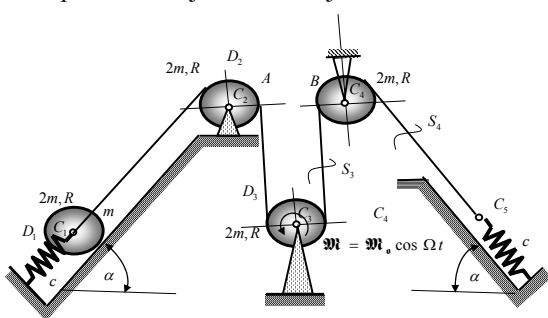


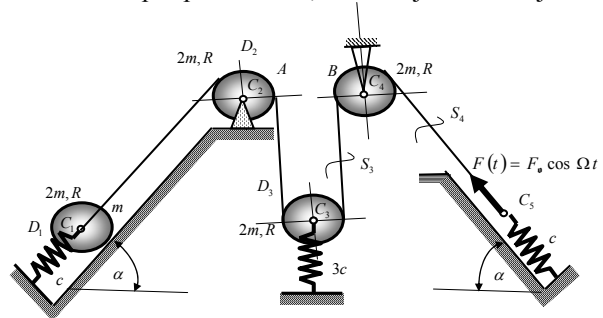
ПИСМЕНИ ДЕО ИСПИТА ИЗ ПРЕДМЕТА  
**ЕЛАСТОДИНАМИКА**  
**Elastodinamika**

**PRVI ZADATAK;** *Materijalni sistem* se sastoji od četiri diska, jednakih masa i poluprešnika po  $2m, R$ , две strme ravni jednakih nagibnih uglova  $\alpha$  i три zglobne veze три diska  $A, B$  i  $D_3$  u njihovim centrima  $C_2, C_3$  i  $C_4$  prikazan na slici 1. na kojoj su naznačeni *kinematičko-kinetički parametri* koturova u obliku homogenih tankih diskova. Uvodi se pretpostavka da je užе prebačeno preko koturova nerastegljivo i da se ne savija i izvija i ne zgužvava, a opruge koje vezuju cenar prvog odnosno sloboran desni kraj užeta, da su krutosti po  $c$  i paralelne odgovarajućim strmim ravnima, kao što je to prikazano na slici br. 1. Pretpostaviti da je u konfiguraciji sistema u položaju stabilne ravnoteže opruga vezana za centar diska na levoj strmoj ravni nenapregnuta. Na disk  $D_3$  dejstvuje spreg momenta  $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \cos \Omega t$  gde je  $\mathfrak{M}_0$  konstantna amplituda spoljašnjeg sprega, a  $\Omega$  frekvencija tog sprega. Odrediti:

- a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata sistema;
  - b\* izraze za *kinetičku i potencijalnu energiju sistema*; Da li se energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Napisati integral energije sistema; Da li je sistem konzervativan? Kolika je snaga rada sila koje dejstvuju na sistem?
  - c\* diferencijalnu jednačinu malih prinudnih oscilacija sistema oko ravnotežnog položaja sistema pomoću izabrane generalisanе koordinatе i rezonantnu vrednost kružne frekvencije sprega koji dejstvuje na sistem.
  - e\* zakonitost prinudnog oscilovanja sila u užadima  $S_3$  i  $S_4$  u delovima užadi u naznačenim presecima u uslovima prinudnog oscilovanja sistema. Kada može doći kidanja užeta?.
- Napomena: Pretpostaviti da je užе dovoljno kruto da se ne izvija i da može da trpi i pritisnu silu, kao i da je zanemarljive mase.



Slika 1.



Slika 2.

