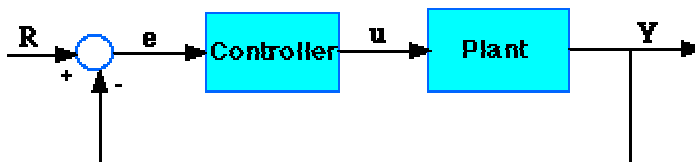


OSNOVE PID KONTROLERA

Uvod

U ovom odeljku pokazuju se karakteristike svakog od elemenata PID kontrolera (proporcionalno dejstvo (P), integralno dejstvo (I) i diferencijalno dejstvo (D)), kao i jednostavni postupci njihovog određivanja sa ciljem u dobijanju željenog odziva, tj. ponašanja sistema upravljanja. Posmatra se sistem upravljanja sa jediničnom povratnom spregom prikazan na sledećoj slici.



Prenosna funkcija PID kontrolera:

$$K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

K_p – pojačanje proporcionalnog dejstva

K_i – pojačanje integralnog dejstva

K_d – pojačanje diferencijalnog dejstva

Na prethodnoj slici, promenljiva e predstavlja grešku određenu razlikom između željene ulazne vrednosti (referentne) R i ostvarenog izlaza Y . Ulaz kontrolera je signal greške e a sam kontroler sračunava diferencijal i integral ovog signala. Upravljački signal u određen je izrazom

$$u = K_p e + K_i \int e dt + K_d \frac{de}{dt}$$

Upravljački signal u se dovodi na objekat upravljanja na čijem se izlazu formira novi izlazni signal Y . Ova nova vrednost izlaznog signal se meri i upoređuje sa referentnom vrednošću i formira se novi signal greške koji se dovodi na ulaz kontrolera itd.

Karakteristike P, I i D kontrolera

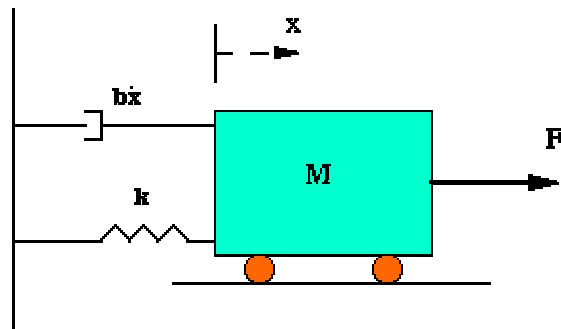
Proporcionalno dejstvo (K_p) smanjuje vreme uspona i redukuje, ali ne eliminiše, grešku ustaljenog stanja. Integralno dejstvo (K_i) eliminiše grešku ustaljenog stanja ali pogoršava karakteristike prelaznog dela odziva. Diferencijalno dejstvo povećava stabilnost sistema, smanjuje preskok i poboljšava karakteristike prelaznog dela odziva. Efekti svakog od dejstava na sistem upravljanja dati su u sledećoj tabeli.

	Vreme uspona	Preskok	Vreme smirenja	Greška ustaljenog stanja
K_p	Smanjuje	Povećava	Mala promena	Smanjuje
K_i	Smanjuje	Povećava	Povećava	Eliminiše
K_d	Mala promena	Smanjuje	Smanjuje	Mala promena

Važno je da kvalitativne relacije date u tabeli ne moraju uvek biti tačne s obzirom da su pojačanja K_p , K_i i K_d i uzajamno u vezi, tj. promena jedne od ovih vrednosti može izazvati i promenu efekta na karakteristike (sistema upravljanja) date u tabeli preostala dva dejstva. Iz ovog razloga, data tabela služi samo kao pomoćno sredstvo pri određivanju vrednosti za K_p , K_i i K_d .

Primer:

Neka je dat jednostavan sistem mase, opruge i prigušnice.



Matematički model sistema dat je diferencijalnom jednačinom

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F$$

Kao rezultat primene Laplasove transformacije dobija se

$$Ms^2X(s) + bsX(s) + kX(s) = F(s)$$

Prenosna funkcija između pomeranja x kao izlazne promenljive od interesa i sile koja deluje na masu F dobija se kao

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + bs + k}$$

Neka su dati sledeći brojni podaci:

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$b = 10 \text{ N.s/m}$$

$$k = 20 \text{ N/m}$$

$$F(s) = 1$$

Uvrščivanjem ovih vrednosti u prenosnu funkciju napred datu dobija se

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

Cilj ovog primera je pokazati kako svako od pojačanja K_p , K_I i K_d doprinosi da se zadovolje sledeći zahtevi projektovanja sistema upravljanja: minimalni preskok, nulta greška ustaljenog stanja.

