

ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ ПРЕДМЕТА  
**ЕЛАСТОДИНАМИКА**  
**ELASTODINAMIKA**

**PRVI ZADATAK;** Za *materijalni sistem* od šest diskova masa i poluprečnika redom prva tri sleva  $2m, R$ , četvrti  $6m, R$ , peti  $2m, R$  i šesti  $m, R$ , dve strme ravni jednakih nagibnih uglova  $\alpha$  i tri zglobne veze tri diska  $A, B$  i  $D_3$  u njihovim centrima  $C_3, C_4$  i  $C_5$  prikazan na slici 1. na kojoj su naznačeni *kinematičko-kinetički parametri* koturova u obliku homogenih tankih diskova, uz pretpostavku da je uže prebačeno preko koturova nerastegljivo, a poluga  $C_1C_2$ , koja zglobno vezuje centra prva dva diska na strmoj ravni, kruta i mase  $m$ , a opruge koje vezuju centre prvog odnosno šestog diska za ograničivače na odgovarajućim strmim ravnima, krutosti po  $c$  odrediti:

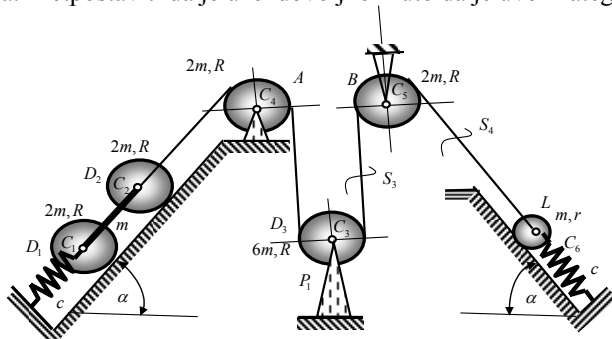
a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata sistema;

b\* izraze za *kinetičku i potencijalnu energiju sistema*; Da li se energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Napisati integral energije sistema; Da li je sistem konzervativan? Kolika je snaga rada sila koje dejstvuju na sistem?

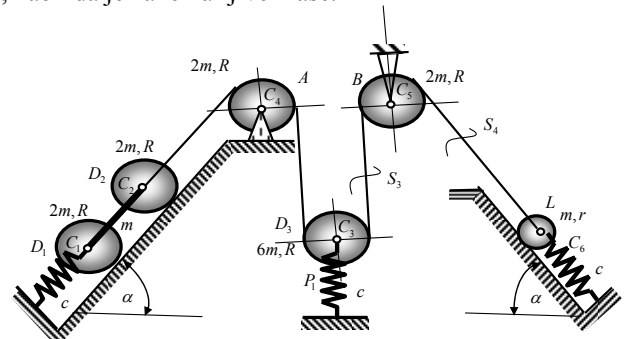
c\* diferencijalnu jednačinu malih oscilacija sistema oko ravnotežnog položaja sistema pomoću izabrane generalisane koordinate i sopstvenu kružnu frekvenciju oscilovanja oko ravnotežnog položaja.

e\* zakonitost oscilovanja sila u užadima  $S_3$  i  $S_4$  u delovima užadi u naznačenim presecima.

Napomena: Pretpostaviti da je uže dovoljno kruto da je uvek zategnuto, kao i da je zanemarljive mase.



Slika 1.



Slika 2.

