

## JEDINIČNI RAD TURBOMAŠINA

### JEDINIČNI RAD PUMPE

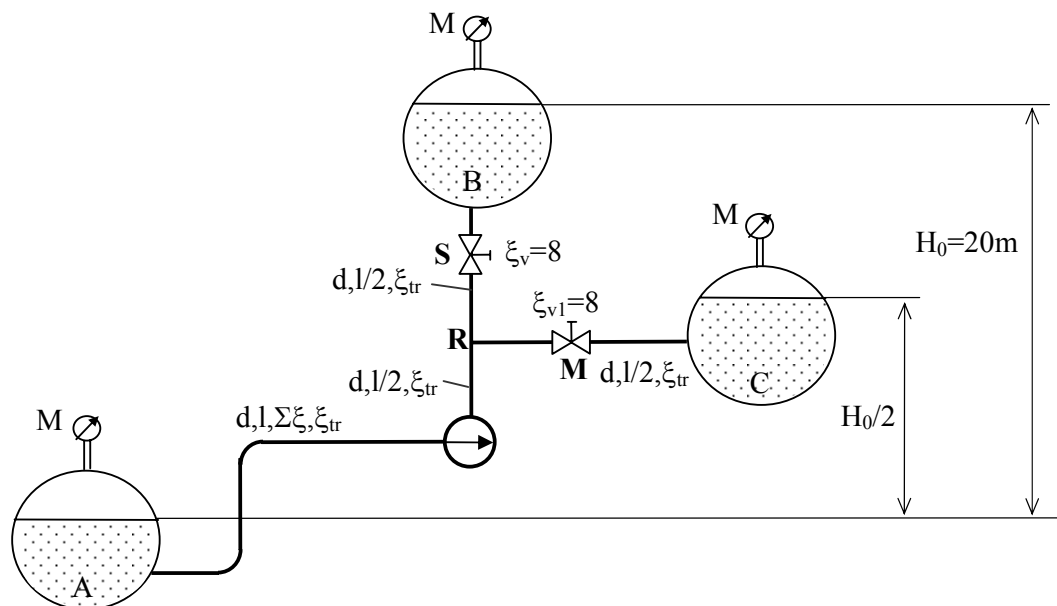
**Zadatak 1.** Centrifugalna pumpa transportuje vodu protoka  $Q=90$  l/s, gustine  $\rho=10^3$  kg/m<sup>3</sup> iz rezervoara A, u kome vlada nadpritisak  $p_{MA}=58860$  Pa, u rezervoare B i C, u kojima vladaju nadpritisaci  $p_{MB}=156960$  Pa i  $p_{MC}=255060$  Pa (videti sliku). Dimenzije cevovoda su: prečnik  $d=200$  mm, dužine  $l=25$  m i koeficijent trenja  $\xi_{tr}=0,015$ . Zbirni koeficijent lokalnih otpora u usisnom vodu iznosi  $\Sigma\xi=8$ .

a) Odrediti jedinični rad pumpe kada je ventil M zatvoren.

Od lokalnih otpora u potisnom vodu uzeti samo otpor ventila.

b) Odrediti jedinični rad pumpe i protok kojim voda dotiče u rezervoare C i B kada su otvorena oba ventila (S i M).

Od lokalnih otpora u potisnom cevovodu uzeti samo otpore naznačenih ventila.



#### Rešenje:

a) Kada je ventil zatvoren imamo slučaj prostog cevovoda, kojim se iz rezervoara A transportuje voda u rezervoar B. Tada jedinični rad pumpe određujemo iz energijske jednačine za nivoe vode u rezervoarima A i B (A-B):

$$\frac{p_A}{\rho} + Y = \frac{p_B}{\rho} + gH_0 + Y_g$$

$$\frac{p_a - p_{MA}}{\rho} + Y = \frac{p_a - p_{MB}}{\rho} + gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{1}{d} + \Sigma\xi \right) \frac{v^2}{2} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{d} + \xi_v \right) \frac{v^2}{2}$$

$$Y = \frac{p_{MB} - p_{MA}}{\rho} + gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{2l}{d} + \Sigma\xi + \xi_v \right) \frac{8Q^2}{d^4 \pi^2}$$

$$Y = \frac{(1,6 - 0,6) \cdot 9,81 \cdot 10^4}{10^3} + 9,81 \cdot 20 + \left( 0,015 \frac{2 \cdot 25}{0,2} + 8 + 8 \right) \frac{8 \cdot (90 \cdot 10^{-3})^2}{0,2^4 \pi^2}$$

$$Y = 375,34 \text{ J/kg.}$$

**b)** Kada su otvorena oba ventila (S i M), imamo slučaj složenog cevovoda, odnosno, pumpom se istovremeno transportuje voda iz rezervoara A u rezervoare B i C. Tada za određivanje jediničnog rada pumpe koristimo dve energijske jednačine, od rezervoara A do B i od rezervoara A do C, kao i jednačinu kontinuiteta za tačku račvanja protoka.

Energijska jednačina A-B glasi:

$$\frac{p_A}{\rho} + Y = \frac{p_B}{\rho} + gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{3l}{2d} + \Sigma\xi \right) \frac{v^2}{2} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_v \right) \frac{v_1^2}{2}$$

$$Y = \frac{p_{MB} - p_{MA}}{\rho} + gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{3l}{2d} + \Sigma\xi \right) \frac{v^2}{2} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_v \right) \frac{v_1^2}{2} \quad \dots (1)$$

Energijska jednačina za A-C glasi:

$$\frac{p_A}{\rho} + Y = \frac{p_C}{\rho} + \frac{1}{2} gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{3l}{2d} + \Sigma\xi \right) \frac{v^2}{2} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_{v1} \right) \frac{v_2^2}{2}$$

$$Y = \frac{p_{MC} - p_{MA}}{\rho} + \frac{1}{2} gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{3l}{2d} + \Sigma\xi \right) \frac{v^2}{2} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_{v1} \right) \frac{v_2^2}{2} \quad \dots (2)$$

Izjednačavanjem jednačina (1) i (2) dobijamo:

$$\frac{p_{MB}}{\rho} + \frac{1}{2} gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_v \right) \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_{MC}}{\rho} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_{v1} \right) \frac{v_2^2}{2} \quad \dots (3)$$

Iz jednačine kontinuiteta dobijamo:

$$Q = Q_1 + Q_2 = v_1 A_1 + v_2 A_2 = vA, \text{ a kako je } A_1 = A_2 = A, \text{ dobija se da je } v = v_1 + v_2.$$

$$\text{Dalje možemo pisati da je } v_1 = v - v_2, \text{ odnosno } v_1^2 = v^2 - 2vv_2 + v_2^2 \quad \dots (4)$$

