala i oblasti promene Frudovog broja (Fr).

Sa povećanjem Frudovog broja (Fr), njegov uticaj na veličinu redukovano koeficijenta trenja transportovanog materijala opada, pa se pri velikim Fr – brojevima može uzeti da je:

$$\lambda_m^{(p)} = k_o = const., \quad za \quad Fr > (Fr)_{gr},$$

gde je k_o konstanta koja zavisi od vrste transportovanog materijala, a $(Fr)_{gr}$ je granična vrednost Fr – broja s obzirom na automodelnost koeficijenta $\lambda_m^{(p)}$ po Fr – broju.

Empirijski utvrđene jednačine za proračun redukovano koeficijenta trenja transportovanog materijala obično se daju u obliku:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_m^{(p)} &= \frac{K_o}{Fr^n} = K_o \frac{(gD)^{n/2}}{c^n}, \quad za \quad Fr < (Fr)_{gr}, \quad tj. \quad c < \sqrt{gD} \cdot (Fr)_{gr} \\ \lambda_m^{(p)} &= k_o = const. \quad za \quad Fr \geq (Fr)_{gr}, \quad tj. \quad c \geq \sqrt{gD} \cdot (Fr)_{gr} \end{aligned} \right\} (6.40)$$

Da bi se ubrzao proces iterativnog proračuna pritiska p_1 i brzine c_1 , za poznate vrednosti pritiska p_2 i brzine c_2 , ili iterativni proces proračuna pritiska p_2 i brzine c_2 , za poznate vrednosti pritiska p_1 i brzine c_1 , u drugom i narednim približenjima rešavanja zadatka, osrednjena vrednost

parametra $\overline{\lambda_m^{(p)}}$ može se odrediti rešavanjem integrala (6.33'), s tim da se funkcionalna zavisnost $c=c(x)$ uzima prema jednačini (6.38), koja ovu zavisnost daje približno, prema rešenju zadatka u prethodnom približenju.

Pretpostavimo da se redukovani koeficijent trenja menja po zakonu (6.40), a da je $Fr < (Fr)_{gr}$ na dužini cevovoda L_1 , dok je na dužini $L_2=L-L_1$ $\lambda_m^{(p)} = k_o = const.$ Osrednjena veličina koeficijenta $\lambda_m^{(p)}$ na celoj dužini cevovoda ($L=L_1+L_2$) je:

$$\overline{\lambda_m^{(p)}} = \left(\overline{\lambda_m^{(p)}}\right)_{L_1} \frac{L_1}{L} + k_o \frac{L_2}{L}, \quad (6.41)$$

gde je:

$$\left(\overline{\lambda_m^{(p)}}\right)_{L_1} = \frac{1}{L_1} \int_{x=0}^{x=L_1} \lambda_m^{(p)}(c(x)) dx, \quad (6.41')$$

osrednjena vrednost koeficijenta $\lambda_m^{(p)}$ na dužini cevovoda L_1 , koja se, s obzirom na jednačine (6.40) i (6.38), može izračunati korišćenjem formule:

$$\begin{aligned} \left(\overline{\lambda_m^{(p)}}\right)_{L_1} &= \frac{K_o (gD)^{n/2}}{c_1^n} \frac{2}{n+2} \frac{c_2^2}{c_2^2 - c_1^2} \frac{L}{L_1} \left[1 - \left(1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{c_2^2} \frac{L_1}{L} \right)^{\frac{n+2}{2}} \right] = \\ &= \lambda_m^{(p)}(c_1) \cdot \frac{2}{n+2} \frac{c_2^2}{c_2^2 - c_1^2} \frac{L}{L_1} \left[1 - \left(1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{c_2^2} \frac{L_1}{L} \right)^{\frac{n+2}{2}} \right] \end{aligned} \quad (6.42)$$

za $Fr < (Fr)_{gr}$, tj. $c \leq \sqrt{gD} \cdot (Fr)_{gr}$.

Za $n=2$, ($\lambda_m^{(p)} = K_o g D / c^2$) je:

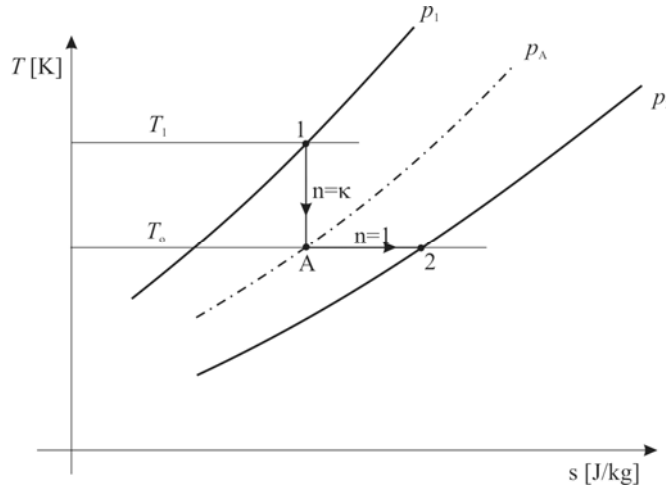
$$\left(\overline{\lambda_m^{(p)}}\right)_{L_1} = K_o \frac{gD}{c_1^2} \left[1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2c_2^2} \frac{L_1}{L} \right] = \lambda_m^{(p)}(c_1) \cdot \left[1 - \frac{c_2^2 - c_1^2}{2c_2^2} \frac{L_1}{L} \right]. \quad (6.42')$$

Ako je temperatura transportnog gasa na početku razmatrane pravolinijske deonice cevovoda viša od temperature okoline i od temperature čestica transportovanog materijala, pretpostavka o izoternskoj ekspanziji transportnog gasa, u cevovodu visokopritisnog pneumatičkog transporta, nema smisla, ili, bar, nema smisla duž cele razmatrane trase cevovoda.

Sve dok je temperatura transportnog gasa viša od temperature okoline i temperature čestica transportovanog materijala, ekspanzija transportnog gasa vrši se uz odvođenje toplote transportnog gasa okolini cevovoda i česticama transportovanog materijala. Kada, na rastojanju $x=L_A$ od početka cevovoda, temperatura transportnog gasa, zbog ekspanzije, opadne na temperaturu okoline, dalja ekspanzija transportnog gasa vrši se uz dovođenje toplote transportnom gasu iz okoline.

Označavajući sa L_A dužinu deonice cevovoda u kojoj transportni gas ima višu temperaturu od temperature okoline ($T > T_o$, T_o – temperatura okoline), ekspanzija transportnog gasa na putu od $x=0$ do $x=L_A$ može se opisati jednačinom politropske promene stanja (6.26), u kojoj eksponent hladene politrope (n) ima vrednost $n=\kappa$ ($\kappa=c_p/c_v$, za vazduh je $\kappa=1,4$), u slučaju ekspanzije gasa koja se odvija tako, da je od gasa odvedena količina toplote okolini (računajući u ovu i čestice transportovanog materijala) jednaka količini toplote koja se, zbog trenja, generira u gasu.

U slučajevima kada je količina toplote odvedena okolini veća od generirane toplote trenja imamo $n > \kappa$, a u slučajevima kada je odvedena količina toplote okolini manja od generirane toplote trenja, onda je $n < \kappa$.



Slika 48.

U slučajevima kada je $T_1 > T_0$, predlaže se, da se proračun pada pritiska u pravolinijskom cevovodu vrši tako, što se u delu cevovoda od $x=x_1=0$ ($T=T_1 > T_0$) do $x=L_A$ ($T=T_A=T_0$), promena stanja opisuje jednačinom politropske promene stanja (6.26), s tim da se u njoj, kao nekakav granični slučaj, uzima da je eksponent $n=\kappa$ ($\kappa=1,4$ – za vazduh). U delu cevovoda od $x=L_A$ ($T=T_A=T_0$), pa do $x=L$ (kraj cevovoda), kada se ekspanzija transportnog gasa vrši uz dovodenje toplote gasu iz okoline, proračun se, kako je to uobičajeno, vrši uz pretpostavku da je ekspanzija transportnog gasa izotermska ($T=const.=T_0$, $n=1$). Proces pretpostavljene ekspanzije transportnog gasa prikazani su u T - s dijagramu na sl.48.