Odskočni odziv otvorenog kola

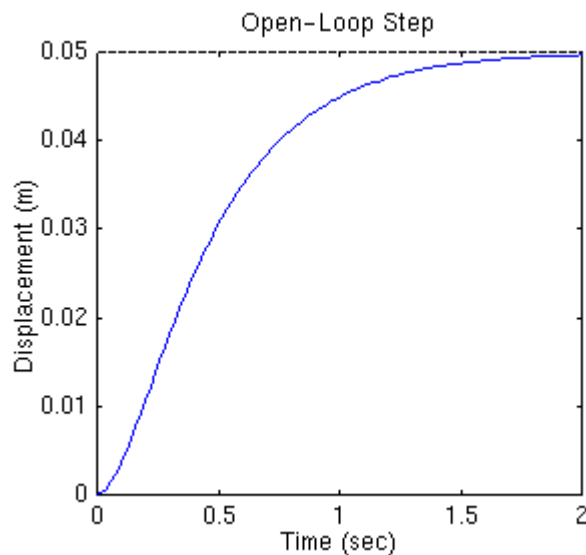
Kreiraćemo m.-fajl pod nazivom pid_prim:

```
num=1;
```

```
den=[1 10 20];
```

```
step(num,den)
```

Izvršenjem ovog m.-fajla dobija se odziv otvorenog kola



Pojačanje (DC gain) prenosne funkcije objekta upravljanja je $1/20$, pa je 0.05 konačna vrednost izlaza na jedinični odskočni ulaz (sila koja deluje na masu u trenutku postane 1N). S obzirom da je željeno pomeranje mase 1m sledi da je greška ustaljenog stanja 0.95, tj. potpuno neprihvatljiva. Sa slike se dalje može zaključiti da je vreme uspona oko 1s, a vreme smirenja oko 1.5s (obe karakteristike su očitane vrlo aproksimativno). Neka je zadatak kontrolera da smanji vreme uspona, smanji vreme smirenja i eliminiše grešku ustaljenog stanja.

P kontroler

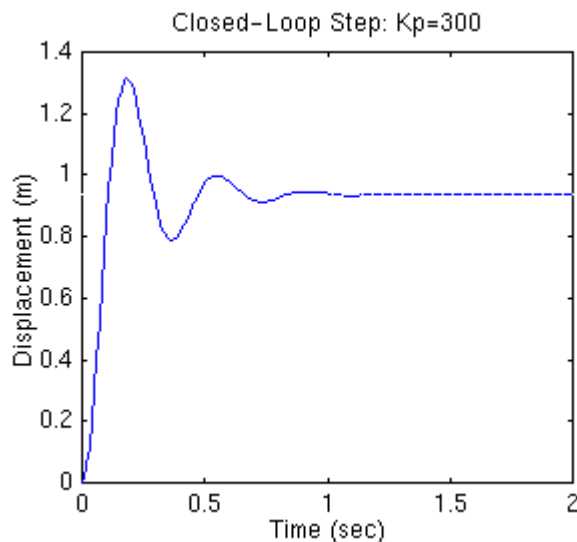
Pojačanje proporcionalnog dejstva K_p smanjuje vreme uspona, povećava preskok i smanjuje grešku stacionarnog stanja. Prenosna fukcija zatvorenog kola posmatranog sistema sa kontrolerom proporcionalnog dejstva je:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$

Neka je $K_p = 300$, pa je m.-fajl:

```
Kp=300;
num=[Kp];
den=[1 10 20+Kp];
t=0:0.01:2;
>step(num,den,t)
```

Izvršenjem ovog m.-fajl dobija se grafik



Drugi način da se dobije odziv zatvorenog kola u Matlabu je korišćenje komande **feedback** kojom se dobija prenosna funkcija zatvorenog kola direktno iz prenosne funkcije otvorenog kola (umesto ručnog određivanja prenosne funkcije zatvorenog kola). Sledeći m.-fajl koristi **feedback** komandu i treba da ima za rezultat identičan grafik prethodnom:

```
num=1;
den=[1 10 20];
Kp=300;
sys=tf(Kp*num,den)
syscl=feedback(sys,1);
t=0:0.01:2;
step(syscl,t)
```

Sa slike možemo zaključiti da je P-kontroler smanjio vreme uspona i grešku ustaljenog stanja, povećao preskok i smanjio vreme smirenja za malu vrednost.

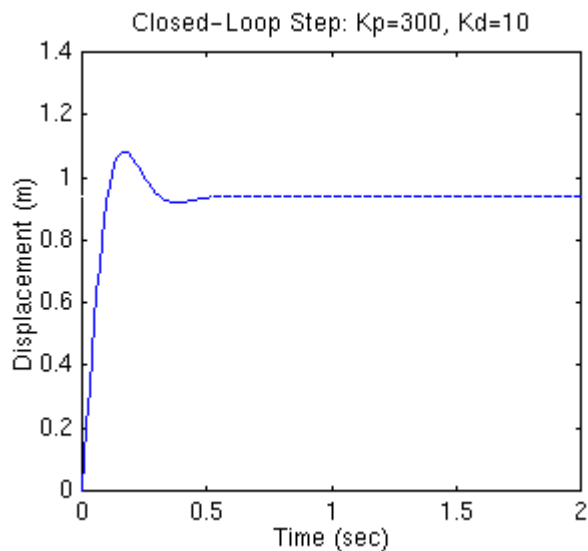
PD kontroler

Pojačanje diferencijalnog dejstva K_d (vidi tabelu napred) smanjuje preskok i vreme smirenja. Prenosna funkcija zatvorenog kola posmatranog sistema sa PD kontrolerom je

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s + K_P}{s^2 + (10 + K_D)s + (20 + K_P)}$$

Neka je $K_p=300$ i neka je $K_d=10$. Kreiramo novi m.-fajl:

```
Kp=300;
Kd=10;
num=[Kd Kp];
den=[1 10+Kd 20+Kp];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)
```



Na osnovu jediničnog odskočnog odziva prikazanog na slici zaključujemo da je pojačanje diferencijalnog dejstva smanjilo i preskok i vreme smirenja, kao i da je imalo mali uticaj na vreme uspona i grešku ustaljenog stanja.