Kada jednačinu (4) iskoristimo u jednačini (3) dobijamo:

$$\frac{p_{MB}}{\rho} + \frac{1}{2} gH_0 + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_v \right) \frac{v^2 - 2vv_2 + v_2^2}{2} = \frac{p_{MC}}{\rho} + \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_{v1} \right) \frac{v_2^2}{2} \quad \dots (5)$$

Kako je  $\xi_v = \xi_{v1}$ , a  $\frac{p_{MB} - p_{MC}}{\rho} + \frac{1}{2} gH_0 = 0$ , izraz (5) postaje:

$$\left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} + \xi_v \right) \left( v_2 - \frac{1}{2} v \right) v = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 - \frac{1}{2} v = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{v}{2}.$$

S obzirom da je  $v = \frac{4Q}{d^2\pi} = 2,86 \text{ m/s}$ , brzine u granama cevovoda iznose:

$$v_1 = v_2 = 0,5 \cdot v = 1,43 \text{ m/s}.$$

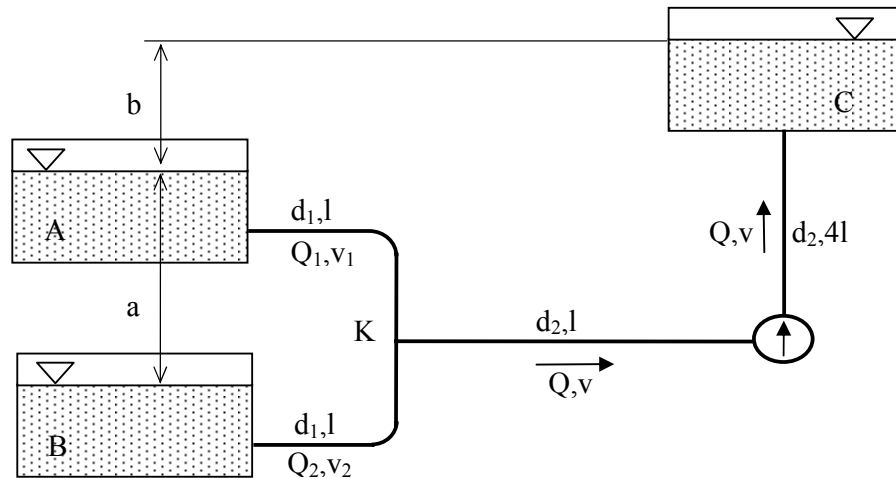
Protok kroz grane cevovoda je:

$$Q_1 = Q_2 = v_1 \cdot A = 0,045 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Unošenjem vrednosti brzina u jednačine (1) ili (2) dobijamo jedinični rad pumpe, i on iznosi:

$$Y = 347,66 \text{ J/kg}.$$

**Zadatak 2.** Centrifugalna pumpa crpe vodu iz dva rezervoara A i B, između kojih je visinska razlika  $a=1$  m, i transportuje je u rezervoar C, koji se nalazi na visini  $b=5$  m iznad nivoa vode u rezervoaru A (videti sliku). Odrediti jedinični rad pumpe, ako je protok kroz pumpu  $Q=10^{-2}$  m<sup>3</sup>/s. Uzeti da su dimenzije:  $l=5$  m,  $d_1=50$  mm,  $d_2=75$  mm. Koeficijent trenja za sve cevi je isti i iznosi  $\xi_{tr}=0,03$ , a sve lokalne otpore zanemariti.



### Rešenje:

Najpre pišemo energijske jednačine za nivoe vode od rezervoara A do C, a zatim i za nivoe B do C.

Energijska jednačina za A-C glasi:

$$\frac{p_a}{\rho} + Y = \frac{p_a}{\rho} + gb + \xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_1^2}{2} + \xi_{tr} \frac{5l}{d_2} \frac{v^2}{2} \Rightarrow Y = gb + \xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_1^2}{2} + \xi_{tr} \frac{5l}{d_2} \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Energijska jednačina za B-C glasi:

$$\frac{p_a}{\rho} + Y = \frac{p_a}{\rho} + g(a+b) + \xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_2^2}{2} + \xi_{tr} \frac{5l}{d_2} \frac{v^2}{2} \Rightarrow Y = g(a+b) + \xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_2^2}{2} + \xi_{tr} \frac{5l}{d_2} \frac{v^2}{2} \quad (2)$$

Izjednačavanjem izraza (1) i (2) dobijamo:

$$\xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_1^2}{2} = ga + \xi_{tr} \frac{1}{d_1} \frac{v_2^2}{2}$$

$$\text{Zamenom poznatih vrednosti dobijamo jednačinu: } v_1^2 = 6,53 + v_2^2 \quad (3)$$

Jednačina kontinuiteta za račvu K ovog složenog cevovoda glasi:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (v_1 + v_2) \frac{d_1^2 \pi}{4} = v \frac{d_2^2 \pi}{4} = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$$

Odatle sledi da je  $v_1 + v_2 = 5,1$ , tj. da je  $v_2 = 5,1 - v_1$ .

$$\text{Dalje se kvadriranjem jednačine dobija da je: } v_2^2 = 26,01 - 10,2v_1 + v_1^2 \quad (4)$$

Unošenjem jednačine (4) jednačinu (3) dobijamo da je:

$$v_1 = 3,2 \text{ m/s.}$$

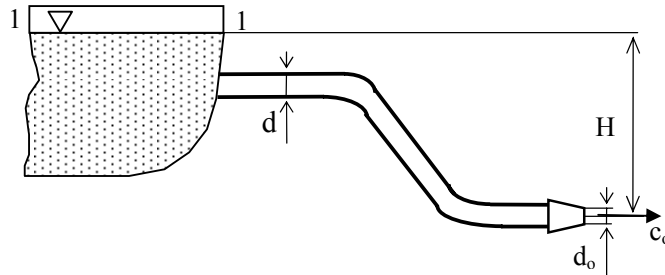
$$v_2 = 5,1 - v_1 = 1,9 \text{ m/s}$$

Smenom ovih vrednosti, bilo u jednačini (1) ili jednačini (2) dobija se jedinični rad pumpe, i on iznosi:

$$Y = 90,2 \text{ J/kg.}$$

## JEDINIČNI RAD TURBINE

**Zadatak 3.** Odrediti jedinični rad Peltonove turbine, brzinu isticanja iz mlaznika i prečnik mlaznika, da bi ona radila u optimalnoj tački sa protokom  $Q=0,2 \text{ m}^3/\text{s}$  na bruto padu  $H_0=150 \text{ m}$ . Ukupna dužina dovodnog cevovoda iznosi  $L=150 \text{ km}$ , a prečnik cevovoda je  $d=400 \text{ mm}$ . Zna se da je koeficijent brzine mlaznika  $\varphi_0=0,92$ , a koeficijent trenja cevovoda  $\xi_{tr}=0,03$ . Lokalni gubici u dovodnom cevovodu iznose 10% od gubitaka usled trenja.



