

ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ ПРЕДМЕТА  
**МЕХАНИКА III - ДИНАМИКА**  
**МЕХАНИКА III - ДИНАМИКА**

**PRVI ZADATAK.** Disk mase  $2m$ , poluprečnika  $R$ , puštena je početnom brzinom  $\vec{v}_0$ , centra mase  $C_0$ , u polju Zemljine teže, iz položaja  $A$  na visini  $h_0$  centra mase  $C_0$ , u odnosu na referentni horzont, da se kotrlja bez klizanja niz glatku strmu ravan, koja sa horizontom zaklapa ugao  $\alpha$ , ostajući za vreme kretanja u vertikalnoj ravni. Linija  $A N B$  sa slike 1. je u vertikalnoj ravni. Strma ravan se, u tački  $M$ , nastavlja u cilindričnu površ poluprečnika  $R = R = 6r$ , centralnog ugla  $\alpha + \pi$ , tako da vertikala kroz centar krivine luka, deli taj ugao u odnosu  $\alpha : \pi$ , kao što je na slici 1. prikazano.

a\* Koji uslov treba da zadovoljava početna brzina  $\vec{v}_0$  centra mase  $C_0$  diska, da bi se disk kotrljao po strmoj ravni, zadržavši svoje položaje kroz koje prolazi u vertikalnoj ravni?

b\* Koliko stepeni slobode kretanja ima disk dok se kotrlja niz strmu ravan i po cilindričnoj površi, a koliko stepeni kada napusti tu površ po prolasku kroz položaj  $B$ ? Obrazloži odgovor. Navedi veze kojima je podvrgnut disk pri kretanju, kao i za koliko stepeni slobode kretanja svaka od veza smanjuje njihov broj..

c\* Napisati kinetičku i potencijalnu energiju diska pro kotljanju niz strmu ravan, po cilindričnoj površi i po napustanju iste, a u položajima  $A$  (početni položaj),  $L$  (proizvoljan položaj na strmpj tavnini),  $N$  (položaj određen uglom  $\varphi$  na cilindričnoj površi),  $B$  i  $D$  (kada napusti cilindričnu površ). Da li je sistem konzervativan? Ako je odgovor DA, napisati integral energije;

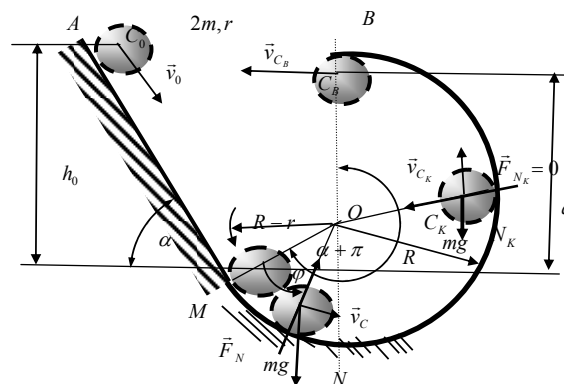
d\* Odrediti brzine centra diska, kao i ugaonu brzinu sopstvene rotacije diska, pri njenom prolasku kroz tačku  $N$  određenu uglom  $\varphi$  na cilindričnoj površi, kao i pri prolasku kroz tačku  $B$  u kojoj napušta cilindričnu površ;

e\* Odrediti jednačine kretanja diska po napuštanju cilindrične površi u tački  $B$ .

f\* Kolika je ugaona brzina sopstvenog obrtanja diska u trenutku udara u kosu ravan, po napuštanju cilindrične površi?

g\* Kolika je sila pritiska na cilindričnu površ u proizvoljnom položaju diska na njoj?

h\* Koliki treba da bude ugao  $\alpha$ , odnosno početna brzina  $\vec{v}_0$  centra mase  $C_0$  diska te da se disk odvoji od cilindrične površi pre nego što dospeća u tačku  $B$  (njenog kraja)?



Slika 1.

**DRUGI ZADATAK.** Materijalni sistem na slici 2. se sastoji od tri tanka homogena diska  $D_1$ ,  $D_2$  i  $D_3$ , masa i poluprečnika redom  $4m, R, m, 2R$  i  $4m, 2R$  kao što je to prikazano na slici 2. Preko prvog diska  $D_1$ , koji može da se kotrlja bez klizanja po strmoj ravni nagiba ugla  $\alpha$  u odnosu na horizont, namotano je, lako, nerastegljivo uže, koje je zatim prebačeno preko drugog diska  $D_2$ , čiji je centar masa  $C_2$  zglobno vezan za nepokretni oslonac, a za čiji je drugi kraj vezan treći disk  $D_3$ ,

mase i polupračnika redom  $4m, 2R$ , koji visi na tom užetu u vertikalnom pravcu istovremeno se kotrljajući bez klizanja po vertikalnom zidu (površni). Ceo sistem pri kretanju se nalazi u vertikalnoj ravni i u polju Zemljine teže.

Odrediti:

a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata (ili koordinate) sistema; Nabroji veze kojima je svaki od diskova podvrgnut i obrazloži.

b\* sve koordinate položaja i konfiguracije sistema, kao i ugaone brzine diskova pomoću izabраних generalisanih koordinata sistema;

c\* izraze za **kinetičku i potencijalnu energiju sistema**. Da li se ukupna mehanička energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Da li je sistem konzervativan ili nekonzervativan? Obrazloži odgovor.