PI kontroler

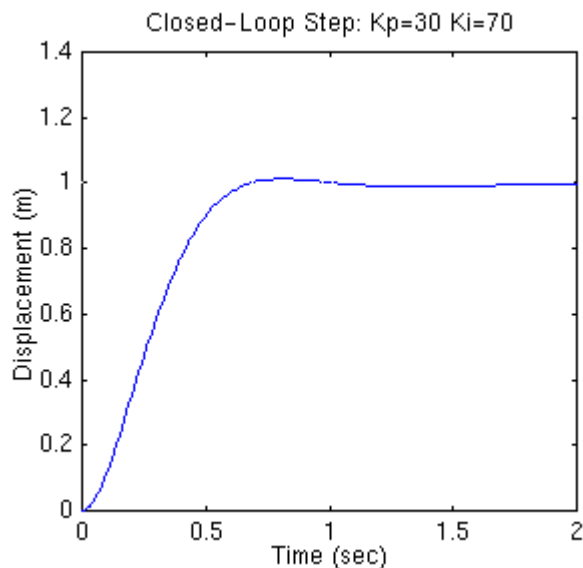
Razmotrimo sada kombinaciju proporcionalnog i integralnog dejstva. Na osnovu tabele, KI smanjuje vreme uspona, povećava preskok i vreme smirenja i eliminiše grešku ustaljenog stanja. Za dati sistem, prenosna funkcija zatvorenog kola sa PI kontrolerom je

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

Smanjimo sada Kp na 30 i neka je K_i = 70.

```
Kp=30;
Ki=70;
num=[Kp Ki];
den=[1 10 20+Kp Ki];
```

```
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)
```



Smanjili smo pojačanje proporcionalnog dejstva K_p jer i K_I takođe smanjuje vreme uspona i povećava preskok. Odziv dobijen na slici pokazuje da integralni kontroler eliminiše grešku ustaljenog stanja.

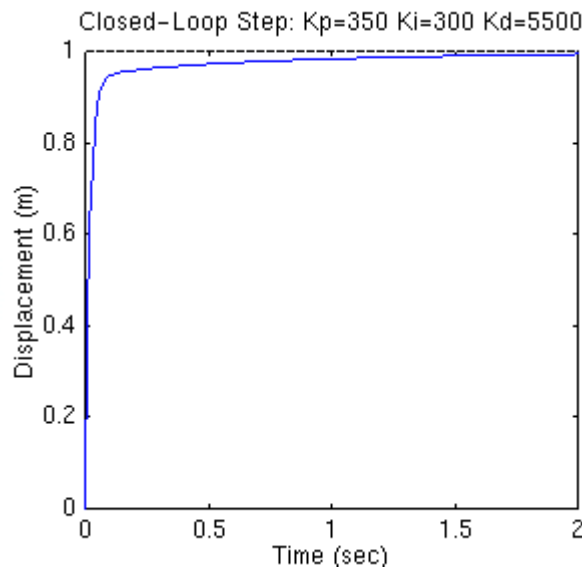
PID kontroler

Prenosna funkcija zatvorenog kola datog sistema sa PID kontrolerom je:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s^3 + (10 + K_D)s^2 + (20 + K_P)s + K_I}$$

Posle nekoliko pokušaja, dobijena su pojačanja koja obezbeđuju željeni odziv $K_p=350$, $K_i=300$ i $K_d=50$.

```
Kp=350;
Ki=300;
Kd=50;
num=[Kd Kp Ki];
den=[1 10+Kd 20+Kp Ki];
t=0:0.01:2;
step(num,den,t)
```



Konačno, primenom PID kontrolera dobijen je sistem upravljanja bez preskoka, sa malim vremenom uspona i bez greške ustaljenog stanja.

Generalne preporuke za projektovanje PID kontrolera sadržane su u sledećim koracima:

1. Dobiti odziv otvorenog kola i odrediti šta treba popraviti;
2. Dodati P kontroler da bi popravili vreme uspona
3. Dodati D kontroler da bi popravili preskok
4. Dodati I kontroler da bi eliminisali grešku ustaljenog stanja
5. Naknadno podesiti svako od pojačanja da bi dobili željeni odziv u celini.

Bitno je da nije uvek neohodno primeniti sva tri dejstva na jedan sistem Na primer, ako PI kontroler daje dobre rezultate, onda ne treba dodavati i D kontroler. Kontroler treba da bude onoliko jednostavan koliko je to moguće.