### Rešenje:

Jedinični rad turbine je:

$$Y = gH_0 - Y_g$$

gde je  $Y_g$  - ukupni gubitak energije u dovodnom cevovodu, a jednak je zbiru gubitka energije usled trenja i lokalnih gubitaka:

$$Y_g = Y_{gtr} + Y_{gl} = 1,1 Y_{gtr}$$

Zato izraz za jedinični rad turbine ima oblik:

$$Y = gH_0 - 1,1 Y_{gtr} = gH_0 - 1,1 \xi_{tr} \frac{L}{d} \frac{c^2}{2} = gH_0 - 1,1 \xi_{tr} \frac{L}{d} \frac{8 \cdot Q^2}{d^4 \pi^2}$$

odnosno,

$$Y = 9,81 \cdot 150 - 1,1 \cdot 0,03 \cdot 1500 \frac{8 \cdot 0,2^2}{0,4^5 \pi^2} = 1314,77 \text{ J/kg}$$

Brzina na izlazu iz mlaznika se određuje pomoću sledećeg izraza:

$$c_0 = \varphi_0 \sqrt{2Y} = \varphi_0 \sqrt{2gH}$$

tako da je

$$c_0 = 0,92 \sqrt{2 \cdot 1314,77} = 47,177 \text{ m/s}$$

Prečnik mlaznika određujemo iz jednačine kontinuiteta:

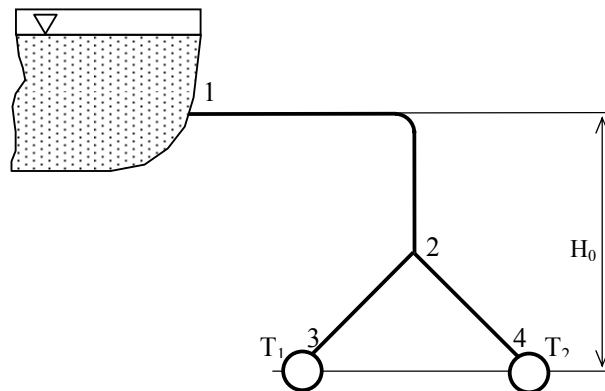
$$Q = \psi_0 c_0 A_0 = \psi_0 c_0 \frac{d_0^2 \pi}{4},$$

gde je  $\psi_0$ -koeficijent kontrakcije mlaza jednak jedinici, tako da se dobija:

$$d_0 = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{c_0 \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,2}{47,177 \pi}} = 0,0735 \text{ m}.$$

**Zadatak 4.** Dve iste turbine snabdevaju se vodom iz okolnog akumulacionog jezera, preko dovodnog cevovoda datog na slici. Znajući da turbine rade na bruto padu  $H_0=29$  m i da su poznate sledeće veličine:  $L_{12}=43$  m,  $L_{23}=L_{24}=8$  m,  $d_{12}=900$  mm,  $d_{23}=d_{24}=450$  mm,  $\xi_{tr}=0,02$ . Lokalni gubici energije čine 15% od gubitaka usled trenja.

Odrediti koliki će biti neto jedinični radovi turbinskog postrojenja, pri proticanjima kroz turbinu  $Q_1=Q_2=1,3$  m<sup>3</sup>/s. Kinetičku energiju na izlazu iz difuzora (sifona) zanemariti.



### Rešenje:

Energijska jednačina za nivoe gornje i donje vode turbinskog sistema glasi:

$$Y = gH_0 - Y_g$$

gde je:

$Y_g$  - ukupni gubitak energije u dovodnom cevovodu, a jednak je zbiru gubitka energije usled trenja i lokalnih gubitaka:

$$Y_g = Y_{gtr} + Y_{gl} = 1,15 Y_{gtr}$$

Jedinični rad turbine iznosi:

$$Y = gH_0 - 1,15 Y_{gtr} = gH_0 - 1,15 \xi_{tr} \frac{L_{12}}{d_{12}} \frac{c_{12}^2}{2} - 1,15 \xi_{tr} \frac{L_{23}}{d_{23}} \frac{c_{23}^2}{2}$$

Ukupni protok je jednak zbiru protoka kroz svaku od turbina:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2Q = 2,6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Sada možemo izračunati brzine u svakoj od grana dovodnog cevovoda:

$$c_{12} = \frac{4Q}{d_{12}^2 \pi} = \frac{4 \cdot 2,6}{0,9^2 \pi} = 4,087 \text{ m/s}$$

$$c_{23} = c_{24} = \frac{4Q}{d_{23}^2 \pi} = \frac{4 \cdot 2,6}{0,45^2 \pi} = 8,174 \text{ m/s}$$

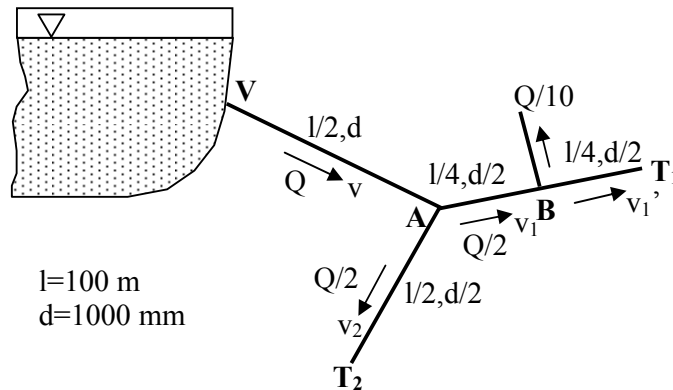
Dakle, jedinični rad koji ostvari svaka turbina posebno je:

$$Y = 9,81 \cdot 29 - 1,15 \cdot 0,02 \frac{43}{0,9} \frac{4,087^2}{2} - 1,15 \cdot 0,02 \frac{8}{0,45} \frac{8,174^2}{2}$$

$$Y = 261,653 \text{ J/kg.}$$

**Zadatak 5.** Jedna hidroelektrana, koja se iz akumulacionog jezera snabdeva vodom preko dovodnog cevovod prikazanog na slici, ima ugrađene dve turbine istih jediničnih radova  $Y=140\text{J/kg}$ . Obe turbine imaju jednake difuzore sa površinom poprečnog preseka  $A=0,785\text{ m}^2$  i izlaze u zajedničku donju vodu, čiji se nivo nalazi ispod nivoa vode u akumulacionom jezeru za  $H_0=20\text{ m}$ . Dužina deonice  $l=100\text{m}$ , a poprečni presek cevi  $d=1000\text{ mm}$ .