Kako je izotermski proračun pada pritiska transportnog gasa obrađen u prethodnom tekstu, u daljem tekstu se zadržavamo samo na proračun pada pritiska u deonici cevovoda od $x=0$ ($T=T_1 > T_0$) do $x=L_A$ ($T=T_A=T_0$).

Zadatak se rešava uz pretpostavku da je zapreminska koncentracija transportovanog materijala u cevovodu vrlo mala, odnosno da je poroznost transportovanog materijala $\psi \approx 1$, a diferencijalna jednačina čije se rešenje traži, data je jednačinom (6.31).

Prema jednačini stanja transportnog gasa ($\rho_v = p/RT$) i jednačini njegovog masenog protoka ($\dot{m}_v = \rho_v A c$), brzina transportnog gasa može se izračunati korišćenjem jednačine:

$$c = \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{RT}{p}, \quad (6.43)$$

pa su brzine transportnog gasa u $x=0$ ($p=p_1$, $T=T_1$, $c=c_1$) i u $x=L_A$ ($p=p_A$, $T=T_A=T_0$, $c=c_A$):

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{RT_1}{p_1} \\ c_A &= \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{RT_0}{p_A} \end{aligned} \right\} \cdot \quad (6.43)$$

Za eksponent $n=\kappa$, jednačina politropske promene stanja (6.26) dobija oblik:

$$\frac{p}{\rho_v^\kappa} = \text{const.}, \quad (6.44)$$

odnosno

$$\frac{p}{T^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} = \text{const.} = \frac{p_1}{T_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} = \frac{p_A}{T_o^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}. \quad (6.44')$$

Za poznate temperature T_1 i T_o , prema jednačini stanja (6.44'), postoji jednoznačna veza među pritiscima p_1 i p_A :

$$p_A = p_1 \left(\frac{T_o}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad \text{tj.} \quad p_1 = p_A \left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad (6.45)$$

a prema jednačinama (6.43') i (6.45), postoji jednoznačna veza i među brzinama transportnog gasa c_1 i c_A :

$$c_A = c_1 \left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}, \quad \text{tj.} \quad c_1 = c_A \left(\frac{T_o}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (6.46)$$

Korišćenjem jednačina (6.45) i (6.46), lako je za poznate p_1 i c_1 izračunati p_A i c_A , ili, za poznate p_A i c_A izračunati p_1 i c_1 , ali postavlja se i pitanje, na kojoj dužini cevovoda (L_A) nastaju ove promene pritiska i brzine strujanja transportnog gasa.

Da bi se odredila dužina cevovoda L_A neophodno je integraliti diferencijalnu jednačinu (6.31), u granicama od $x=0$ ($p=p_1$, $T=T_1$, $c=c_1$) do $x=L_A$ ($p=p_A$, $T=T_A=T_o$, $c=c_A$), koje ograničavaju oblast promene stanja transportnog gasa prema jednačini (6.44).

Svedimo diferencijalnu jednačinu (6.31) na podesniji oblik za integraljenje.

Prema jednačini (6.43) je

$$dc = \frac{\dot{m}_v}{A} R \left(\frac{dT}{dp} - \frac{T}{p} \right) \frac{dp}{p},$$

a kako je, s obzirom na (6.44'),

$$\frac{T}{p} = \frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa-1}}} \quad \text{i} \quad \frac{dT}{dp} = \frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{T_1}{p_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}}, \quad (6.47)$$

napred data jednačina za dc , svodi se na oblik:

$$dc = -\frac{1}{\kappa} \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \frac{dp}{p^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}. \quad (6.48)$$

S obzirom na prvu jednačinu u (6.47), jednačina (6.43) može da se napiše i u obliku:

$$c = \frac{\dot{m}_v}{A} \frac{RT}{p_1^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \frac{1}{p^{\frac{1}{\kappa}}}, \quad (6.49)$$

a i gustina transportnog gasa, prema jednačini stanja $\rho_v = p/(RT)$, može da se izrazi jednačinom:

$$\rho_v = \frac{1}{R} \frac{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{T_1} p^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (6.50)$$

Ako se u diferencijalnoj jednačini (6.31), veličine dc , c i ρ_v zamene izrazima (6.48), (6.49) i (6.50), posle sređivanja, navedena diferencijalna jednačina svodi se na oblik:

$$-p^{\frac{1}{\kappa}} dp = \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left(\lambda_v + \mu \lambda_m^{(p)} \right) \frac{dx}{2D} - \frac{1}{\kappa} \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 (1 + \mu \beta_k) \frac{dp}{p}. \quad (6.51)$$

Integral napred date diferencijalne jednačine, u granicama od $x=0$ i $p=p_1$ do $x=L_A$ i $p=p_A$, glasi:

$$p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p_A^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_A} \right] \frac{L_A}{D} + \frac{1}{\kappa} \frac{\kappa+1}{\kappa} \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[1 + \mu \overline{\beta_k}_{L_A} \right] \ln \frac{p_1}{p_A} \quad (6.52)$$

gde su $\overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_A}$ i $\overline{\beta_k}_{L_A}$ osrednjeni parametri, defenisani jednačinama (6.33'), s tim, da u njima, umesto dužine L , figuriše dužina L_A .

Drugi član sa desne strane jednačine (6.52) odgovara padu pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa i transportovanog materijala i ovaj član je, praktično, zanemarljiv u odnosu na prvi član, koji odgovara padu pritiska zbog trenja transportnog gasa i trenja transportovanog materijala, a kod vertikalnih i nagnutih cevovoda i zbog podizanja transportovanog materijala. Zbog navedenog razloga, drugi član u jednačini (6.52) zanemaruje se i u praksi se koristi jednačina:

$$p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p_A^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \frac{RT_1}{p_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_A} \right] \frac{L_A}{D}. \quad (6.53)$$

S obzirom na jednačinu stanja (6.44), napred data jednačina može da se piše i u obliku:

$$p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p_A^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \frac{RT_0}{p_A^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_A} \right] \frac{L_A}{D}. \quad (6.53')$$

U delu cevovoda od $x=L_A$ ($p=p_A, T=T_0$), pa do kraja razmatrane pravolinijske deonice cevovoda $x=L$ ($p=p_2$), dužine $L_B=L-L_A$, pretpostavlja se da je ekspanzija transportnog gasa izotermska ($T=T_0$) i veza između pritiska na početku i kraju ove deonice cevovoda opisuje se jednačinom (6.35):

$$p_A^2 - p_2^2 = RT_0 \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_B} \right] \frac{L_B}{D}, \quad (6.54)$$

gde je: $L_B=L-L_A$,

$$\overline{\lambda_m^{(p)}}_{L_B} = \frac{1}{L_B} \int_{x=L_A}^{x=L} \lambda_m^{(p)}(c(x)) dx. \quad (6.55)$$

Prema jednačinama (6.53') i (6.45) dobija se:

$$p_A^2 = \frac{1}{(T_1/T_o)^{\kappa+1} - 1} \frac{\kappa+1}{2\kappa} RT_o \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A} \right] \frac{L_A}{L}, \quad (6.56)$$

što zamenom u jednačini (6.54), u kojoj se zamenjuje $L_B=L-L_A$, dovodi do jednačine za izračunavanje dužine L_A , prema poznatom pritisku p_2 :

$$\frac{L_A}{D} = \frac{\frac{p_2^2}{RT_o (\dot{m}_v/A)^2} + \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_B} \right] \frac{L}{D}}{\left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_B} \right] + \frac{1}{(T_1/T_o)^{\kappa+1} - 1} \frac{\kappa+1}{2\kappa} \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A} \right]}. \quad (6.57)$$

Do formule za proračun dužine L_A , prema poznatom pritisku p_1 , dolazi se iz jednačine (6.54), u kojoj se pritisak p_A izražava formulom (6.45):

$$\frac{L_A}{D} = \frac{p_1^2 \left[1 - (T_o/T_1)^{\kappa+1} \right]}{\frac{\kappa+1}{2\kappa} RT_1 (\dot{m}_v/A)^2 \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A} \right]}. \quad (6.58)$$

U grubom približenju, osrednjena vrednost parametra $\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A}$ može se odrediti kao srednja aritmetička vrednost parametara $\lambda_m^{(p)}$ za $x=0$ ($\lambda_m^{(p)}(c_1)$) i za $x=L_A$ ($\lambda_m^{(p)}(c_A)$):

$$\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A} \cong \frac{1}{2} \left[\lambda_m^{(p)}(c_1) - \lambda_m^{(p)}(c_A) \right].$$

Da bi se osrednjeni parametar $\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A}$ tačnije odredio, potrebno je znati, ako ne tačnu, onda, bar, približnu zavisnost $c(x)$.