**DRUGI ZADATAK;** Za *materijalni sistem* od šest diskova masa i poluprečnika redom prva tri sleva  $2m, R$ , četvrti  $6m, R$ , peti  $2m, R$  i šesti  $m, R$ , dve strme ravni jednakih nagibnih uglova  $\alpha$  i dve zglobne veze dva diska  $A$  i  $B$  u njihovim centrima  $C_3$  i  $C_5$  za podlogu, prikazan na slici 2. na kojoj su naznačeni *kinematičko-kinetički parametri* koturova u obliku homogenih tankih diskova, uz pretpostavku da je uže prebačeno preko koturova nerastegljivo, a poluga  $C_1C_2$ , koja zglobno medjusobno vezuje centre prva dva diska na strmoj ravni, kruta i mase  $m$ , a tri opruge koje vezuju centre prvog odnosno, četvrtog, odnosno šestog diska za ograničivače na odgovarajućim dvema strmim i horizontalnoj ravni, odnosno podlogu krutosti po  $c$  odrediti:

a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata sistema, tako da imaju nulte vrednosti u položaju ravnoteže sistema;

b\* sve koordinate položaja i konfiguracije sistema, kao i ugaone brzine koturova pomoću izabranih generalisanih koordinata sistema;

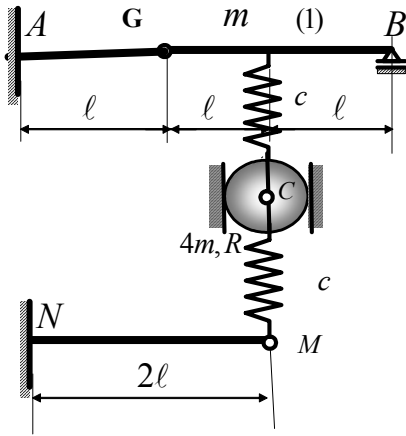
c\* izraze za *kinetičku i potencijalnu energiju sistema*; Da li se energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Napisati integral energije sistema; Da li je sistem konzervativan? Kolika je snaga rada sila koje dejstvuju na sistem?

d\* diferencijalne jednačine kretanja sistema pomoću generalisanih koordinata i Lagrange-ovih jednačina druge vrste. Koliki je najmanji broj diferencijalnih jednačina kretanja sistema?

e\* frekventnu jednačinu;

f\* Zakonitost oscilovanja sila u užadima  $S_3$  i  $S_4$  u delovima užadi u naznačenim presecima.  
 Napomena: Pretpostaviti da je uže dovoljno kruto da je uvek zategnuto, kao i da je zanemarljive mase.

**TREĆI ZADATAK:** Za lak elastični Gerberov nosač, raspona  $3\ell$  savojne savojne krutosti  $\mathfrak{B}$ , uklešten u preseku  $A$  na levom kraju i sa pokretnim ležištem u tački  $B$ , na desnom kraju, i sa zglibom  $G$ , na udaljenju  $\ell$  od ukleštenja, vezana je opruga krutosti  $c$ , kako je to prikazano na slici 3., za presek na sredini raspona  $GB = 2\ell$  i nosi homogeni disk mase  $4m$ , poluprečnika  $R$ , vezan za nju zglibno svojim centrom masa  $C$ , tako da može da se kotrlja bez klizanja po vertikalnim vodjicama, a za čiji centar mase  $C$  je takodje zglibno vezana druga, u vertikalnom pravcu, opruga iste krutosti  $c$ , a koja je vezana za slobodan kraj lake elastične konzole raspona  $2\ell$ , savojne krutosti  $\mathfrak{B}$ . Odrediti sopstvene kružne frekvencije malih oscilacija sistema oko ravnotežnog položaja. Koliko stepeni slobode kretanja ima proučavani model oscilovanja odgovarajućeg realnog sistema? Usvojiti oznake:  $p = \frac{\ell^3}{3 \cdot 2\mathfrak{B}}$ ;  $\kappa = \frac{3\mathfrak{B}}{c\ell^3}$ .



Slika 3.



Slika 4.