Odrediti koliki će biti protoci turbina, ako se uzme da lokalni gubici u dovodnom cevovodu iznose 10% gubitaka na trenje. Koeficijent trenja je  $\xi_{tr}=0,02$ , a kinetičke energije na izlaznom sifonu zanemariti.



### Rešenje:

Energijska jednačina za deonicu od nivoa gornje vode do turbine  $T_1$  glasi:

$$Y_1 = gH_0 - \frac{v_{II}^2}{2} - 1,1Y_{gr} = gH_0 - \frac{v_{II}^2}{2} - 1,1 \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} \frac{v^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{4 \frac{d}{2}} \frac{v_1^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{4 \frac{d}{2}} \frac{v_1'^2}{2} \right)$$

Energijska jednačina za deonicu od nivoa gornje vode do turbine  $T_2$  je:

$$Y = gH_0 - \frac{v_{II}^2}{2} - 1,1Y_{gr} = gH_0 - \frac{v_{II}^2}{2} - 1,1 \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} \frac{v^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{2 \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2} \right)$$

Iz uslova zadatka imamo da je  $Y_1=Y_2=Y=140\text{ J/kg}$ ,

pa se izjednačavanjem predhodnih dveju jednačina dobija:

$$1,1 \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} \frac{v^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{4 \frac{d}{2}} \frac{v_1^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{4 \frac{d}{2}} \frac{v_1'^2}{2} \right) = 1,1 \left( \xi_{tr} \frac{1}{2d} \frac{v^2}{2} + \xi_{tr} \frac{1}{2 \frac{d}{2}} \frac{v_2^2}{2} \right)$$

odnosno, dobija se veza između brzina:

$$2v_2^2 = v_1^2 + v_1'^2 \quad \dots \quad (1)$$

Iz jednačine kontinuiteta za granu do turbine  $T_1$ , koja glasi:

$$Q_{BT_1} + 0,1Q = v_1 \left( \frac{d}{2} \right)^2 \frac{\pi}{4} = \frac{Q}{2},$$

dobija se da je:

$$v_1 = \frac{Q}{2} \frac{4}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi},$$

tako da sledi da je:

$$Q_{BT_1} = \frac{Q}{2} - 0,1Q = \frac{2}{5}Q = v_1' \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4}.$$

$$\text{Tada je } \frac{5}{2}v_1' = 2v_1, \text{ odnosno: } v_1' = \frac{4}{5}v_1 \quad \dots (2)$$

Iz jednačina (1) i (2) se dobija:

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{41}{50}} = 0,9055v_1$$

Iz jednačine kontinuiteta važi:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$v \frac{d^2 \pi}{4} = v_1 \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4} + v_2 \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{\pi}{4}$$

$$v = \frac{v_1}{4} + \frac{v_2}{4} = \frac{v_1}{4} + \frac{v_1}{4} \sqrt{\frac{41}{50}} = \frac{v_1}{4} \left(1 + \sqrt{\frac{41}{50}}\right) = 1,9055 \frac{v_1}{4}$$

Dakle,

$$v_1 = 2,099v$$

$$v_2 = 1,901v$$

Korišćenjem izraza za jedinični rad turbine  $T_2$  dobija se:

$$Y = gH_o - 1,1\xi_{tr} \frac{1}{d} \left( \frac{v^2}{4} - \frac{(1,901v)^2}{2} \right) = gH_o - 1,1\xi_{tr} \frac{1}{d} 2,0569v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{Y - gH_o}{-1,1\xi_{tr} \frac{1}{d} 2,0569}} = \sqrt{\frac{140 - 9,81 \cdot 20}{-1,1 \cdot 0,02 \frac{100}{1} 2,0569}} = 3,524 \text{ m/s}$$

Protok koji se obezbeđuje iz akumulacionog jezera je:

$$Q = v \frac{d^2 \pi}{4} = 3,524 \frac{1^2 \pi}{4} = 2,768 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Protoci kroz turbine su:

$$Q_2 = \frac{Q}{2} = 1,384 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$Q_1 = \frac{Q}{2} - \frac{Q}{10} = 1,107 \text{ m}^3 / \text{s}.$$

## JEDINIČNI RAD VENTILATORA

**Zadatak 6.** Ventilator crpe  $\dot{m}=2$  kg/s vazduha iz atmosfere ( $p=1$  bar,  $R=288$  J/kgK), na temperaturi  $t=15^\circ\text{C}$  i potiskuje ga kroz cevovod, dužine  $L=10$  m i prečnika  $d=200$  mm, prema potrošaču koji radi sa nad pritiskom  $p_m=0,01$  bar. Ako je koeficijent trenja cevovoda  $\xi_{tr}=0,02$ , a lokalni gubici se zanemare, odrediti karakteristiku cevovoda i jedinični rad ventilatora.

### Rešenje:

$$\text{Gustina vazduha je: } \rho = \frac{p}{RT} = \frac{1 \cdot 10^5}{288(273+15)} = 1,206 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Zapreminski protok je: } Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{2}{1,206} = 1,658 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Brzina u potisnoj grani iznosi: } v = \frac{4Q}{d^2\pi} = \frac{4 \cdot 1,658}{0,2^2\pi} = 52,78 \text{ m/s}$$

$$\text{Energijska jednačina glasi: } \frac{p_a}{\rho} + Y = \frac{p_a + p_m}{\rho} + \frac{v^2}{2} + Y_g,$$

gde gubitke energije možemo pisati:  $Y_g = KQ^2$ ,

$$K = \xi_{tr} \frac{L}{d} \frac{8}{d^4\pi^2} = 0,02 \frac{10}{0,2} \frac{8}{0,2^4\pi^2} = 506,61 \frac{\text{J/kg}}{\text{m}^6/\text{s}}$$

$$\text{Jedinični rad ventilatora je: } Y = \frac{p_m}{\rho} + \frac{v^2}{2} + KQ^2 = \frac{0,01 \cdot 10^5}{1,206} + \frac{52,78^2}{2} + KQ^2$$

$$Y = 829,187 + 1392,64 + 506,61 \cdot 1,658^2$$

$$Y = 3614,48 \text{ J/kg.}$$

**Zadatak 7.** Ventilator usisava vazduh kroz cev prečnika  $d=800$  mm i potiskuje ga u pravougaoni kanal preseka  $a=640$  mm i  $b=540$  mm. Podpritisak u usisnoj cevi je  $\Delta p_1=28$ g N/m<sup>2</sup>, nadpritisak u potisnom vođu je  $\Delta p_2=52$ g N/m<sup>2</sup>, protok  $Q=4,44$  m<sup>3</sup>/s i gustina vazduha koji struji kroz ventilator  $\rho=1,2$  kg/m<sup>3</sup>. Naći jedinični rad struje u J/kg i statički porast pritiska.