Zanemarujući drugi član sa desne strane diferencijalne jednačine (6.51), čime se zanemaruje pad pritiska zbog ubrzavanja transportnog gasa i ubrzavanja transportovanog materijala, njen integral u granicama od $x=0$ i $p=p_1$ do x i $p=p(x)$, glasi:

$$p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} = \frac{\kappa+1}{2\kappa} \frac{RT_1}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right)^2 \left[\lambda_v + \mu \left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x \right] \frac{x}{D}, \quad (6.59)$$

gde je :

$$\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x = \frac{1}{x} \int_{x=0}^x \lambda_m^{(p)}(c(x)) dx = f(x).$$

Zamenjujući u jednačini (6.59) promenljivu $\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_x = f(x)$, konstantom $\left(\overline{\lambda_m^{(p)}} \right)_{L_A}$, koja se dobija prema jednačini (6.54), dobija se:

$$p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \cong \left(p_1^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - p_A^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right) \frac{x}{L_A}, \quad (6.60)$$

odnosno,

$$\left. \begin{aligned}
 p &\cong p_1 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{p_A}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \\
 \text{ili} \quad p &\cong p_A \left\{ \left(\frac{p_1}{p_A} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - \left[\left(\frac{p_1}{p_A} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - 1 \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}}
 \end{aligned} \right\} (6.61)$$

S obzirom na jednačine (6.45), koje odnose pritiska p_A/p_1 izražavaju preko odnosa temperatura T_o/T_1 , jednačine (6.58) mogu da se napišu i u obliku:

$$\left. \begin{aligned}
 p &\cong p_1 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{T_o}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \\
 \text{ili} \quad p &\cong p_A \left\{ \left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - \left[\left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - 1 \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}}
 \end{aligned} \right\} . (6.61')$$

Jednačine (6.61) i (6.61') nisu približne samo u slučajevima kada je $\lambda_m^{(p)} = \text{const}$. Kako se u odeljku II.8.3 zaključuje, redukovani koeficijent trenja transportovanog materijala, u opštem slučaju, zavisi od brzine transportnog gasa (veličine Frudovog broja za brzinu transportnog gasa) i može se smatrati konstantnim samo pri velikim brzinama transportnog gasa.

U slučajevima, kada se zbog promene brzine transportnog gasa, u visokopritisnom pneumatičkom transportu, ne može zanemariti promena koeficijenta trenja $\lambda_m^{(p)}$, korišćenjem jednačina (6.61') moguće je približno proračunati promenu pritiska transportnog gasa $p=p(x)$, u oblasti $x \in (0, L_A)$.

Prema jednačinama (6.43), (6.43') i (6.45) mogu se postaviti sledeće veze:

$$\frac{c}{c_1} = \frac{1}{\left(\frac{p}{p_1} \right)^{1/\kappa}} \quad \text{i} \quad \frac{c}{c_A} = \frac{1}{\left(\frac{p}{p_A} \right)^{1/\kappa}},$$

koje se, s obzirom na jednačine (6.61'), mogu svesti na oblik:

$$\left. \begin{aligned}
 c &\cong \frac{c_1}{\left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{T_o}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}}} \\
 \text{ili} \quad c &\cong \frac{c_A}{\left\{ \left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - \left[\left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - 1 \right] \frac{x}{L_A} \right\}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}}}
 \end{aligned} \right\} . (6.62)$$

Komentari dati uz jednačine (6.61) i (6.61'), važe, naravno, i za jednačine (6.62).

Prema jednačinama (6.62) je:

$$\frac{x}{L_A} = \frac{1 - \left(\frac{c_1}{c}\right)^{\kappa+1}}{1 - \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}, \quad \text{ili}, \quad \frac{x}{L_A} = \frac{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - \left(\frac{c_A}{c}\right)^{\kappa+1}}{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - 1}. \quad (6.63)$$

Pretpostavimo da je eksperimentalno utvrđena jednačina za proračun redukovanog koeficijenta trenja transportovanog materijala oblika (6.40):

$$\lambda_m^{(p)} = \frac{K_o}{F_r^n} = \frac{K_o (gD)^{n/2}}{c^n}, \quad \text{za } Fr < (Fr)_{gr}, \quad \text{tj. za } c < (Fr)_{gr} \sqrt{gD}$$

$$\text{i } \lambda_m^{(p)} = k_o = \text{const.}, \quad \text{za } Fr \geq (Fr)_{gr}, \quad \text{tj. za } c \geq (Fr)_{gr} \sqrt{gD}.$$

Korišćenjem jedne od jednačina (6.63) određuje se $x=L_1$, za $c \geq (Fr)_{gr} \sqrt{gD}$, čime se definiše oblast $x \in (0, L_1)$ u kojoj je $\lambda_m^{(p)} = \lambda_m^{(p)}(c)$.

Pretpostavljajući da je $L_1 < L_A$, osrednjena vrednost parametra $\lambda_m^{(p)}$ za deonicu cevovoda dužine L_A izračunava se korišćenjem jednačine:

$$\overline{(\lambda_m^{(p)})}_{L_A} = \overline{(\lambda_m^{(p)})}_{L_1} \frac{L_1}{L_A} + k_o \frac{L_A - L_1}{L_A}, \quad (L_1 \leq L_A), \quad (6.64)$$

gde se $\overline{(\lambda_m^{(p)})}_{L_1}$ izračunava korišćenjem jednačine (6.41'), dok je $k_o = \lambda_m^{(p)} = \text{const}$ za $c \geq (Fr)_{gr} \sqrt{gD}$, tj. za $x \geq L_1$.

Zamenjujući u jednačini (6.41') $\lambda_m^{(p)}(c)$ izrazom (6.40), za $c < (Fr)_{gr} \sqrt{gD}$, a $c=c(x)$ jednom od jednačina (6.62), posle integraljenja se dobija:

$$\overline{(\lambda_m^{(p)})}_{L_1} = \lambda_m^{(p)}(c_1) \frac{L_A}{L_1} \frac{\kappa+1}{n+(\kappa+1)} \frac{\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{n+(\kappa+1)}{\kappa-1}}}{1 - \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{n+(\kappa+1)}{\kappa-1}}}, \quad (6.65)$$

$$\text{gde je: } \lambda_m^{(p)}(c_1) = \frac{K_o (gD)^{n/2}}{c_1^n},$$

ili

$$\overline{(\lambda_m^{(p)})}_{L_1} = \lambda_m^{(p)}(c_A) \frac{L_A}{L_1} \frac{\kappa+1}{n+(\kappa+1)} \frac{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{n+(\kappa+1)}{\kappa-1}} - 1}{\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} - 1}, \quad (6.65')$$

gde je: $\lambda_m^{(p)}(c_A) = \frac{K_0(gD)^{n/2}}{c_A^2}$.

Ako se proračunom dobije $L_1 > L_A$, veličina $(\lambda_m^{(p)})_{L_A}$ dobija se korišćenjem jednačine (6.65), ili (6.65'), u kojoj je $L_1 = L_A$.

