MA[INSKI FAKULTET UNIVERZITETA U NI[U
KATEDRA ZA MEHANIKU

Ispitni rok: novembarski (12 novembra) 2001

Predmetni nastavnik: Prof. dr. Katica (Stevanovi}) Hedrih, akademik Akademije nauka visokih {kola i univerziteta Ukrajine, akademik Akademije nelinearnih nauka - Moskva

Predmetni asistent: Julijana Simonovi} dipl.ma{. ing

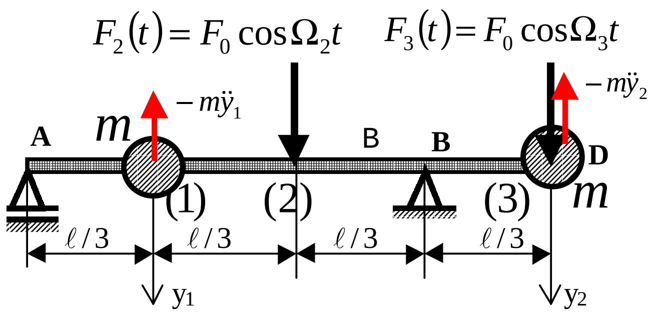
PISMENI DEO ISPITA IZ PREDMETA

ELASTODINAMIKA

ELASTODINAMIKA

RE[ENJA

TRE]I ZADATAK



Sliak br. 4

Koristi}emo, tekstom zadatka zadate smene parametara sistema:

$$p = \frac{l^3}{2 \cdot 3^5 \mathrm{B}}; \quad v_i = 8pm\Omega_i^2; \quad i = 2,3.$$

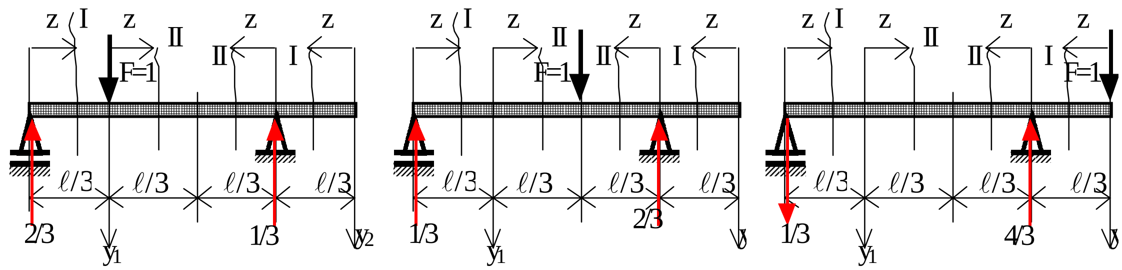
Diferencijalne jedna~ine oscilovanja materijalnih ta~ka na lakom elsti~nom nosa~u su:

$$y_1 = \alpha_{11}\left(-m\ddot{y}_1\right) + \alpha_{12} F_0 \cos \Omega_2 t + \alpha_{13}(F_0 \cos \Omega_3 t - m\ddot{y}_2)$$

$$y_2 = \alpha_{31}\left(-m\ddot{y}_1\right) + \alpha_{32} F_0 \cos \Omega_2 t + \alpha_{33}(F_0 \cos \Omega_3 t - m\ddot{y}_2)$$

i pi{emo ih izra~unavanjem ugiba preseka nosa~a, (1) i (3), u kojima su postavljene materijalne ta~ke, ~ije zakone kretanja treba da odredimo. Ugibe odre|ujemo posredstvom uticajnih koeficijenata α_{ik}, $i,k = 1,2,3$ pomeranja preseka i (ugiba nosa~a) usled dejstva sila u preseku k. Aktivne sile koje dejstvuju na nosa~ su $F_2(t)$ i $F_3(t)$ u presecima (2) i (3) i sile inercije $(-m\ddot{y}_1)$ i $(-m\ddot{y}_3)$ u presecima (1) i (3). (Za teorijska obja{njenja prou~iti odgovaraju}a poglavlja iz ud`benika: *D. Ra{kovi}: Teorija oscilacija - Oscilacije materijalnih ta~aka na lakim elasti~nim nosa~ima i Otpornost materijala – Uticajni koeficijentii i Elasti~ne linije savijenih nosa~a i poslu`iti se odgovaraju}im Tablicama iz Otpornosti materijala - Jedna~ine elasti~nih linija.)*

Zato je potrebno prvo odrediti uticajne koeficijente α_{ik}, $i,k = 1,2,3$ pomeranja preseka i (ugiba nosa~a) usled dejstva sila i preseku k, a za preseke (1), (2) i (3) grede sa prepustom. Zato prvo sastavimo tabelu momenata savijanja u popre~nim presecima grede s prepustom za karakteri{ti~ne intervale u kojima se menja analiti~ki izraz za moment savijanja nosa~a za tri slu~aja optere}enja grede sa prepustom (radi podse}anja pogledaj poglavlja iz ud`benika *D. Ra{kovi}: Mehanika I - Statika*) :