### Rešenje:

Brzine strujanja vazduha u usisnom i potisnom cevovodu su:

$$v_1 = \frac{4Q}{d^2\pi} = \frac{4 \cdot 4,44}{0,8^2\pi} = 8,83 \text{ m/s} \text{ i } v_2 = \frac{Q}{ab} = \frac{4,44}{0,64 \cdot 0,54} = 12,85 \text{ m/s}$$

Energijska jednačina za ulazni i izlazni presek ventilatora glasi:

$$\frac{p_a - \Delta p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + Y = \frac{p_a + \Delta p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + Y_g, \text{ pri čemu se gubici } Y_g \text{ zanemaruju.}$$

Odatle sledi da je jedinični rad ventilatora:

$$Y = \frac{\Delta p_2 + \Delta p_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{(28+52) \cdot 9,81}{1,2} + \frac{12,85^2 - 8,83^2}{2} = 697,58 \text{ J/kg.}$$

Statički porast pritiska ventilatora iznosi:  $\Delta p = \Delta p_2 + \Delta p_1 = 52\text{g} + 28\text{g} = 80\text{g} = 784,8 \text{ Pa.}$



**Zadatak 8.** Pri provetranju jednog dela rudarske jame ventilator usisava vazduh kroz cev poprečnog preseka  $d=700$  mm, i potiskuje ga u atmosferu kroz pravougaoni kanal, čiji poprečni presek ima dimenzije  $a=600$  mm,  $b=400$  mm. Dužina usisne cevi je  $L_1=0,6$  m, a dužina potisnog kanala  $L_2=18$  m. Koeficijent trenja za cevi i kanal je isti i iznosi  $\xi_{tr}=0,0167$ . Protok kroz ventilator iznosi  $Q=10$  m<sup>3</sup>/s. Odrediti jedinični rad ventilatora.

**Rešenje:**

a) Jedinični rad ventilatora je jednak gubicima u cevovodu:

$$Y = Y_g = Y_{gu} + Y_{gp} = KQ^2$$

Kako nema lokalnih gubitaka, ukupni gubici su jednaki gubicima u pravim deonicama (gubicima usled trenja), i oni su u opštem slučaju:

$$Y_{gr} = \xi_{tr} \frac{L}{4R_h} \frac{c^2}{2},$$

gde je hidraulički radijus  $R_h = \frac{A}{O}$ ,  $A$  - poprečni presek cevi,  $O$  - veličina okvašenog obima.

Kod usisno cevovoda, kružniog poprečnog preseka, je:

$$R_h = \frac{A}{O} = \frac{d^2 \pi}{4d\pi} = \frac{d}{4} \quad \text{i} \quad c_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{4Q}{d^2 \pi} = 25,98 \text{ m/s}$$

Kod potisnog cevovoda, pravougaonog poprečnog preseka, je:

$$R_h = \frac{A}{O} = \frac{ab}{2(a+b)} \quad \text{i} \quad c_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{ab} = 41,67 \text{ m/s}$$

Prema tome, gubici u usisnom i potisnom delu cevovoda su:

$$Y_{gu} = \xi_{tr} \frac{L_1}{d} \frac{c_1^2}{2} = \xi_{tr} \frac{L_1}{d} \frac{8}{d^4 \pi^2} Q^2$$

$$Y_{gp} = \xi_{tr} \frac{L_2}{4 \frac{ab}{2(a+b)}} \frac{c_2^2}{2} = \xi_{tr} \frac{L_2}{4 \frac{ab}{2(a+b)}} \frac{1}{2} \frac{Q^2}{a^2 b^2} = \xi_{tr} \frac{L_2(a+b)}{4(ab)^3} Q^2$$

Jedinični rad ventilatora se dobija iz izraza:

$$Y = Y_g = Y_{gu} + Y_{gp} = \xi_{tr} \frac{L_1}{d} \frac{8}{d^4 \pi^2} Q^2 + \xi_{tr} \frac{L_2(a+b)}{4(ab)^3} Q^2 = \xi_{tr} \left[ \frac{8L_1}{d^5 \pi^2} + \frac{L_2(a+b)}{4(ab)^3} \right] Q^2$$

$$Y = 0,0167 \left[ \frac{8 \cdot 0,6}{0,7^5 \pi^2} + \frac{18(0,6+0,4)}{4(0,6 \cdot 0,4)^3} \right] Q^2 \Rightarrow Y = 5,485 Q^2.$$

S obzirom da je  $Q=10$  m<sup>3</sup>/s, dobijamo da je jedinični rad ventilatora:

$$Y = 5,485 \cdot 10^2 = 548,5 \text{ J/kg}.$$

## JEDINIČNI RAD KOMPRESORA

**Zadatak 9.** Kompresor crpi vazduh iz mirne atmosfere, gde je pritisak  $p_0=1,2$  bar i temperatura  $t_0=33^\circ\text{C}$ , i sabija ga do pritiska  $p_{\text{IItot}}=4,1$  bar. Ako vazduh ulazi u kompresor brzinom  $c_I=180$  m/s i izlazi iz kompresora brzinom  $c_{\text{II}}=90$  m/s, odrediti:

a) statičke veličine stanja ( $p, t$ ) na ulazu i izlazu iz kompresora, statički stepen sabijanja i izentropski rad pod uslovom da se sabijanje vrši u jednom stupnju.

b) politropski i izotermski rad kompresora, ako je  $n=1,48$ .

c) totalne temperature na izlazu iz prvog i drugog stupnja, za slučaj da se sabijanje vrši u dva stupnja sa istim stepenima sabijanja.

Uzeti da se na izlazu iz prvog stupnja vrši hlađenje do  $t=60^\circ\text{C}$ .

Karakteristike vazduha su:  $\kappa=1,4$ ;  $R=288$  J/kgK.