Ako se proračunom dobije $L_A > L$ (L -ukupna dužina razmatrane pravolinijske deonice cevovoda), znači, da pri ekspanziji transportnog gasa u cevovodu njegova temperatura ne opada do temperature okoline i duž cele razmatrane pravolinijske deonice cevovoda ekspanzija gasa se odvija sa odvođenjem toplote okolini. U jednačinama (6.43'), (6.45), (6.46), (6.52), (6.53) i (6.53'), u ovom slučaju L_A treba zameniti sa L , a p_A sa p_2 . Nepoznat pritisak (p_1 ili p_2) i nepoznata brzina transportnog gasa (c_1 ili c_2) izračunavaju se korišćenjem jednačina (6.53) ili (6.53') i (6.43'), u kojima umesto L_A stoji L , a umesto c_A stoji c .

Ako razmatrana pravolinijska deonica cevovoda sadrži i mešač transportnog gasa i transportovanog materijala, pad pritiska transportnog gasa, zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala u mešaču, proračunava se izdvojeno, pretpostavljajući da je mešač zanemarljive dužine (pa se pad pritiska zbog trenja gasa i trenja transportovanog materijala zanemaruje), da se gas u mešaču ponaša kao nestišljiv fluid ($\rho_v = const.$) i da čestice materijala na izlazu iz mešača imaju graničnu brzinu $v = v_k$, koja odgovara brzini gasa c_1 na ulazu u pravolinijsku deonicu cevovoda iza mešača.

Uz navedene pretpostavke, diferencijalna jednačina pada pritiska u mešaču (zbog ubrzavanja čestica transportovanog materijala) glasi:

$$-dp = \rho_v \mu c dv, \quad (6.66)$$

odnosno,

$$-dp = \left(\frac{\dot{m}_v}{A} \right) \mu dv, \quad \text{za } \psi \approx 1. \quad (6.66')$$

Označavajući sa 1' ulaz u mešač ($p = p_1'$, $v = 0$), a sa 1 izlaz iz mešača ($p = p_1$, $v = v_1 = v_k(c_1)$), integral napred date diferencijalne jednačine, u granicama od 1' do 1, glasi:

$$p_1' - p_1 = \frac{\dot{m}_v}{A} \mu v_k, \quad \text{gde je } v_k = \beta_k(c_1) \cdot c_1. \quad (6.67)$$

9. PRORAČUN PADA PRITISKA U KOLENIMA TRANSPORTNOG CEVOVODA I DRUGIM ELEMENTIMA INSTALACIJE

Pad pritiska transportnog gasa u kolenu cevovoda računa se, kao lokalni gubitak pritiska, korišćenjem izraza:

$$\Delta p = \rho_v \xi_k \frac{c^2}{2}, \quad (9.1)$$

gde je ξ_k – koeficijent gubitka pritiska u kolenu, koji zavisi od odnosa R_o/D (R_o – poluprečnik srednje krivine kolena, D – prečnik protočnog preseka) i vrste transportovanog materijala.

Osim formule (9.1), za proračun pada pritiska u kolenu, može se koristiti i formula:

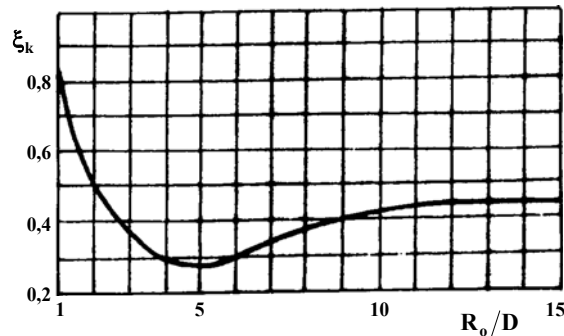
$$\Delta p = \rho_v \lambda_v \frac{l_e c^2}{D 2}, \quad (9.2)$$

gde je λ_v – koeficijent trenja transportnog gasa u pravoj cevi istog protočnog prečnika kao i kolena (D), a l_e – ekvivalentna dužina cevovoda, koja se računa prema formuli:

$$l_e = m \cdot D, \quad (9.2')$$

gde koeficijent m zavisi od odnosa R_o/D i vrste transportovanog materijala.

Na sl.54 dat je grafik funkcionalne zavisnosti $\xi_k(R_o/D)$ za strujanje čistog gasa. Podaci sa ovog dijagrama mogu se koristiti i pri proračunu letećeg pneumatičkog transporta, samo ako je ovaj male zapreminske koncentracije materijala i ako je koleno takvo da je kretanje čestica transportovanog materijala u njemu sigurno inercijsko.



Slika 54.

U tabeli XII date su vrednosti koeficijenta m , koji figuriše u izrazu (9.2') za različite odnose R_o/D i različite vrste transportovanog materijala.

TABELA XII

materijal	R_o/D			
	4	6	10	20
prašina	10	15	25	35
zrnast	*	20	30	35÷45
komadni do 20[mm]	*	*	35	35÷60
komadni 20÷50[mm]	*	*	60÷80	70÷90

* – ne upotrebljavaju se zbog jake abrazije.

Pad pritiska transportnog gasa, u celoj instalaciji pneumatičkog transporta, sastoji se od:

- ◆ pada pritiska do mešača transportnog gasa i transportovanog materijala,
- ◆ pada pritiska u mešaču,
- ◆ pada pritiska u transportnom cevovodu,
- ◆ pada pritiska u odvajaju transportovanog materijala i
- ◆ pada pritiska u cevovodu za odvod vazduha i filtru.

U odeljku 6 i prvom delu ovog odeljka obrađena je problematika proračuna pada pritiska u transportnom cevovodu.

Do mešača transportnog gasa i transportovanog materijala struji čist transportni gas (vazduh), pa se pad pritiska u ovom delu instalacije računa jednostavno – za čist gas.

Pad pritiska u mešaču zavisi od tipa mešača i kreće se u granicama $(0,15 \div 0,25)p_1$, gde je p_1 apsolutni pritisak transportnog gasa na ulazu u mešač.

Pad pritiska u odvajaju zavisi od tipa odvajaja i računa se korišćenjem izraza:

$$\Delta p_{odv.} = \rho_v \xi_{odv.} \frac{c_{odv.}^2}{2}, \quad (9.3)$$

gde je, $c_{odv.}$ – brzina gasa na ulazu u odvajaj, a $\xi_{odv.}$ – je koeficijent koji zavisi od konstrukcije odvajaja i kreće se u granicama $\xi_{odv.}=0,8 \div 5$.

Pad pritiska u cevima kojima se odvodi transportni gas iz odvajaja računa se kao za čist gas. Brzina gasa na početku ovog cevovoda obično je 10 m/s, a da bi se onemogućilo taloženje prašine i začepljavanje ovog cevovoda, brzina se postepeno povećava na 15 ÷ 16 m/s.

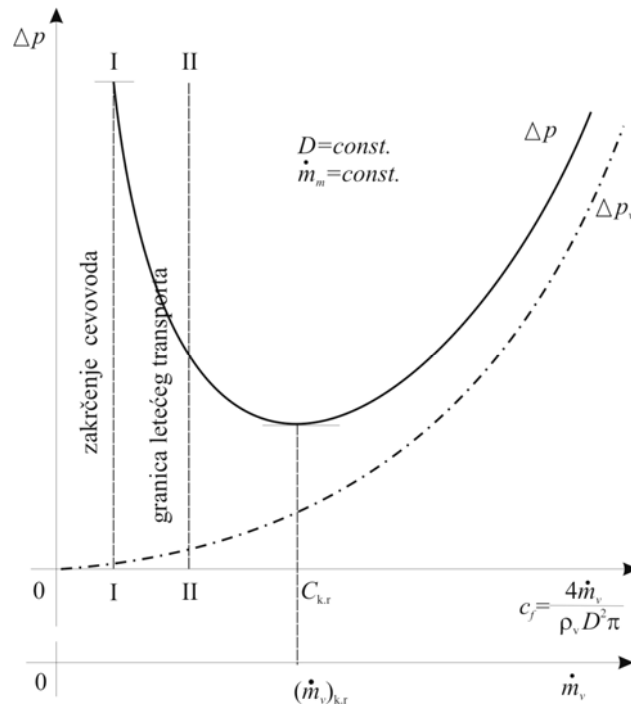
9.1. ZAVISNOST PADA PRITISKA OD PROTOKA TRANSPORTNOG GASA. KRITIČNA BRZINA.

