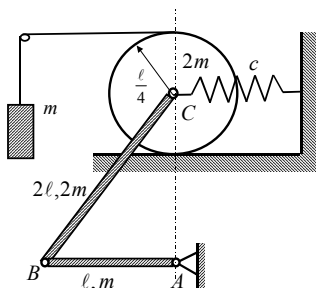
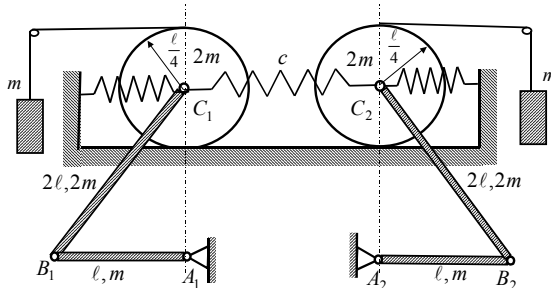


## ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ ПРЕДМЕТА ЕЛАСТОДИНАМИКА ELASTODINAMIKA

**ПРВИ ЗАДАТАК:** Механички осцилаторни систем, приказан на слици бр. 1. у равнотежној конфигурацији, састоји се од једног хомогеног штапа  $\overline{AB}$  дужине  $\ell$ , масе  $m$ , који је зглобом везан у тачки  $A$  за непокретан зид и у тачки  $B$  за други штап  $\overline{BC}$ , дужине  $2\ell$ , масе  $2m$ . Тај други штап је везан зглобно у тачки  $C$  за средиште хомогеног диска полупречника  $\frac{\ell}{4}$ , масе  $2m$ , који може да се котрља без клизања по хоризонталном глатком поду. За средиште  $C$  диска једним крајем повезана је опруга крутости  $c$ , паралелна поду, а другим је повезана за непокретни зид, управан на претходни. Преко обима диска намотано је нерастегљиво уже, занемарљиве масе, и пребачено преко малог котура такође занемарљиве масе, на чијем крају виси тег масе  $m$ . Осцилаторни систем се налази у вертикалној равни и може осциловати око приказаног равнотежног положаја, у коме је троугао  $\triangle ABC$  правоугли са правим углом у темену  $A$ . Ако на систем у тачки  $B$ , управно на штап  $\overline{AB}$ , дејствује принудна сила  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ , мале амплитуде  $F_0$  и фреквенције  $\Omega$ , одредити резонантну вредност кружне фреквенције те принудне силе, у условима принудних осцилација система око равнотежног положаја, ако је  $k = \frac{c\ell}{mg}$ .



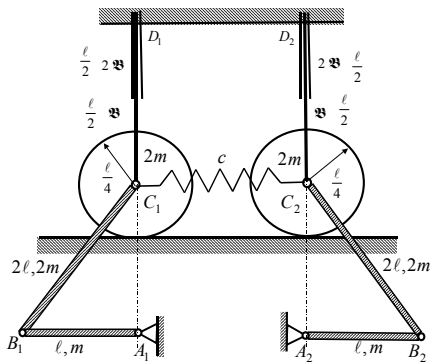
Слика бр. 1.



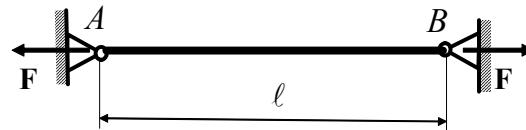
Слика бр. 2.

**ДРУГИ ЗАДАТАК:** Механички осцилаторни систем, приказан на слици бр. 2. у равнотежној конфигурацији, састоји се од два хомогена штапа,  $\overline{A_1B_1}$  и  $\overline{A_2B_2}$ , дужина по  $\ell$ , маса по  $m$ , који су појединачно зглобно везани у тачкама  $A_1$ , односно  $A_2$ , за непокретане зидове, и у одговарајућим тачкама  $B_1$ , односно  $B_2$ , за друге штапове  $\overline{B_1C_1}$ , односно  $\overline{B_2C_2}$ , дужина по  $2\ell$ , маса по  $2m$ . Ти други штапови су везани зглобно у тачкама  $C_1$ , односно  $C_2$ , за средишта одговарајућих хомогених дискова полупречника  $\frac{\ell}{4}$ , маса по  $2m$ , који могу да се котрљају без клизања по хоризонталном глатком поду. За средишта  $C_1$ , односно  $C_2$ , дискови су међусобно везани опругом крутости  $c$ , а појединачно са једнаким опругама крутости по  $c$ , паралелно поду, за непокретне зидове, управан на претходни, као што је то приказано на слици бр. 2. Осцилаторни систем се налази у вертикалној равни и може осциловати око приказаног равнотежног положаја, у коме су троуглови  $\triangle A_1B_1C_1$  односно  $\triangle A_2B_2C_2$  правоугли са правим углом у теменима  $A_1$ , односно  $A_2$ . На дискове су намотана ужад, занемарљиве масе пребачена преко малих котурова, такође занемарљивих маса, а на крајевима ужади виси по један тег маса по  $m$ , као што је на слици приказано. Написати фреквентну једначину малих осцилација система око равнотежног положаја и одредити одговарајуће сопствене бројеве, као и сопствене кружне фреквенције, при томе усвоји да је  $k = \frac{c\ell}{mg}$ ,  $u = \frac{24\ell}{g} \omega^2$ . Одредити односе амплитуда осциловања и сопствене амплитудне векторе и саставити модалну матрицу. Написати изразе за кинетичку и потенцијалну енергију система помоћу нормалних координата. За тај случај написати матрицу инерционих и квазиеластичних коефицијената.

