

ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ ПРЕДМЕТА  
**МЕХАНИКА III - ДИНАМИКА**  
**МЕХАНИКА III - ДИНАМИКА**

**PRVI ZADATAK.** Materijalna tačka mase  $m$ , puštena je početnom brzinom  $\vec{v}_0$ , u polju Zemljine teže, iz položaja  $A$  na visini  $h_0$  u odnosu na referentni horzont, da se kliza niz HRAPAVU strmu ravan, koja sa horizontom zaklapa ugao  $\alpha$ . Koeficijent trenja klizanja niz strmu ravan je  $\mu$ . Linija  $A N B$  sa slike 1. je u vertikalnoj ravni. Strma ravan se, u tački  $M$ , nastavlja u cilindričnu idealno glatku površ poluprečnika  $R = R = 6r$ , centralnog ugla  $3\alpha$ , tako da vertikala lroz centar krivine luka, deli taj ugao u odnosu 1:2, kao što je na slici 1. ptikazano.

a\* Koji uslov treba da zadovoljava početna brzina  $\vec{v}_0$  materijalne tačke da bi se klizala po strmoj ravni, zadržavši svoje položaje kroz koje prolazi na toj strmoj ravni, ostajući sve vreme u vertikalnoj ravni?

b\* Koliko stepeni slobode kretanja ima materijalna tačka dok se kliza niz strmu ravan i po cilindričnoj površi, a koliko stepeni kada napusti tu površ po prolasku kroz položaj  $B$ ? Obrazloži odgovor.

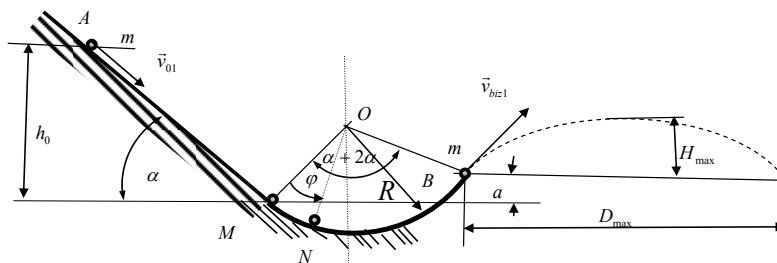
c\* Napisati kinetičku i potencijalnu energiju materijalne tačke pri klizanju niz HRAPAVU strmu ravan, po cilindričnoj glatkoj površi i po napuštanju iste, a u položajima  $A$  (početni položaj),  $L$  (proizvoljan položaj na strmoj ravni),  $N$  (položaj određen uglom  $\varphi$  na cilindričnoj površi),  $B$  i  $D$  (kada napusti cilindričnu površ). Da li je sistem konzervativan ili nekonzervativan? Obrazloži odgovor. Na osnovu teoreme o promeni ukupne energije sistema napisati odgovarajući matematičko iskaz primene iste na posmatrani sistem u svim fazama kretanja sistema (po hrpavoj strmoj ravni, po cilindričnoj glatkoj površi i po napuštanju iste) i obrazloži.

d\* Odrediti brzine materijalne tačke, pri njenom prolasku kroz tačku  $N$  određenu uglom  $\varphi$  na cilindričnoj površi, kao i pri prolasku kroz tačku  $B$  u kojoj napušta cilindričnu površ;

e\* Odrediti jednačine kretanja materijalne tačke po napuštanju cilindrične površi u tački  $B$ . Kolika je maksimalna visina  $H_{\max} = ?$  koju će postići materijalna tačka u fazi kretanja po napuštanju cilindrične površi, kao i njen maksimalni domet  $D_{\max} = ?$  u toj fazi kretanja.

g\* Kolika je ugaona brzina materijalne tačke u položaju dostizanja maksimalne visine  $H_{\max}$  ?

h\* Kolika je sila pritiska na cilindričnu površ u proizvoljnom položaju materijalne tačke na njoj? Koliki treba da bude ugao  $\alpha$ , odnosno početna brzina  $\vec{v}_0$  materijalne tačke, te da se ona odvoji od cilindrične površi pre izlaska sa iste (njenog kraja)?