Zavisnost pada pritiska od protoka transportnog gasa razmotrimo, najpre, na primeru transporta u horizontalnom cevovodu.

Eksperimentalno utvrđena promena pada pritiska u zavisnosti od protoka, odnosno fiktivne brzine strujanja transportnog gasa, pri konstantnom protoku transportovanog materijala ($\dot{m}_m = const.$), prikazana je, po svom karakteru, na sl.55. Radi upoređenja, na istoj slici data je i kriva pada pritiska čistog transportnog gasa (Δp_v).

Prema karakteru krive $\Delta p - c_f$, odnosno $\Delta p - \dot{m}_v$, vidi se da ova ima minimum za $c_f = c_{kr}$, odnosno $\dot{m}_v = (\dot{m}_v)_{kr}$. Eksperimentalno je utvrđeno da pri protocima manjim od $(\dot{m}_v)_{kr}$ brzina gasa nije dovoljna da leteći pneumatički transport održi u celom protočnom preseku cevovoda. Pri protocima transportnog gasa manjim od $(\dot{m}_v)_{kr}$ dolazi do delimičnog taloženja transportovanog materijala na dno horizontalnog cevovoda, a leteći pneumatički transport se odvija u smanjenom protočnom preseku cevovoda, gde se stvarna brzina transportnog gasa

povećava do vrednosti koja omogućava leteći pneumatički transport. Daljem smanjenju protoka transportnog gasa odgovara naglo povećanje pada pritiska, što će zbog ograničenog pritiska duvaljke, ventilatora ili vakuum pumpe, pri određenom protoku gasa izazvati i potpuno začepljenje cevovoda.



Slika 55.

Fiktivna brzina transportnog gasa c_{kr} , kojoj, pri konstantnom masenom protoku transportovanog materijala ($\dot{m}_m = const.$), odgovara minimalni pad pritiska, važna je zbog činjenice da pri ovoj brzini počinje taloženje čestica transportovanog materijala, zbog čega se i zove **kritična brzina transportnog gasa**.

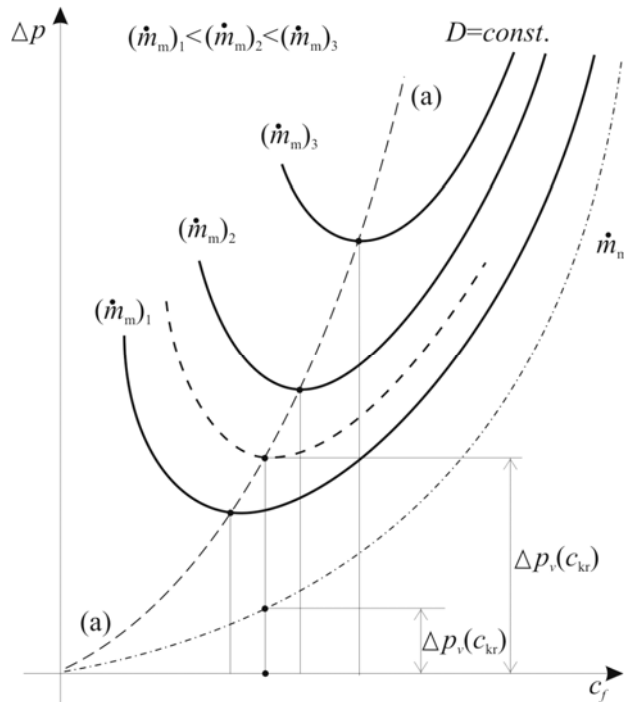
Pri fiktivnim brzinama transportnog gasa većim od kritične brzine ($c_f > c_{kr}$), leteći pneumatički transport se odvija po celom preseku cevovoda. Pri konstantnom masenom protoku materijala ($\dot{m}_m = const.$), povećanje brzine (protoka) transportnog gasa vodi smanjenju specifičnog masenog protoka materijala ($\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v$), odnosno smanjenju zapreminske koncentracije materijala ($k_{m,v} = dV_m / dV = 1 - \psi$), pa se kriva pada pritiska $\Delta p - c_f$ približava krivoj pada pritiska koja odgovara strujanju čistog gasa. Sa povećanjem protoka transportnog gasa (pri $\dot{m}_m = const.$) stvarna brzina transportnog gasa (c) približava se po veličini fiktivnoj brzini (c_f), a kriva pada pritiska za čisti gas (Δp_v) sve više odgovara komponenti pada pritiska zbog trenja transportnog gasa ($\Delta p_v \rightarrow \Delta p'_{(v)}$). Sa povećanjem protoka transportnog gasa, pri $\dot{m}_m = const.$, raste komponenta pada pritiska zbog trenja transportnog gasa, a opada komponenta pada pritiska zbog trenja čestica transportovanog materijala, pa se kriva $\Delta p(\dot{m}_v)$ asimptotski približava krivoj $\Delta p_v(\dot{m}_v)$ (sl.55).

Pri fiktivnim brzinama transportnog gasa manjim od kritične brzine ($c_f < c_{kr}$) dolazi do manjeg ili većeg taloženja transportovanog materijala na dno horizontalnog cevovoda. Leteći

pneumatički transport se odvija u smanjenom protočnom preseku cevovoda, pa je stvarna brzina transportnog gasa (c) znatno veća od fiktivne brzine c_f . Zbog ovoga, kriva $\Delta p_v(c_f)$, data na sl.54, ne odgovara realnom padu pritiska zbog trenja transportnog gasa (koji je znatno veći). I pored date napomene, može se zaključiti, da pri $c_f < c_{kr}$ ($\dot{m}_v < (\dot{m}_v)_{kr}$), zbog povećane koncentracije transportovanog materijala, uticaj pada pritiska zbog trenja čestica transportovanog materijala preovlađuje u odnosu na pad pritiska zbog trenja transportnog gasa i to tim više što je protok transportnog gasa manji.

Sa smanjenjem fiktivne brzine transportnog gasa ispod kritične brzine raste zapreminska koncentracija transportovanog materijala i pri određenoj brzini transport materijala prestaje da bude leteći, što je na sl.54 označeno granicom letećeg pneumatičkog transporta.

Kritična brzina transportnog gasa se eksperimentalno jednostavno određuje. Pri konstantnom doziranju transportovanog materijala ($\dot{m}_m = const.$) menjaju se protoci transportnog gasa (\dot{m}_v) i za svaki regulisani režim rada mere se protok transportnog gasa i pad pritiska. Prema rezultatima merenja crta se kriva $\Delta p(c_f)$ ($c_f = 4\dot{m}_v / (\rho_v D^2 \pi) = 4\dot{V} / (D^2 \pi)$) i prema njenom minimumu određuje se c_{kr} .



Slika 56.

Na sl.56 nacrane su krive $\Delta p(c_f)$ za tri različita masena protoka transportovanog materijala kroz jedan te isti cevovod. Linija a-a, koja povezuje tačke minimalnih padova pritiska za različite masene protoke materijala zove se **linija početka taloženja materijala**. U režimima rada levo od ove linije pneumatički transport se odvija sa manjim ili većim taloženjima transportovanog materijala na dno horizontalnog cevovoda.

Pri izvođenju eksperimenta utvrđivanja linija početka taloženja materijala, Smoldirev je opazio da je pri bilo kojoj brzini transportnog gasa, odnos pada pritiska u režimu rada na liniji taloženja materijala, prema padu pritiska čistog transportnog gasa, isti (konstantan). Prema oznakama na sl.56, ovo Smoldirevo opažanje za horizontalni transport, može se izraziti jednačinom:

$$\frac{\Delta p(c_{kr})}{\Delta p_v(c_{kr})} = const. \quad (9.4)$$

Pretpostavljajući:

- ◆ da je pneumatički transport niskopritisni,
- ◆ da je zapreminska koncentracija transportovanog materijala mala i u režimu rada na liniji početka taloženja (kada je fiktivna brzina transportnog gasa, praktično jednaka stvarnoj brzini, a pad pritiska zbog tranja transportnog gasa, praktično jednak padu pritiska čistog gasa),
- ◆ da se čestice transportovanog materijala duž cele posmatrane horizontalne deonice cevovoda, praktično, kreću jednolikom (graničnom) brzinom,

može se za režime rada na liniji taloženja materijala i desno od nje pisati:

$$\Delta p = \Delta p_v(1 + \mu k), \quad tj. \quad \Delta p / \Delta p_v = 1 + \mu k, \quad (9.5)$$

gde je $\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v$, $k = \lambda_{m.x}^* / \lambda_v$.