### Rešenje:

a) Kada kompresor usisava vazduh iz mirne atmosfere totalne veličine stanja na ulazu u kompresor su veličine stanja okoline.

$$p_{\text{IItot}}=p_0=1,2 \text{ bar}$$

$$T_{\text{IItot}}=T_0=t_0+273=306 \text{ K}$$

$$C_p = \frac{\kappa}{\kappa-1} R = 1008 \text{ J/kgK}$$

Statičke veličine stanja na ulazu u kompresor iznose:

$$T_I = T_{\text{IItot}} - \frac{c_I^2}{2 \cdot C_p} = 306 - \frac{180^2}{2 \cdot 1008} = 289,9 \text{ K}$$

$$p_I = p_{\text{IItot}} \left( \frac{T_I}{T_{\text{IItot}}} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1,2 \left( \frac{289,9}{306} \right)^{1,4} = 0,993 \text{ bar}$$

Zadatkom je dato da je  $p_{\text{IIItot}}=4,1$  bar.

$$T_{\text{IIItot}} = T_{\text{IItot}} \left( \frac{p_{\text{IIItot}}}{p_{\text{IItot}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 306 \left( \frac{4,1}{1,2} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 434,6 \text{ K}$$

Statičke veličine stanja na izlazu iz kompresora su:

$$T_{\text{II}} = T_{\text{IIItot}} - \frac{c_{\text{II}}^2}{2 \cdot C_p} = 434,6 - \frac{90^2}{2 \cdot 1008} = 430,6 \text{ K}$$

$$p_{\text{II}} = p_I \left( \frac{T_{\text{II}}}{T_I} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,993 \left( \frac{430,6}{289,9} \right)^{1,4} = 3,97 \text{ bar}$$

$$\text{Statički stepen sabijanja iznosi: } \Pi = \frac{p_{\text{II}}}{p_I} = \frac{3,97}{0,993} = 3,998 \approx 4$$

$$\text{Totalni stepen sabijanja se dobija: } \Pi_{\text{tot}} = \frac{p_{\text{IIItot}}}{p_{\text{IItot}}} = \frac{4,1}{1,2} = 3,417$$

Izentropski jedinični rad iznosi:

$$Y_{\text{iz}} = \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_{\text{IItot}} \left( \Pi_{\text{tot}}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) = \frac{1,4}{1,4-1} 288 \cdot 306 \left( 3,417^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) = 129731,4 \text{ J/kg}$$

**b)** Politropski jedinični rad kompresora iznosi:

$$Y_{\text{pol}} = \frac{n}{n-1} RT_{\text{ltot}} \left( \Pi_{\text{tot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) = \frac{1,48}{1,48-1} 288 \cdot 306 \left( 3,417^{\frac{1,48-1}{1,48}} - 1 \right) = 133042,11 \text{ J/kg}$$

Izotermiski jedinični rad kompresora je:

$$Y_{\text{izot}} = RT_{\text{ltot}} \ln \Pi_{\text{tot}} = 288 \cdot 306 \cdot \ln 3,417 = 108288,4 \text{ J/kg}$$

**c)**  $\Pi_{1\text{tot}} = \Pi_{2\text{tot}} = \Pi_{\text{tot}}^{1/2} = 1,848$

Veličine stanja vazduha na izlazu iz prvog stupnja su:

$$p_{2\text{tot}} = p_{\text{ltot}} \Pi_{1\text{tot}} = 1,2 \cdot 1,848 = 2,218 \text{ bar}$$

$$T_{2\text{tot}} = T_{\text{ltot}} \Pi_{1\text{tot}}^{\frac{n-1}{n}} = 306 \cdot 1,848^{\frac{1,48-1}{1,48}} = 373,4 \text{ K}$$

Temperatura nakon hlađenja, a po izlasku iz prvog stupnja je:

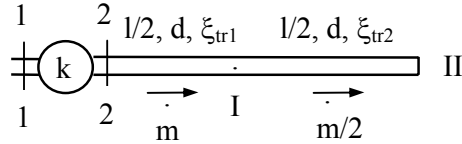
$$T_{2\text{tot}}'' = 60 + 273 = 333 \text{ K}.$$

Temperatura vazduha na izlasku iz drugog kompresorskog stupnja je:

$$T_{3\text{tot}} = T_{2\text{tot}}'' \Pi_{2\text{tot}}^{\frac{n-1}{n}} = 333 \cdot 1,848^{\frac{1,48-1}{1,48}} = 406,4 \text{ K}$$

**Zadatak 10.** Hlađeni kompresor usisava vazduh temperature  $t_0=15^\circ\text{C}$ , pritiska  $p_0=1,05$  bar, brzinom  $c_1=145$  m/s i potiskuje ga do mesta II (videti sliku). U horizontalni cevovod prečnika  $d=50$  mm i dužine  $l=978$  m ulazi maseni protok  $\dot{m}=0,1138$  kg/s vazduha. Na polovini dužine cevovoda oduzima se polovina vazduha, tako da se na kraju cevovoda ostvaruje pritisak  $p_{II}=3,9$  bar.

Strujanje vazduha, čije su karakteristike:  $\kappa=1,4$ ,  $R=286,8$  J/kgK,  $C_p=1004,16$  J/kgK, u celoj mreži je izotermno pri  $t=20^\circ\text{C}$ .



Odrediti statički stepen sabijanja kompresora, ako se zanemare svi lokalni otpori, a vrednosti koeficijenta trenja usvoje  $\xi_{tr1}=0,025$  i  $\xi_{tr2}=0,026$ .

### Rešenje:

Kao što je već poznato, kod fluida kod kojih se stišljivost može zanemariti,  $\rho=\text{const.}$ , gubitke u pravim deonicama cevovoda, tj. gubitke usled trenja, sračunavamo uz pomoć izraza:

$$\Delta p_{\text{gtr}} = \rho \cdot Y_{\text{tr}} = \rho \xi_{\text{tr}} \frac{1}{d} \frac{c^2}{2}$$

Kada imamo nestišljiv fluid  $\rho \neq \text{const.}$ , tada izraz za gubitke usled trenja glasi:

$$\frac{dp}{\rho} = -\xi_{\text{tr}} \frac{dx}{d} \frac{c^2}{2}$$

Ako ovu jednačinu integralimo, s jedne strane po  $dp$  za granične vrednosti  $p_2$  i  $p_3$  (na izlazu iz kompresora i izlazu iz prave deonice cevi u kojoj struji constantni maseni protok), a sa druge strane po  $dx$  za granične vrednosti od 0 do  $l$ , dobijamo izraz:

$$\frac{p_2^2 - p_3^2}{2p_3} = \xi_{\text{tr}} \frac{1}{d} \rho_3 \frac{c_3^2}{2}$$

Kako je u cevovodu izotermno strujanje vazduha,  $T_I=T_{II}=293$  K, za presek I-II važi:

$$\frac{p_I^2 - p_{II}^2}{2p_{II}} = \xi_{tr2} \frac{1}{2d} \rho_{II} \frac{c_{II}^2}{2}$$

gde je:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 0,00196 \text{ m}^2$$

$$\rho_{II} = \frac{p_{II}}{RT_{II}} = \frac{3,9 \cdot 10^5}{286,8 \cdot 293} = 4,64 \text{ kg/m}^3$$

$$c_{II} = \frac{\dot{m}}{2 \cdot \rho_{II} A} = \frac{0,1138}{2 \cdot 4,64 \cdot 0,00196} = 6,26 \text{ m/s,}$$