**DRUGI ZADATAK:** *Materijalni sistem* se sastoji od četiri diska, jednakih masa i poluprešnika po  $2m, R$ , две strme ravni jednakih nagibnih uglova  $\alpha$  i две zglobne veze dva diska  $A$  i  $B$  u njihovim centrima  $C_2$  i  $C_4$  prikazan na slici 2. ma kojoj su naznačeni *kinematičko-kinetički parametri* koturova u obliku homogenih tankih diskova, dok je treći disk  $D_3$  svojim centrom  $C_3$  oslonjen na vertikalnu oprugu krutosti  $c$ . Uvodi se pretpostavka da je užе prebačeno preko koturova nerastegljivo i da se ne savija i izvija i ne zgužvava, a opruge koje vezuju cenar prvog odnosno sloboran desni kraj užeta, da su krutosti po  $c$  i paralelne odgovarajućim strmim ravnima, kao što je to prikazano na slici br. 2. Pretpostaviti da je u konfiguraciji sistema u položaju stabilne ravnoteže opruga vezana za kraj užeta na desnoj strmoj ravni nenapregnuta. U preseku  $C_0$  veze desnog kraja užeta i opruge na desnoj strmoj ravni dejstvuje spoljašnja sila  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$  gde je  $F_0$  konstantna amplituda spoljašnjeg sile, a  $\Omega$  kružna frekvencija te sile. Odrediti:

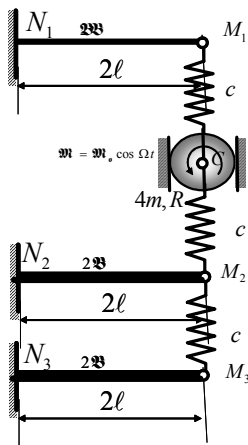
- a\* broj stepeni slobode kretanja sistema i načiniti izbor generalisanih koordinata sistema, tako da imaju nulte vrednosti u položaju ravnoteže sistema;
- b\* sve koordinate položaja i konfiguracije sistema, kao i ugaone brzine koturova pomoću izabranih generalisanih koordinata sistema;
- c\* izraze za *kinetičku i potencijalnu energiju sistema*; Da li se energija datog sistema menja u toku vremena i toku kretanja sistema? Napisati integral energije sistema; Da li je sistem konzervativan?
- d\* diferencijalne jednačine prinudnog oscilovanja sistema pomoću generalisanih koordinata i Lagrange-ovih jednačina druge vrste. Koliki je najmanji broj diferencijalnih jednačina kretanja sistema?
- e\* amplitude prinudnih oscilacija sistema;

g\* Pod kojim uslovima će nastupiti rezonantno stanje i koliko takvih mogućnosti postoji?f

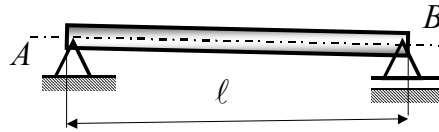
**TREĆI ZADATAK:** Laka elastična horiyontalna konzola, raspona  $3\ell$  savojne krutosti  $\mathfrak{B}$ , uklešten u preseku  $N_1$  na levom kraju, slobodnim krajem  $M_1$  vezana je vertikalnom oprugom krutosti  $c$  za središte diska  $C$ , mase  $4m$ , poluprečnika  $R$ , koji može da se kotrlja bez klizanja u vertikalnim vodjicama, kao što je prikazano na slici br. 3. U produžetku u vertikalnom pravcu je takodje vezan jednom oprugom krutosti  $c$  za slobodan kraj  $M_2$ , lake elastične horiyontalne konzole, raspona  $2\ell$  savojne krutosti  $2\mathfrak{B}$ , ukleštene u preseku  $N_2$  na levom kraju. Ta konzola je svojim slobodnim krajem  $M_2$  istom takvom vertikalnom oprugom krutosti  $c$  vezana sa slobodan kraj  $M_3$  iste takve horizontalne lake elastične konzole, raspona  $2\ell$  savojne krutosti  $2\mathfrak{B}$ , ukleštene u preseku  $N_3$  na levom kraju. Na disk sa centrom u  $C$  dejstvuje spreg momenta  $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \cos \Omega t$  gde je  $\mathfrak{M}_0$  konstantna amplituda spoljašnjeg sprega, a  $\Omega$  frekvencija tog sprega. Odrediti :

a\* ekvivalentni model sistema i;  
 b\* sistem diferencijalnih jednačina kretanja sistema i odgovarajuće rešenje za prinudni režim oscilacija sistema;  
 c amplitude prinudnih osilacija sistema;  
 d\* Pod kojim uslovima će nastupiti rezonantno stanje i koliko takvih mogućnosti postoji?