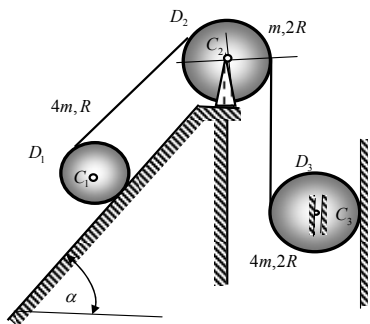
Slika 1.

**DRUGI ZADATAK.** Materijalni sistem na slici 2. se sastoji od tri tanka homogena diska  $D_1$ ,  $D_2$  i  $D_3$ , mase i poluprečnika redom  $4m, R, m, 2R$  i  $4m, 2R$  kao što je to prikazano na slici 2. Preko prvog diska  $D_1$ , koji može da se lotrlja brz klizanja po strmoj ravni nagiba ugla  $\alpha$  u odnosu na horizontat, namotano je, lako, nerastegljivo uže, koje je zatim prebačeno preko drugog diska  $D_2$ , čiji je centar masa  $C_2$  zgloбно vezan za nepokretni oslonac, a čiji je drugi kraj namotan na treći disk  $D_3$ , mase i polupračnika redom  $4m, 2R$ , koji "visi" na tom užetu u vertikalnom pravcu

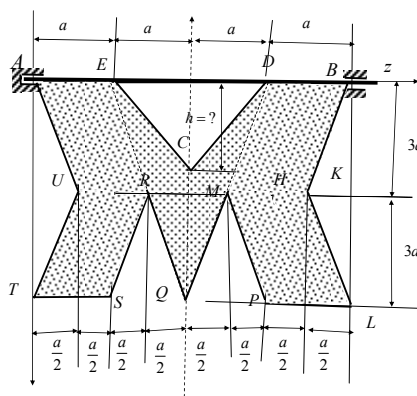
istovremeno se kotrljajući bez klizanja po užetu koje se odmotava i kotrljajući se bez klizanja po vertikalnom zidu. Ceo sistem pri kretanju se nalazi u vertikalnoj ravni i u polju Zemljine teže.

Odrediti:

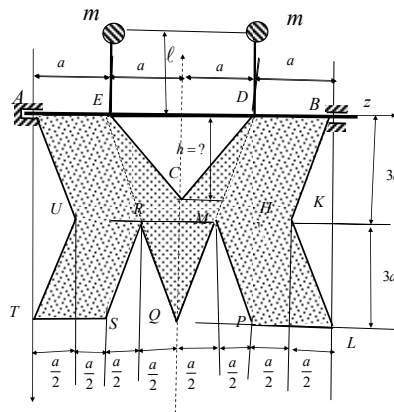
- a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata (ili koordinate) sistema;
- b\* sve koordinate položaja i konfiguracije sistema, kao i ugaone brzine diskova pomoću izabranih generalisanih koordinata sistema;
- c\* izraze za **kinetičku i potencijalnu energiju sistema**. Da li se ukupna mehanička energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Da li je sistem konzervativan?
- d\* snagu rada sila koje dejstvuju na sistem;
- e\* napisati integral energije sistema;
- f\* diferencijalne jednačine kretanja sistema pomoću generalisanih koordinata i Lagrange-ovih jednačina druge vrste. Koliki je najmanji broj diferencijalnih jednačina kretanja sistema? Odrediti ubrzanja sistema.
- g\* ubrzanja centra diska  $C_1$ ;
- h\* sile u užadima.



Slika 2.