Dalje se dobija da pritisak u račvi I iznosi:

$$p_I = \left( p_{II}^2 + 2p_{II}\xi_{tr2} \frac{1}{2d} \rho_{II} \frac{c_{II}^2}{2} \right)^{1/2}$$

$$p_I = \left[ (3,9 \cdot 10^5)^2 + 2 \cdot 3,9 \cdot 10^5 \cdot 0,026 \frac{978}{2 \cdot 0,05} 4,64 \frac{6,26^2}{2} \right]^{1/2} = 4,125 \text{ bar}$$

Za presek 2-I pišemo izraz:

$$\frac{p_2^2 - p_1^2}{2p_1} = \xi_{tr1} \frac{1}{2d} \rho_1 \frac{c_1^2}{2}$$

gde je:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{4,125 \cdot 10^5}{286,8 \cdot 293} = 4,91 \text{ kg/m}^3$$

$$c_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A} = \frac{0,1138}{4,91 \cdot 0,00196} = 11,83 \text{ m/s,}$$

Pritisak na izlazu iz kompresora iznosi:

$$p_2 = \left( p_1^2 + 2p_1\xi_{tr1} \frac{1}{2d} \rho_1 \frac{c_1^2}{2} \right)^{1/2}$$

$$p_2 = \left[ (4,125 \cdot 10^5)^2 + 2 \cdot 4,125 \cdot 10^5 \cdot 0,025 \frac{978}{2 \cdot 0,05} 4,91 \frac{11,83^2}{2} \right]^{1/2} = 4,893 \text{ bar}$$

Totalne veličine stanja na ulazu u kompresor su veličine stanja okoline,

$$T_{1tot} = t_0 + 273 = 15 + 273 = 288 \text{ K i } p_{1tot} = 1,05 \text{ bar.}$$

Veličina statičke temperature na ulazu u kompresor iznosi:

$$T_1 = T_{1tot} - \frac{c_1^2}{2 \cdot C_p} = 288 - \frac{145^2}{2 \cdot 1004,16} = 277,53 \text{ K,}$$

pa se statički pritisak na ulazu u kompresor može izračunati iz izraza:

$$p_1 = p_{1tot} \left( \frac{T_1}{T_{1tot}} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1,05 \left( \frac{277,53}{288} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,922 \text{ bar}$$

Kako su sada poznate vrednosti statičkog pritiska i na ulazu i na izlazu iz kompresora, statički stepen sabijanja iznosi:

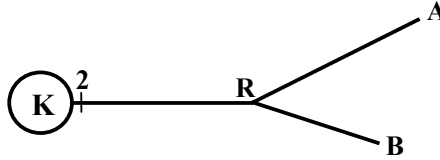
$$\Pi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{4,893}{0,922} = 5,3.$$

**Zadatak 11.** Kompresor usisava vazduh iz mirne atmosfere, u kojoj vlada  $T_0=288$  K i  $p_0=1,05$  bar, i potiskuje ga do preseka A i B (videti sliku). Cevovod je pravolinijski i horizontalan, pa se mogu zanemariti lokalni gubici. Pritisci u presecima A i B su jednaki, strujanje vazduha u cevovodu je izotermno, pri  $T=293$  K.

Odrediti:

a) statički stepen sabijanja kompresora, ako je izmerena statička temperatura na ulazu u kompresor  $T_1=277,53$  K i ako su poznati sledeći podaci:  $L_{2R}=400$  m;  $\xi_{tr}=0,02$  za sve cevi;  $d_{2R}=125$  mm;  $d_{RA}=100$  mm;  $L_{RA}=800$  m;  $L_{RB}=601$  m;  $d_{RB}=103,5$  mm;  $Q_A=0,113$  m<sup>3</sup>/s;  $Q_B=0,142$  m<sup>3</sup>/s;  $p_A=p_B=2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> i  $R=288$  J/kgK;

b) broj stupnjeva kompresora ako je statički stepen sabijanja po stupnjevima isti i iznosi  $\Pi_{stup}=1,416$ .



**Rešenje:**

a) Totalna temperatura se dobija iz izraza:  $T_1 = T_1 + \frac{c_1^2}{2c_p}$ ,

gde je:  $c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R = \frac{1,4}{1,4 - 1} 288 = 1008$  J/kgK.

Kako je totalna temperatura na ulazu  $T_1=288$  K, a statička temperatura na ulazu  $T_1=277,53$  K, možemo dobiti brzinu na ulazu u kompresor:

$$c_1 = \sqrt{2c_p(T_1 - T_1)} = 145,284 \text{ m/s}.$$

Pad pritiska u deonici 2-R se dobija iz izraza:

$$\frac{p_2^2 - p_R^2}{2p_R} = \xi_{tr} \frac{L_{2R}}{d_{2R}} \rho_R \frac{c_R^2}{2}. \quad (1)$$

Za deonice R-A i R-B se mogu napisati analogne formule:

$$\frac{p_R^2 - p_A^2}{2p_A} = \xi_{tr} \frac{L_{RA}}{d_{RA}} \rho_A \frac{c_A^2}{2}, \quad (2)$$

$$\frac{p_R^2 - p_B^2}{2p_B} = \xi_{tr} \frac{L_{RB}}{d_{RB}} \rho_B \frac{c_B^2}{2}. \quad (3)$$

S obzirom da je  $p_A=p_B=p=2 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> i da u cevovodu imamo izotermno strujanje sa temperaturom  $T=293$  K, dobijamo da je:

$$\rho_A = \rho_B = \rho = \frac{p}{RT} = \frac{2 \cdot 10^5}{288 \cdot 293} = 2,37 \text{ kg/m}^3.$$

Brzine u deonicama su:

$$c_A = \frac{4Q_A}{d_{RA}^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,113}{0,1^2 \pi} = 14,388 \text{ m/s},$$

$$c_B = \frac{4Q_B}{d_B^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,142}{0,1035^2 \pi} = 16,878 \text{ m/s}.$$

Iz jednačine (2) imamo da je:

$$p_R = \sqrt{p_A^2 + 2p_A \xi_{tr} \frac{L_{RA}}{d_{RA}} \rho_A \frac{c_A^2}{2}} = \sqrt{(2 \cdot 10^5)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,02 \frac{800}{0,1} 2,37 \frac{14,388^2}{2}},$$

$$p_R = 236008,44 \text{ Pa} = 2,36 \text{ bar}.$$

Maseni protok u deonici 2-R je:

$$\dot{m}_R = \rho(Q_A + Q_B) = 2,37 \cdot (0,113 + 0,142) = 2,37 \cdot 0,255 = 0,60435 = \rho_R Q_R.$$