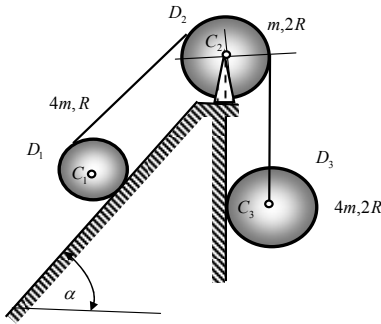
d\* snagu rada sila koje dejstvuju na sistem, kao i ukupnu snagu rada celog sistema;

e\* napisati integral energije sistema;

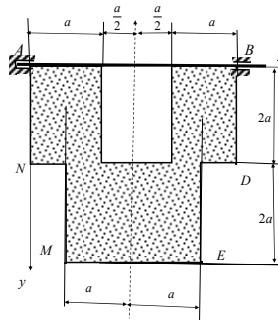
f\* diferencijalne jednačine kretanja sistema pomoću generalisanih koordinata i Lagrange-ovih jednačina druge vrste. Koliki je najmanji broj diferencijalnih jednačina kretanja sistema? Odrediti ubrzanja sistema.

g\* ubrzanja centra diska  $C_1$ ;

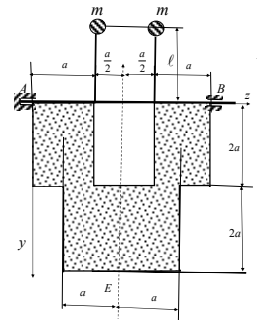
h\* sile u užadima.



Slika 2.



Slika 3. a\*



Slika 3. b\*

**TREĆI ZADATAK.** Na slici 3. prikazana je homogena tanka pločica, mase  $M$ , konture  $ABDEM N$ , sastavljena od četiri jednaka pravougaonika stranica  $a$  i  $2a$ , složenih kao na slici 3. a\* prikazano šrafurom.

Pločica je kruto učvršćena na lakom vratilu, tako da je osa vratila na istom pravcu kao i osnovice konture pločice. Vratilo je sa ležištima, nepokretnim u  $A$  i cilindričnim u  $B$ , na međusobnom rastojanju  $3a$ . Odrediti:

a\* period oscilovanja pločice oko ose vratila, kada je ta osa horizontalna.

b\* kolika treba da je masa materijalnih tačaka  $m$ , koje treba dodati na lakim krutim štapovima zanemarljive mase, dužine  $\ell$  da bi pločica oko horizontalne ose vratila bila uravnotežena, slika 3.b \*? Da li dužina štapa-prepusta  $\ell$  treba da zadovoljava neki uslov? Da li bi pločica bila uravnotežena ako bi se obrtala oko ose vratila, koja nije horizontalna,? Obrazloži odgovor!

c\* vektor momenta inercije mase tela za osu rotacije i pol u nepokretnom ležištu  $A$ ;

d\* kinetičke pritiske na ležošta vratila za slučaj rotacije polčice pločice jednakubrzanom oko horizontalne ose (na slici 3. a\*) početnom ugaonom brzinom  $\omega_0$  i ugaonim ubrzwem  $\varepsilon_0$ ;

e\* devijacioni spreg koji desjtvuje na ležošta vratila za slučaj jednakubrzanog obrtanja oko horizontalne ose (na slici 3. a\*);

f\* intenzitet vektora rotatora za taj slučaj.

**Напомена:** Писмени део испита траје 4 сата. Дозвољено је коришћење само штампане литературе (уџбеник и таблице). Студенти који имају одложен усмени део испита дужни су да то видно означе на корицама писменог задатка, заједно са бројем поена, као и подацима о испитном року у коме су стекли то право. Такође, **НАПОМИЊЕМО** да је студент који има одложен усмени део испита **обавезан да ради писмени део испита и у испитном року у коме ће полагати усмени део испита** и да се труди да исти што боље уради.

Писмени део испита је елиминаторан. Студент остварује право на полагање усменог дела испита и позитивну оцену писменог дела испита ако оствари најмање 18 поена од укупно 30 поена (три задатка по десет поена) или ако тачно реши и уради најмање два цела испитна задатка. Студент који оствари право «условно позван на усмени део испита» као **доквалификацију** за остварење права на усмени део испита ради један теоријски задатак у трајању од једног часа и без коришћења литературе.

Резултати писменог дела испита биће саопштени у писменом облику на огласној табли факултета до 12 часова, један дан по одржаном писменом делу испита, ако дежурни асистент или наставник не саопшти другачије. Студенти који желе да добију објашњење у вези са оценом писменог дела испита или да поново виде свој писмени рад, потребно је да се обрате предметном наставнику, или асистенту у време редовних консултација са студентима. То право треба искористити до термина одржавања усменог дела испита. Ако студент није искористио то право до почетка усменог дела испита сматраће се није хтео да коридити то право. Термини консултација наставника су: понедељак 10-12 h, и петак 10-12 h у кабинету 221. Консултације асистента су у кабинету 307: понедељком 10-12 h, средом 10-12 h.

Термин за полагање усменог дела испита по правилу први понедељак после писменог дела испита, а са почетком у 8,00 часова, ако студенти не изразе другачији захтев и договоре се са предметним наставником. На усменом делу испита није дозвољено коришћење литературе нити прибележака. За успешнију припрему испита из Механике III – Динамике пожељно је да су студенти положили испите из претходне године.

Резултате писменог дела испита, текстове испитних задатака и огледне примере решених испитних задатака из претходних испитних рокова, студенти могу наћи на **WEB** презентацији предмета Механика III – Динамика, а на адреси [www.masfak.ni.ac.yu](http://www.masfak.ni.ac.yu) или интернет страници <http://www.hm.co.yu/mehanika>.