**ČETVRTI ZADATAK :** a\* Odrediti zakon transverzalnih oscilacija homogene, prizmatične proste grede, raspona  $\ell$ , zglibno vezane na krajevima, i savojne krutosti  $\mathfrak{B} = EI_x$ , površine poprečnog preseka  $A$ , gustine  $\rho$  materijala, ako su tačke grede u početnom trenutku dobile brzine koje se menjaju duž raspona grede po sledećoj zakonitosti:

$$\left. \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = v_0 \omega_0 \sin^3\left(\frac{3\pi z}{\ell}\right) \cos\left(\frac{5\pi z}{\ell}\right) \text{ gde je } \omega_0 = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \sqrt{\frac{\mathfrak{B}}{\rho A}}, \mathfrak{B} = EI_x \text{ a greda je bila izvedena iz ravnotežnog položaja,}$$

tako da su tačke neutralne površi bile pomerene po zakonu:  $v(z,t)|_{t=0} = v_0 \sin^3\left(\frac{2\pi z}{\ell}\right) \cos\left(\frac{3\pi z}{\ell}\right)$ , gde je  $v_0$  parametar.

b\* Kojim kružnim frekvencijama, stvarno, za zadate početne uslove osciluje greda, i kolika je frekventnost režima oscilovanja?

c\* Da li kružne frekvencije transverzalnih oscilacija zavise od dimenzija poprečnih preseka grede i njenog raspona? Kako materijal grede utiče na brzinu prostiranja transverzalnih talasa?

**Napomena:** Pismeni deo ispita traje 4 sata. Dovoljeno je korišćenje samo štampane literature. Studenti koji imaju odložen usmeni deo ispita dužni su da to vidno označe na korićama pismenog zadatka, zajedno sa projem poena, kao i podacima o ispitnom roku u коме su stekli to pravo. Takođe je obavezno da rade pismeni deo ispita u ispitnom roku u коме će plagati usmeni deo ispita i da se trude da isti što bolje urade.

Pismeni deo ispita je eliminatoran. Student ostvaruje pravo na polaganje usmenog dela ispita i pozitivnu ocenu pismenog dela ispita ako ostvari najmanje 22 poena od ukupno 40 poena (četiri zadatka po deset poena) ili ako tačno reši i uradi najmanje dva cela ispitna zadatka. Student koji ostvari pravo «uslovno pozvan na usmeni deo ispita» kao dokvalifikaciju za ostvarenje prava na usmeni deo ispita radi jedan teorijski zadatak u trajanju od jednog časa i bes korišćenja literature.

Rezultati pismenog dela ispita biće saopštene u pismenom obliku na oglasnoj tabli fakulteta do 12 časova, jedan dan po održanom pismenom delu ispita, ako dežurni asistent ili nastavnik ne saopšti drugačije. Studenti koji žele da dobiju objašnjenje u vezi sa ocenom pismenog dela ispita ili da ponovo vide svoj pismeni rad, potrebno je da se obrate predmetnom nastavniku, ili asistentu u vreme redovnih konsultacija sa studentima. Termini konsultacija nastavnika su: ponedeljak 10-12 h, i petak 10-12 h u kabini 221. Konsultacije asistenta u kabini 307 ponedeljak 10-12 h, sreda 10-12 h.

Termin za polaganje usmenog dela ispita po pravilu prvi ponedeljak posle pismenog dela ispita, a sa početkom u 8,00 časova, ako studenti ne izraze drugačiji zahtev i dogovore se sa predmetnim nastavnikom. Na usmenom delu ispita nije dozvoljeno korišćenje literature niti pribelježaka. Na usmenom delu ispita prvo se polaže usmeni deo ispita iz Teorije elastičnosti, pa zatim deo iz Teorije oscilacija. Za uspešnijiu pripremu ispita iz Elastodinamike poželjno je da su studenti položili ispite iz prethodne godine.

Rezultate pismenog dela ispita, tekstove ispitnih zadataka i ogledne primere rešenih ispitnih zadataka iz prethodnih ispitnih roкова, osim na oglasnoj tabli fakulteta, studenti mogu naći na WEB prezentaciji predmeta Elastodinamika, a na adresi [www.masfak.ni.ac.yu](http://www.masfak.ni.ac.yu) - studije - zahednichi predmeti treće godine - Elastodinamika.