Usvoji oznake:  $p = \frac{\ell^3}{3 \cdot 2\mathfrak{B}}$ ;  $\kappa = \frac{3\mathfrak{B}}{c\ell^3}$ .



Slika 3.



Slika 4.

**ČETVRTI ZADATAK :** a\* Odrediti zakon transverzalnih oscilacija homogene, prizmatične proste grede, raspona  $\ell$ , zgloбно vezane na krajevima, i savojne krutosti  $\mathfrak{B} = EI_x$ , površine poprečnog preseka  $A$ , gustine  $\rho$  materijala, ako su tačke grede u početnom trenutku dobile brzine koje se menjaju duž raspona grede po sledećoj zakonitosti:

$$\left. \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = v_0 \omega_0 \sin^3\left(\frac{7\pi z}{\ell}\right) \cos\left(\frac{14\pi z}{\ell}\right) \text{ gde je } \omega_0 = \left(\frac{\pi}{\ell}\right)^2 \sqrt{\frac{\mathfrak{B}}{\rho A}}, \mathfrak{B} = EI_x \text{ a greda je bila izvedena iz ravnotežnog položaja,}$$

tako da su tačke neutralne površi bile pomerene po funkcionalnoj zavisnosti:  $v(z, t)|_{t=0} = v_0 \sin^3\left(\frac{5\pi z}{\ell}\right) \cos\left(\frac{10\pi z}{\ell}\right)$ , gde je  $v_0$  parametar.

b\* Kojim kružnim frekvencijama, stvarno, za zadate početne uslove osciluje greda, i kolika je frekventnost režima oscilovanja?

c\* Da li kružne frekvencije transverzalnih oscilacija zavise od dimenzija poprečnih preseka grede i njenog raspona? Kako materijal grede utiče na brzinu prostiranja transverzalnih talasa?

**Напомена:** Писмени део испита траје 4 сата. Дозвољено је коришћење само штампане литературе. Студенти који имају одложено усмени део испита дужни су да то видно означе на корицама писменог задатка, заједно са пројектом поена, као и подацима о испитном року у коме су стекли то право. Такође је обавезно да раде писмени део испита у испитном року у коме ће пласати усмени део испита и да се труде да исти што боље ураде.

Писмени део испита је елиминаторан. Студент остварује право на полагање усменог дела испита и позитивну оцену писменог дела испита ако оствари најмање 22 поена од укупно 40 поена (четири задатка по десет поена) или ако тачно реши и уради најмање два цела испитна задатка. Студент који оствари право «условно позван на усмени део испита» као доквалификацију за остварење права на усмени део испита ради један теоријски задатак у трајању од једног часа и без коришћења литературе.

Резултати писменог дела испита биће саопштени у писменом облику на огласној табли факултета до 12 часова. један дан по одржаном писменом делу испита, ако дежурни асистент или наставник не саопшти другачије. Студенти који желе да добију објашњење у вези са оценом писменог дела испита или да поново виде свој писмени рад, потребно је да се обрате предметном наставнику, или асистенту у време редовних консултација са студентима. Термини консултација наставника су: понедељак 10-12 h, и петак 10-12 h у кабинету 221. Консултације асистента у кабинету 307 понедељак 10-12 h, среда 10-12 h.

Термин за полагање усменог дела испита по правилу први понедељак после писменог дела испита, а са почетком у 8,00 часова, ако студенти не изразе другачији захтев и договоре се са предметним наставником. На усменом делу испита није дозвољено коришћење литературе нити прилежежака. На усменом делу испита прво се полаже усмени део испита из Теорије еластичности, па затим део из Теорије осцилација. За успешнију припрему испита из Еластодинамике пожељно је да су студенти положили испите из претходне године.

Резултате писменог дела испита, текстове испитних задатака и огледне примере решених испитних задатака из претходних испитних рокова, осим на огласној табли факултета, студенти могу наћи на WEB презентацији предмета Еластодинамика, а на адреси [www.masfak.ni.ac.yu](http://www.masfak.ni.ac.yu) - студије - заходнички предмети треће године - Еластодинамика.