Prema jednačinama (9.4) i (9.5) sledi da je

$$1 + \mu_{kr} k_{kr} = const. = \frac{\Delta p(c_{kr})}{\Delta p_v(c_{kr})},$$

odnosno,

$$\mu_{kr} k_{kr} = K \quad (9.6)$$

gde je

$$K = const. = \frac{\Delta p(c_{kr})}{\Delta p_v(c_{kr})} - 1,$$

a μ_{kr} i k_{kr} su, redom, specifični maseni protok materijala pri kritičnoj brzini transportnog gasa ($\mu_{kr} = \dot{m}_m / (\dot{m}_v)_{kr}$) i odnos redukovano koeficijenta trenja čestica materijala prema koeficijentu trenja transportnog gasa pri kritičnoj brzini transportnog gasa ($k_{kr} = (\lambda_{m.x}^*)_{kr} / \lambda_v$, gde $\lambda_{m.x}^*$ zavisi od Fr-broja, odnosno brzine transportnog gasa).

Ako se $k = \lambda_{m.x}^* / \lambda_v$ izrazi prema empirijskoj formuli Smoldireva (8.22)

$$k = K_1 \frac{\rho_m / \rho_v}{Fr^2} = K_1 \frac{\rho_m g D}{\rho_v c^2},$$

gde je $K_1 = const.$ ($K_1 = 0,08$ – za sitnozrnaste materijale), sledi da je

$$k_{kr} = K_1 \frac{\rho_m g D}{\rho_v c_{kr}^2},$$

što zamenom u (9.6) dovodi do izraza

$$c_{kr} = K_2 \sqrt{\mu_{kr} \frac{\rho_m}{\rho_v} g D}, \quad (9.7)$$

gde je $K_2 = \sqrt{K_1 / K}$ – konstanta koja zavisi od vrste transportovanog materijala.

Jednačina (9.7) daje zavisnost između kritične brzine, specifičnog masenog protoka i prečnika cevovoda.

Prema *Smoldirevu* je:

- $K_2=0,1$ – za praškaste lake materijale,
- $K_2=0,25$ – za praškaste vlažne materijale,
- $K_2=0,2$ – za zrnaste materijale,
- $K_2=0,35\div 0,40$ – za komadaste materijale.

Zamenom

$$\mu_{kr} = \frac{\dot{m}_m}{(\dot{m}_v)_{kr}} = \frac{4\dot{m}_m}{\rho_v D^2 \pi c_{kr}}, \quad (\text{za } \psi \approx 1),$$

u (9.7), dobija se:

$$c_{kr} = K_2^{2/3} \left(\frac{4g \rho_m \dot{m}_m}{\pi \rho_v \rho_v D} \right)^{1/3}. \quad (9.8)$$

Jednačina (9.8) daje vezu između kritične brzine, masenog protoka materijala i prečnika cevovoda horizontalnog transporta.

Jedna od pretpostavki pri izvođenju jednačina (9.7) i (9.8) je mala zapreminska koncentracija transportovanog materijala, odnosno velika poroznost transportnog cevovoda ($\psi \approx 1$). Strogo gledano, ovaj uslov je zadovoljen za $\psi \geq 0,99$ (kada je i brzina lebdenja jednaka brzini taloženja), a u inženjerskoj praksi ova granica se proširuje na $\psi \geq 0,97$.

Do izraza za određivanje kritične brzine transportnog gasa u horizontalnom letećem pneumatičkom transportu, može se doći i teorijskim putem, traženjem brzine c za koju funkcija pada pritiska u cevovodu $\Delta p(c)$, ima minimalnu vrednost.

Uz već uvedene pretpostavke ($\rho_v \approx \text{const.}$, $\psi \approx 1$, $c = c_f = \dot{m}_v / (\rho_v A)$, $v = v_{k,x} = \text{const.}$), pad pritiska u horizontalnom cevovodu računa se korišćenjem jednačine

$$\Delta p = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} (1 + \mu k_x), \quad \text{gde je } k_x = \frac{\lambda_{m,x}^*}{\lambda_v}.$$

S obzirom na *Smoldireve* i *Bartove* krive zavisnosti koeficijenta trenja transportovanog materijala od Frudovog broja, može se pretpostaviti da se parametar k , u napred datom izrazu, menja po zakonu

$$k_x = \frac{K_o}{\text{Fr}^n} = K_o \frac{(gD)^{n/2}}{c^n}, \quad (9.9)$$

gde su K_o i n konstante koje zavise od vrste transportovanog materijala i oblasti promene Frudovog broja u kojoj se k aproksimira jednačinom (9.9).

S obzirom na (9.9) jednačina za proračun pada pritiska u horizontalnom cevovodu dobija oblik:

$$\Delta p = \rho_v \lambda_v \frac{L}{D} \frac{c^2}{2} \left(1 + \mu K_o \frac{(gD)^{n/2}}{c^n} \right). \quad (9.10)$$

Kako je

$$\mu = \frac{\dot{m}_m}{\dot{m}_v} = \frac{\dot{m}_m}{\rho_v \frac{D^2 \pi}{4} c} = \frac{4 \dot{m}_m}{\rho_v D^2 \pi c},$$

jednačina (9.10) svodi se na :

$$\Delta p = \rho_v \lambda_v \frac{L}{2D} \left(c^2 + \frac{4K_o g^{n/2}}{\rho_v \pi D^{2-n/2}} \cdot \frac{\dot{m}_m}{c^{n-1}} \right). \quad (9.10')$$

Jednačinom (9.10') data funkcija $\Delta p(c)$ ima minimalnu vrednost u $c=c_{kr}>0$ za $n>1$. Kako je eksperimentalno utvrđeno da funkcija $\Delta p(c)$ ima ovakav minimum (sl.54), ovo znači, da u oblasti Frudovih brojeva u kojem se nalazi Fr-broj za kritičnu brzinu strujanja transportnog gasa ($Fr_{kr}=c_{kr}/(gD)^{1/2}$), parametar $k_x=\lambda_{m,x}^*/\lambda_v$ može da se aproksimira funkcijom (9.9) u kojoj je eksponent $n>1$. Ovo je, uostalom, potpuno saglasno i sa eksperimentalno utvrđenim karakteristikama promene $k_x(Fr)$.

Iz uslova da je $\partial(\Delta p)/\partial c=0$, za $c=c_{kr}$, prema jednačini (9.10') dobija se

$$c_{kr} = \sqrt[n+1]{\frac{2(n-1)K_o g^{n/2}}{\rho_v \pi} \frac{\dot{m}_m}{D^{2-n/2}}}, \quad (9.11)$$

a zamenom

$$\dot{m}_m = \mu_{kr} (\dot{m}_v)_{kr} = \mu_{kr} \rho_v \frac{D^2 \pi}{4} c_{kr}, \quad (\text{za } \psi \approx 1)$$

formula (9.11) svodi se na:

$$c_{kr} = \sqrt[n]{\frac{n-1}{2} K_o (gD)^{n/2} \mu_{kr}}. \quad (9.12)$$

Prema Smoldirevoj empirijskoj formuli **za sitnozrnaste materijale** je:

$$K_o = 0.08 \rho_m / \rho_v, \quad n=2, \quad (\text{za } 0,1 < Fr^2 \rho_v / \rho_m < 0,8),$$