Kako je gustina u deonici R:

$$\rho_R = \frac{p_R}{RT} = \frac{236008,44}{288 \cdot 293} = 2,797 \text{ kg/m}^3,$$

dobijamo da je protok u toj deonici:

$$Q_R = \frac{\dot{m}_R}{\rho_R} = \frac{0,60435}{2,797} = 0,216 \text{ m}^3/\text{s},$$

a brzina ce biti:

$$c_R = \frac{4Q_R}{d_{2R}^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,216}{0,125^2 \pi} = 17,6 \text{ m/s}.$$

Sada, zamenom dobijenih podataka u jednačini (1), dobijamo da je statički pritisak na izlazu iz kompresora:

$$p_2 = \sqrt{p_R^2 + 2p_R \xi_{tr} \frac{L_{2R}}{d_{2R}} \rho_R \frac{c_R^2}{2}} = \sqrt{(2,36 \cdot 10^5)^2 + 2 \cdot 2,36 \cdot 10^5 \cdot 0,02 \frac{400}{0,125} 2,797 \frac{17,6^2}{2}}$$

$$p_2 = 262271,878 \text{ Pa}.$$

Statički pritisak na ulazu u kompresor je:

$$p_1 = p_1 \left( \frac{T_1}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1,05 \left( \frac{277,53}{288} \right)^{1,4}$$

$$p_1 = 92235,98 \text{ Pa}.$$

Dakle, statički stepen sabijanja iznosi:

$$\Pi_{st} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{262271,878}{92235,98} = 2,8435.$$

**b)** Statički stepen sabijanja kompresora je  $\Pi_{st} = 2,8435$ , a statički stepen sabijanj svakog stupnja je isti i iznosi  $\Pi_{st \text{ stup}} = 1,416$ .

Tada iz izraza za stepen sabijanja kompresora:  $\Pi_{st} = \Pi_{st \text{ stup}}^z$ ,

možemo dobiti broj stupnjeva kompresora, a prema izrazu:

$$z = \frac{\ln \Pi_{st}}{\ln \Pi_{st \text{ stup}}} = \frac{\ln 2,8435}{\ln 1,416} = 3.$$

**Zadatak 12.** Hlađeni dvostepeni turbokompresor usisava vazduh iz mirne atmosfere pritiska  $p_0=0,98$  bar i temperature  $t_0=20^\circ\text{C}$  i sabija ga do pritiska  $p_{\text{Iltot}}=4,8$  bar. Na izlazu iz prvog stupnja vazduh ( $\kappa=1,4$ ;  $R=287$  J/kg) se izobarski hladi tako da mu se temperatura snižava za  $70^\circ\text{C}$ , pa se onda ponovo sabija u drugom stupnju. Za slučaj da su stepeni sabijanja stupnjeva isti, a eksponent politrope  $n=1,48$ , odrediti:

- totalnu temperaturu na kraju sabijanja;
- totalnu temperaturu na kraju sabijanja za slučaj kada se vazduh ne bi hladio pri izlasku iz prvog stupnja;
- uštedu u radu koja se postiže hlađenjem vazduha;

**Rešenje:**

a) Totalni stepen sabijanja kompresora iznosi:  $\Pi_{\text{tot}} = \frac{p_{\text{Iltot}}}{p_{\text{Iot}}} = \frac{4,8}{0,98} = 4,9$ .

Kako su stepeni sabijanja stupnjeva isti  $\Pi_{\text{Iot}} = \Pi_{\text{2tot}}$ , i s obzirom da je totalni stepen sabijanja jednak proizvodu stepena sabijanja stupnjeva,  $\Pi_{\text{tot}} = \Pi_{\text{Iot}} \cdot \Pi_{\text{2tot}}$ , stepen sabijanja svakog stupnja je:

$$\Pi_{\text{Iot}} = \Pi_{\text{2tot}} = \sqrt{\Pi_{\text{tot}}} = \sqrt{4,9} = 2,214.$$

Totalni pritisak na kraju sabijanja u prvom stupnju kompresora je:

$$p_{\text{2tot}} = p_{\text{Iot}} \cdot \Pi_{\text{Iot}} = 2,17 \text{ bar}$$

Kako je  $T_{\text{Iot}} = T_0 = 20 + 273 = 293$  K, temperatura na kraju sabijanja u prvom stupnju je:

$$T_{\text{2tot}} = T_{\text{Iot}} \left( \frac{p_{\text{2tot}}}{p_{\text{Iot}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \left( \frac{2,17}{0,98} \right)^{\frac{1,48-1}{1,48}} = 379,2 \text{ K}.$$

Nakon izobarskog hlađenja u međustupnju, dobija se stanje vazduha određeno pritiskom  $p_{\text{2tot}} = 2,17$  bar i temperaturom  $T_{\text{2}^*\text{tot}} = T_{\text{2tot}} - 70 = 309,2$  K.

Temperatura na kraju sabijanja u kompresoru je:

$$T_{\text{Iltot}} = T_{\text{2}^*\text{tot}} \left( \frac{p_{\text{Iltot}}}{p_{\text{2tot}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} = T_{\text{2}^*\text{tot}} (\Pi_{\text{2tot}})^{\frac{n-1}{n}} = 309,2 \cdot 2,214^{\frac{1,48-1}{1,48}} = 400,12 \text{ K}.$$

b) Temperatura na kraju sabijanja, za slučaj bez hlađenja u međustupnju iznosi:

$$T_{\text{Iltot}} = T_{\text{Iot}} \left( \frac{p_{\text{Iltot}}}{p_{\text{Iot}}} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \left( \frac{4,8}{0,98} \right)^{\frac{1,48-1}{1,48}} = 429,1 \text{ K}.$$

c) Rad kola kompresora koji se hladi je:  $Y_k = Y_{k1} + Y_{k2}$

$$Y_k = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_{\text{Iot}} \left( \Pi_{\text{Iot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) + \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_{\text{I}^*\text{tot}} \left( \Pi_{\text{2tot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) = \frac{\kappa}{\kappa-1} R \left( \Pi_{\text{Iot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) (T_{\text{Iot}} + T_{\text{I}^*\text{tot}})$$

Rad kompresorskog kola bez hlađenja je:

$$Y_k' = \frac{\kappa}{\kappa-1} RT_{\text{Iot}} \left( \Pi_{\text{Iot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right).$$

$$\text{Ušteda u radu iznosi: } \Delta Y_k = Y_k' - Y_k = \frac{\kappa}{\kappa-1} R \left[ T_{\text{Iot}} \left( \Pi_{\text{Iot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) - (T_{\text{Iot}} + T_{\text{I}^*\text{tot}}) \left( \Pi_{\text{Iot}}^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \right],$$

$$\Delta Y_k = 20604,13 \text{ J/kg}.$$