**ТРЕЋИ ЗАДАТАК:** Систем на слици бр. 3 састоји се од две лаке конзоле,  $\overline{E_1C_1}$  и  $\overline{E_2C_2}$ , распона по  $\ell$ , својних крутости  $2\mathfrak{B}$  од уклештења  $E_1$  и  $E_2$  до средине распона и  $\mathfrak{B}$  од средине до слободног краја конзола,  $C_1$  и  $C_2$  редом, а постављене паралелно једна другој. За слободне крајеве  $C_1$  и  $C_2$  редом тих конзола, везани су центри  $C_1$  и  $C_2$  хомогених дискова полупречника по  $\frac{\ell}{4}$ , маса по  $2m$ , око којих могу да се окрећу и који се при угибу конзола котрљају без клизања по хоризонталној глаткој равни  $\overline{D_1D_2}$  правцу паралелном померању слободних крајева конзола  $C_1$  и  $C_2$ , који заклапа угао  $\alpha$  са хоризонтом. За центре дискова у тачкама  $C_1$  и  $C_2$  су зглобно везани хомогени штапови  $\overline{C_1B_1}$  и  $\overline{C_2B_2}$ , дужина по  $2\ell$ , а маса по  $2m$ , за које су такође зглобно везани у тачкама  $B_1$  и  $B_2$  везани штапови  $\overline{A_1B_1}$  и  $\overline{A_2B_2}$ , дужина по  $\ell$ , а маса по  $m$  и који су такође зглобно везани у тачкама  $A_1$  и  $A_2$  за непокретне зидове. У положају равнотеже система тачке  $A_1$ , и  $C_1$ , као и  $A_2$  и  $C_2$  леже на паралелним правцима управним на раван котрљања дискова  $\overline{D_1D_2}$ . Уведи ознаке:  $\rho = \frac{3\ell^3}{2^4\mathfrak{B}}$ ,  $\tilde{k} = \frac{c\ell}{mg}$ ,  $u = \frac{24\ell\omega^2}{g}$ ,  $k = \frac{1}{\rho c}$ . Написати фреквентну једначину малих осцилација система око равнотежног положаја и одредити одговарајуће сопствене кружне фреквенције. Одредити односе амплитуда осциловања и сопствене амплитудне векторе и саставити модалну матрицу. Написати изразе за кинетичку и потенцијалну енергију система помоћу нормалних координата. За тај случај написати матрицу инерционих и квазиеластичних коефицијената.



Слика бр. 3.



Слика бр. 4.

**ЧЕТВРТИ ЗАДАТАК:** Тачке средње линије (осе у недеформисаном стању) челичне струне  $\overline{AB}$ , распона  $\ell$ , кружног попречног пресека пречника  $d$ , модула еластичности  $E$  и модула клизања  $G$ , густине материјала  $\rho$ , у почетном тренутку су добиле угиб  $w(z,0)$  и саопштене су им брзине  $\left. \frac{\partial w(z,t)}{\partial t} \right|_{t=0}$  које се мењају дуж распона  $\ell$  струне по законима:  $w(z,0) = \sum_{k=1}^n w_0 \sin\left((2k-1)\frac{\pi z}{\ell}\right)$  и  $\left. \frac{\partial w(z,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \sum_{k=1}^n w_0 \omega_0 \sin\left((2k-1)\frac{\pi z}{\ell}\right)$ , где је  $\omega_0 = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$ , а  $\sigma = \frac{F}{A}$  напон који се јавља у попречном пресеку затегнуте струне у непоремећеном стању мировања.

а\* Одредити закон сопствених трансверзалних осцилација струне које настају поремећајем стања равнотеже струне за задате почетне услове. Којим фреквенцијама за задате почетне услове струна стварно осцилује?

**Напомена:** Писмени део испита траје 4 сата. Дозвољено је коришћење само штампане литературе. Студенти који имају одложен усмени део испита дужни су да то видно означе на корицама писменог задатка, заједно са пројем поена, као и подацима о испитном року у коме су стекли то право. Такође је обавезно да раде писмени део испита у испитном року у коме ће плагати усмени део испита и да се труде да исти што боље ураде.

Писмени део испита је елиминаторан. Студент остварује право на полагање усменог дела испита и позитивну оцену писменог дела испита ако оствари најмање 22 поена од укупно 40 поена (четири задатка по десет поена) или ако тачно реши и уради најмање два цела испитна задатка. Студент који оствари право «условно позван на усмени део испита» као доквалификацију за остварење права на усмени део испита ради један теоријски задатак у трајању од једног часа и без коришћења литературе.

Резултати писменог дела испита биће саопштени у писменом облику на огласној табли факултета до 12 часова, један дан по одржаном писменом делу испита, ако дежурни асистент или наставник не саопшти другачије. Студенти који желе да добију објашњење у вези са оценом писменог дела испита или да поново виде свој писмени рад, потребно је да се обрате предметном наставнику, или асистенту у време редовних консултација са студентима. Термини консултација наставника су: понедељак 10-12 h, и петак 10-12 hу кабинету 221. Консултације асистента у кабинету 5?? понедељак 10-12 h, уторак 10-12 h.

Термин за полагање усменог дела испита по правилу први понедељак после писменог дела испита, а са почетком у 8,00 часова, ако студенти не изразе другачији захтев и договоре се са предметним наставником. На усменом делу испита није дозвољено коришћење литературе нити прибељежака. На усменом делу испита прво се полаже усмени део испита из Теорије еластичности, па затим део из Теорије осцилација. За успешнију припрему испита из Еластодинамике пожељно је да су студенти положили испите из претходне године.

Резултате писменог дела испита, текстове испитних задатака и огледне примере решених испитних задатака из претходних испитних рокова, осим на огласној табли факултета, студенти могу наћи на **WEB** презентацији предмета Еластодинамика, а на адреси **www.masfak.ni.ac.yu** - студије - захеднички предмети треће године - Еластодинамика.