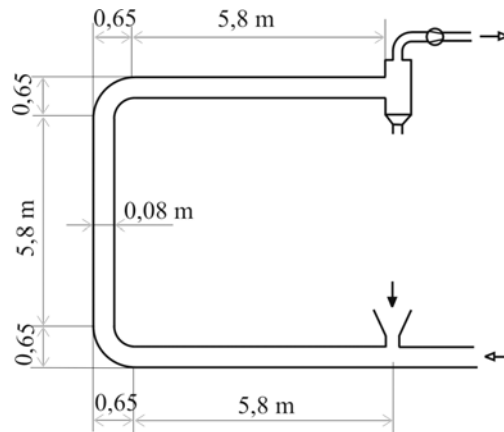
što zamenom u jednačine (9.11) i (9.12) ove dovodi na oblike:

$$c_{kr} = 0.371 \left(\frac{g}{\rho_v} \frac{\rho_m}{\rho_v} \frac{\dot{m}_m}{D} \right)^{\frac{1}{3}} \quad i \quad c_{kr} = 0.2 \left(g \frac{\rho_m}{\rho_v} D \mu_{kr} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (9.13)$$

Uobičajeno je da trasa cevovoda nije samo horizontalna, već ima i horizontalnih i vertikalnih deonica, povezanih kolenima. U ovakvim slučajevima glavnu opasnost začepljenja predstavljaju kolena, a specijalno su nezgodna vertikalna kolena H-Vg i Vd-H.

U transportnim cevovodima sa kolenima, određivanje kritične brzine transportnog gasa moguće je samo eksperimentalno.

Bart (*Barth*) je vršio eksperiment na modelu transportnog cevovoda prikazanom na sl.57. Vršeći eksperiment sa nekoliko vrsta transportovanog materijala, Bart je ustanovio da između specifičnog masenog protoka materijala pri kritičnoj brzini ($\mu_{kr} = \dot{m}_m / (\dot{m}_v)_{kr}$) i Frudovog broja pri kritičnoj brzini, postoji veza:



Slika. 57.

$$\frac{\mu_{kr}}{Fr_{kr}^4} = K_3, \quad (Fr_{kr} = \frac{c_{kr}}{\sqrt{gD}}),$$

gde je K_3 konstanta koja zavisi od vrste transportovanog materijala.

U opštem slučaju, pri određivanju kritične brzine na modelu, najispravnije je da se kritična brzina transportnog gasa odredi u formi :

$$\mu_{kr} = K_4 \left(\frac{Fr_{kr}}{\rho_m / \rho_v} \right)^{n_0}, \quad \text{tj.} \quad \mu_{kr} = K_4 \left(\frac{c_{kr}}{\frac{\rho_m}{\rho_v} \sqrt{gD}} \right)^{n_0}, \quad (9.14)$$

gde konstanta K_4 zavisi od vrste transportovanog materijala, a eksponent n_0 od konfiguracije transportnog cevovoda. Prema jednačini (9.4), kod horizontalnih cevovoda je $n_0=2$, a $K_4 = (\rho_m / \rho_v) / K_2^2$, gde su K_2 ranije date konstante (prema Smoldirevu) za razne vrste transportovanog materijala.

Prema jednačini (10.14), može se zaključiti da povećanje specifičnog masenog protoka materijala ($\mu = \dot{m}_m / \dot{m}_v$), pri $D = \text{const.}$, vodi povećanju brzine transportnog gasa, a i jedno i drugo za posledicu ima povećanje pada pritiska transportnog gasa, odnosno povećanje pritiska i protoka mašine koja stvara strujanje transportnog gasa (ventilatora, duvaljke, vakuum pumpe, kompresora).

S obzirom na pad pritiska u letećem pneumatičkom transportu se praktično postižu sledeći specifični maseni protoci transportovanog materijala :

- ◆ kod usisnog letećeg pneumatičkog transporta $\mu = 1 \div 5$ (a kod lakih praškastih materijala i do 10),
- ◆ kod potisnog letećeg pneumatičkog transporta:
 - za niskopritisni $\mu = 1 \div 5$ (max 10)
 - za srednje pritisni $\mu = 5 \div 30$ (max 50)
 - za visokopritisni $\mu = \text{do } 80$ (max 100)

9.2. MINIMALNI RAD

Pneumatički transport jedne te iste količine materijala, može se, u razmatranom cevovodu, obaviti sa različitim brzinama (protocima) transportnog gasa.

U prethodnom odeljku izvršena je analiza tražene brzine strujanja (protoka) transportnog gasa po uslovu da njegov pad pritiska u cevovodu bude minimalan i prema ovom padu pritiska, definisana je tzv. kritična brzina transportnog gasa, koja je ovako nazvana, zbog činjenice da pri ovoj brzini transportnog gasa počinje taloženje čestica transportovanog materijala.

Nesumnjivo je od interesa da leteći pneumatički transport bude što je moguće ekenomičniji (uz utrošak što manje snage mašine koja stvara strujanje transportnog gasa), pa po ovom kriterijumu razmotrimo pitanje tražene brzine strujanja (protoka) transportnog gasa.

Razmatranje ograničimo na niskopritisni pneumatički transport.

Teorijska snaga ventilatora je:

$$N_t = \dot{V}_v \Delta p = \frac{\dot{m}_v}{\rho_v} \Delta p, \quad (9.15)$$

gde je \dot{V}_v [m³/s] – zapreminski protok ventilatora, koji je jednak zapreminskom protoku transportnog gasa kroz cevovod, a Δp [Pa] – priraštaj pritiska u ventilatoru, koji nadoknađuje pad pritiska u cevovodu.

Kako je, uzimajući da je poroznost transportovanog materijala $\psi \approx 1$,

$$\dot{V}_v = \frac{D^2 \pi}{4} c,$$

izraz za teorijsku snagu ventilatora dobija oblik

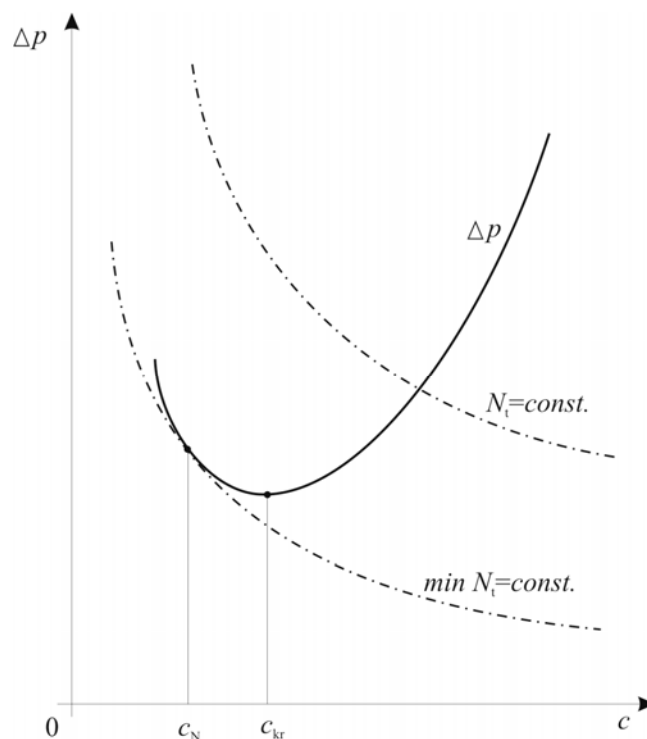
$$N_t = \frac{D^2 \pi}{4} c \cdot \Delta p. \quad (9.16)$$

Prema izrazu (9.16), teorijska snaga ventilatora srazmerna je proizvodu brzine strujanja i pada pritiska transportnog gasa.

Imajući u vidu karakter promene pada pritiska u transportnom cevovodu u zavisnosti od brzine transportnog gasa (sl. 55), kao i da su po izrazu (9.16) krive konstantnih teorijskih snaga u Δp – c dijagramu hiperbole

$$\Delta p = \frac{4N_t}{D^2 \pi} \frac{1}{c} \quad (9.17)$$

režim minimalne snage određen je tačkom u kojoj hiperbola (9.17) tangira krivu pada pritiska $\Delta p(c)$, kao što je na sl. 58 prikazano. Kako se na sl.58 vidi, brzina transportnog gasa c_N , koja odgovara minimalnom radu (minimalnoj snazi), nešto je manja od kritične brzine (brzine početka taloženja transportovanog materijala). Prema ovome, režimu rada sa minimalnim utroškom rada, odgovara pneumatički transport sa izvesnim malim taloženjem materijala po dnu horizontalnog cevovoda.