Slika 3. a\*



Slika 3. b\*

**TREĆI ZADATAK.** Na slici 3. prikazana je homogena tanka pločica, mase  $M$ , konture  $AECDBKLMHPQRSTU$ , a oblika slova  $M$  i dimanzija izraženih preko parametra dužine  $a$  i konture kao na slici i prikazano. Težište cele pločice je u temenu  $C$  konture pločice, koje je ne udaljenju  $h = ?$  od ose vratila. Pločica je kruto učvršćena na lakom vratilu, tako da je osa vratila na istom pravcu kao i deo konturne ivice pločice. Vratilo je sa ležštima, nepokretnim u  $A$  i cilindričnim u  $B$ , na međusobnom rastojanju  $4a$ . Odrediti:

- a\* period oscilovanja pločice oko ose vratila, kada je ta osa horizontalna.
- b\* kolika treba da je masa materijalnih tačaka  $m$ , koje treba dodati na lakim krutim štapovima zanemarljive mase, dužine  $\ell$  da bi pločica oko horizontalne ose vratila bila uravnotežena, slika 3.b\*? Da li dužina štapa-prepusta  $\ell$  treba da zadovoljava neki uslov? Da li bi pločica bila uravnotežena ako bi se obrtala oko ose vratila, koja nije horizontalna,? Obrazložiti odgovor!
- c\* vektor momenta inercije mase tela za osu rotacije i pol u nepokretnom ležištu  $A$ ;
- d\* kinetičke pritiske na ležšta vratila za slučaj rotacije pločice slučaj rotacije pločice jednakubrzanom oko horizontalne ose (na slici 3. a\*) početnom ugaonom brzinom  $\omega_0$  i ugaonim ubrzanjem  $\epsilon_0$ ;
- e\* devijacioni spreg koji desjtvuje na ležšta vratila za slučaj jednakubrzanog obrtanja oko horizontalne ose (na slici 3. a\*);
- f\* intenzitet vektora rotatora za taj slučaj.

**Напомена:** Писмени део испита траје 4 сата. Дозвољено је коришћење само штампане литературе (уџбеник и таблице). Студенти који имају одложен усмени део испита дужни су да то видно означе на корицама писменог задатка, заједно са бројем поена, као и подацима о испитном року у коме су стекли то право. Такође, **НАПОМИЊЕМО** да је студент који има одложен усмени део испита **обавезан да ради писмени део испита и у испитном року у коме ће полагати усмени део испита и да се труди да исти што боље уради.**

Писмени део испита је елиминаторан. Студент остварује право на полагање усменог дела испита и позитивну оцену писменог дела испита ако оствари најмање 18 поена од укупно 30 поена (три задатка по десет поена) или ако тачно реши и уради најмање два цела испитна задатка. Студент који оствари право «условно позван на усмени део испита» као **доквалификацију** за остварење права на усмени део испита ради један теоријски задатак у трајању од једног часа и без коришћења литературе.

Резултати писменог дела испита биће саопштени у писменом облику на огласној табли факултета до 12 часова, један дан по одржаном писменом делу испита, ако дежурни асистент или наставник не саопшти другачије. Студенти који желе да добију објашњење у вези са оценом писменог дела испита или да поново виде свој писмени рад, потребно је да се обрате предметном наставнику, или асистенту у време редовних консултација са студентима. То право треба искористити до термина одржавања усменог дела испита. Ако студент није искористио то право до почетка усменог дела испита сматраће се није хтео да коридити то право. Термини консултација наставника су: понедељак 10-12 h, и петак 10-12 h у кабинету 221. Консултације асистента су у кабинету 307: понедељком 10-12 h, средом 10-12 h.

Термин за полагање усменог дела испита по правилу први понедељак после писменог дела испита, а са почетком у 8,00 часова, ако студенти не изразе другачији захтев и договоре се са предметним наставником. На усменом делу испита није дозвољено коришћење литературе нити прибележака. За успешнију припрему испита из Механике III – Динамике пожељно је да су студенти положили испите из претходне године.

Резултате писменог дела испита, текстове испитних задатака и огледне примере решених испитних задатака из претходних испитних рокова, студенти могу наћи на **WEB** презентацији предмета Механика III – Динамика, а на адреси [www.masfak.ni.ac.yu](http://www.masfak.ni.ac.yu) или интернет страници <http://www.hm.co.yu/mehanika>.