Slika 58.

Do izraza za izračunavanje brzine gasa c_N , koja odgovara minimalnoj snazi ventilatora, može se doći teorijskim putem, za slučaj horizontalnog transporta.

Ako se u izrazu (9.16) priraštaj pritiska u ventilatoru - pad pritiska u cevovodu, zameni izrazom (9.10'), koji važi za horizontalne cevovode, dobija se :

$$N_t = \frac{D^2 \pi}{4} \rho_v \lambda_v \frac{L}{2D} \left(c^2 + \frac{4K_o g^{n/2}}{\rho_v D^{2-n/2} \pi} \frac{\dot{m}_m}{c^n} \right), \quad (9.18)$$

gde su K_o i n konstante u izrazu (9.9), za izračunavanje $k_x = \lambda_{m,k}^* / \lambda_v$.

Kako $N_t(c) \rightarrow \infty$, kad $c \rightarrow 0$, i kad $c \rightarrow \infty$, funkcija $N_t(c)$, za $\dot{m}_m = const.$ i $D = const.$, ima minimum, pa prema uslovu $\partial N_t / \partial c = 0$, sleduje da je $min N_t$ pri brzini transportnog gasa

$$c_N = \sqrt[n+3]{\frac{4n K_o g^{n/2} \dot{m}_m}{3 \rho_v \pi D^{2-n/2}}}, \quad (9.19)$$

S obzirom na izraz (9.11), za kritičnu brzinu transportnog gasa (c_{kr}), izraz (9.19) može da se napiše i u obliku:

$$c_N = \left(\frac{2n}{3(n-1)} \right)^{\frac{1}{n+3}} \cdot c_{kr}^{\frac{n+1}{n+3}} \quad (9.19')$$

Kod sitnozrnastih materijala je $n=2$, pa se prema izrazu (9.19'), za sitnozrnaste materijale dobija:

$$c_N = \left(\frac{4}{3}\right)^{0.2} c_{kr}^{0.6} = 1,06 \cdot c_{kr}^{0.6} . \quad (9.20)$$

Pri pneumatičkom transportu materijala sa brzinom transportnog gasa c_N dolazi, kako je već rečeno, do malog taloženja transportovanog materijala po dnu horizontalnog cevovoda, pa je ovakav transport povoljan i sa aspekta da talog utiče na smanjenje abrazije dna cevovoda.

9.3. RADNE KARAKTERISTIKE KOMPRESORA, DUVALJKI⁸, VENTILATORA I VAKUUM PUMPI

Potreban protok i pritisak transportnog gasa (najčešće vazduha), zavisno od usvojene šeme letećeg pneumatičkog transporta (usisni ili potisni), ostvaruje se kompresorima, duvaljkama, ventilatorima i vakuum pumpama.

Kod usinog letećeg pneumatičkog transporta upotrebljavaju se:

- ◆ ventilatori (za potpritiske do 10 kPa (0,1bar)),
- ◆ ejektori,
- ◆ rotacione vakuum pumpe,
- ◆ vakuum pumpe sa vodenim prstenom,
- ◆ klipne vakuum pumpe,
- ◆ turbo vakuum pumpe.

Vakuumpumpe ostvaruju se potpritisci od 0,5 (0,7) bara.

Kod potisnog (pritisnog) letećeg pneumatičkog transporta upotrebljavaju se:

- ◆ ventilatori (za natpritiske do 10 kPa (0,1 bar)),
- ◆ rotacione duvaljke (za natpritiske do 1,5 bara),
- ◆ turboduvaljke (za natpritiske do 3,5 (4) bara),
- ◆ klipni kompresori i turbo kompresori (za natpritiske iznad vrednosti 3,5 (4) bara).

Radne karakteristike $\Delta p - \dot{V}_v$ navedenih mašina, u načelu, mogu biti *meke* i *tvrde*. Kod mašina sa mekom $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristikom, promena pada pritiska u cevovodu praćena je promenom protoka transportnog gasa, dok kod mašina sa tvrdom $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristikom, promena pada pritiska u cevovodu, praktično, ne izaziva promenu protoka transportnog gasa.

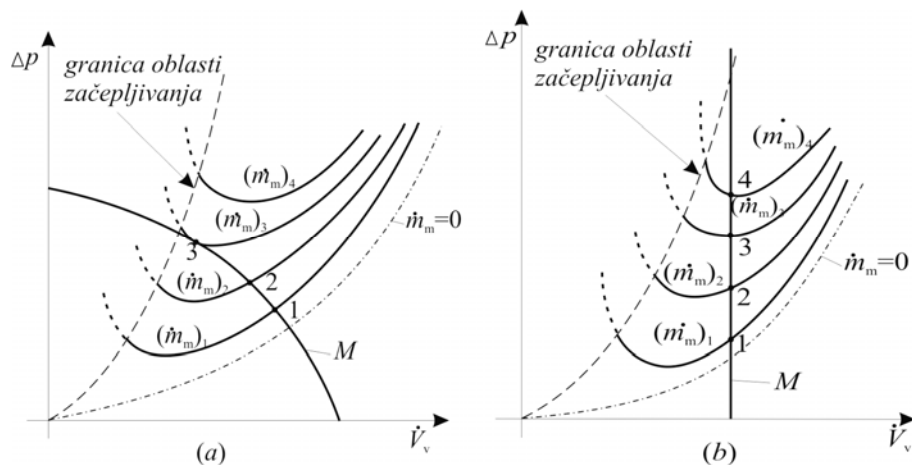
Meke $\Delta p - \dot{V}_v$ radne karakteristike imaju ventilatori, turbo-kompresori, vakuum pumpe sa vodenim prstenom i ejektori. Na sl.59a data je jedna meka $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristika mašine (kriva M). Radne tačke (radni režimi) sistema transportni cevovod-mašina koja stvara strujanje transportnog gasa, određuje se presekom $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristike mašine i $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristike

⁸ Duvaljkama se nazivaju nehladeni kompresori. Maksimalni natpritisak koji se ostvaruje duvaljkama je oko 3 bara.

cevovoda, pa su na sl.59a nanesene i $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristike cevovoda, za 4 različita masena protoka transportovanog materijala ($(\dot{m}_m)_1 < (\dot{m}_m)_2 < (\dot{m}_m)_3 < (\dot{m}_m)_4$).

Radni režimi sistema, pri masenim protocima transportovanog materijala $(\dot{m}_m)_1, (\dot{m}_m)_2, (\dot{m}_m)_3$, označeni su, redom, tačkama 1, 2 i 3. Sa $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristikom mašine, dato je na sl.59a, nemoguće je ostvariti maseni protok transportovanog materijala $(\dot{m}_m)_4$.

Tvrde $\Delta p - \dot{V}_v$ radne karakteristike imaju rotacione duvaljke, rotacioni kompresori i klipni kompresori, a jedna ovakva karakteristika prikazana je na sl.59b (kriva M).



Slika 59.

Radne karakteristike sistema pneumatičkog transporta sa:

- a) mekom $\Delta p - \dot{V}_v$ radnom karakteristikom mašine koja stvara strujanje transportnog gasa; b) tvrdom $\Delta p - \dot{V}_v$ radnom karakteristikom mašine koja stvara strujanje transportnog gasa

Ako se uporede režimi rada letećeg pneumatičkog transporta sa mekom i tvrdom $\Delta p - \dot{V}_v$ radnom karakteristikom mašine koja stvara strujanje transportnog gasa, očigledno je da su povoljnije mašine sa tvrdom $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristikom.

Rednim vezivanjem mašina sa mekom $\Delta p - \dot{V}_v$ karakteristikom, njihova zajednička karakteristika postaje strmija i pogodnija za pneumatički transport.