Presek I, *0<z<l/3,B*	$M_I^{F=1}(z)=\frac{2}{3}z$	$M_I^{F=1}(z)=\frac{1}{3}z$	$M_I^{F=1}(z)=-\frac{1}{3}z$
Presek II, *0<z<l/3,B*	$M_{II}^{F=1}(z)=\frac{1}{3}\left(\frac{2l}{3}-z\right)$	$M_{II}^{F=1}(z)=\frac{1}{3}\left(\frac{l}{3}+z\right)$	$M_{II}^{F=1}(z)=-\frac{1}{3}\left(\frac{l}{3}+z\right)$
Presek III, *0<z<l/3, B*	$M_{III}^{F=1}(z)=\frac{1}{3}z$	$M_{III}^{F=1}(z)=\frac{2}{3}z$	$M_{III}^{F=1}(z)=\frac{1}{3}(z-l)$
Presek IV, *0<z<l/3, B*	$M_{IV}^{F=1}(z)=0$	$M_{IV}^{F=1}(z)=0$	$M_{IV}^{F=1}(z)=-z$

Pomo}u ovih analiti~kih izraza za momente savijanja u karakteristi~nim intervalima i Maxwell-Mohr-ovih obrazaca (vidi ud`benik *D. Ra{kovi}: Otpornost materijala*) sra~unavamo potrebne uticajne koeficijente α_{ik}, $i,k=1,2,3$ pomeranja preseka i (ugiba nosa~a) usled dejstva sila u preseku k :

$$\alpha_{11}=\frac{1}{\mathrm{B}}\int_0^{l/3}\left(\frac{4}{9}z^2+\frac{1}{9}z^2+\frac{1}{9}z^2-\frac{4lz}{27}+\frac{4l^2}{81}\right)dz=\frac{4l^3}{3^5\,\mathrm{B}}=8p$$

$$\alpha_{12}=\frac{1}{\mathrm{B}}\int_0^{l/3}\left(\frac{2}{9}z^2+\frac{1}{9}\left(-z^2+\frac{lz}{3}+\frac{2l^2}{9}\right)+\frac{2}{9}z^2\right)dz=\frac{7l^3}{2\cdot 3^5\,\mathrm{B}}=7p$$

$$\alpha_{13}=\frac{1}{\mathrm{B}}\int_0^{l/3}\left(-\frac{2}{9}z^2-\frac{1}{9}\left(-z^2+\frac{lz}{3}+\frac{2l^2}{9}\right)+\frac{1}{9}z^2-\frac{lz}{9}\right)dz=-\frac{4l^3}{3^5\,\mathrm{B}}=-8p$$

$$\alpha_{32}=\frac{1}{\mathrm{B}}\int_0^{l/3}\left(-\frac{1}{9}z^2-\frac{1}{9}(\frac{l}{3}+z)^2+\frac{2}{9}z(z-l)\right)dz=-\frac{5l^3}{3^5\,\mathrm{B}}=-10p$$

$$\alpha_{33}=\frac{1}{\mathrm{B}}\int_0^{l/3}\left(\frac{1}{9}z^2+\frac{1}{9}(\frac{l}{3}+z)^2+\frac{1}{9}z(z-l)^2+z^2\right)dz=\frac{12l^3}{3^5\,\mathrm{B}}=24p$$

Sistem diferencijalnih jedna~ina oscilovanja materijalnih ta~aka na lakom elasti~nom nosa~u - gredi s prepusto je sada:

$$y_1=8p\left(-m\ddot{y}_1\right)+7pF_0\cos\Omega_2 t-8p(F_0\cos\Omega_3 t-m\ddot{y}_2)\,;$$

$$y_2=-8p\left(-m\ddot{y}_1\right)-10pF_0\cos\Omega_2 t+24p(F_0\cos\Omega_3 t-m\ddot{y}_2)\,.$$

Pretpostavimo partikularna re{enja prethodnog sistema u obliku:

$y_i^{(k)}=C_i^{(k)}\cos\Omega_k t$, gde je $k=2,3$ i odgovara kru`noj frekvenciji aktivne spolja{nje sile, a $i=1,2$ odgovara pomeranjima materijalnih ta~aka.

Zakoni prinudnih oscilacija materijalnih ta~aka na posmatranoj lakoj gredi sa prepustom su:

$$y_i = \sum_{k=2}^{3} y_i^{(k)} = \sum_{k=2}^{3} C_i^{(k)} \cos \Omega_k t$$

sada uvodimo smenu parametara sistema $h = pF_0$ i $v_k = 8pm\Omega_k^2$, $k = 2,3$, prethodni sistem diferencijalnih jedna~ina materijalnih ta~aka se svodi na dva nezavisna sistema nehomogenih algebarskih jedna~ina u obliku:

$$(1 - v_2)C_1^{(2)} + v_2 C_2^{(2)} = 7h \qquad\qquad (1 - v_3)C_1^{(3)} + v_3 C_2^{(3)} = -8h$$

$$v_2 C_1^{(2)} + (1 - 3v_2)C_2^{(2)} = -10h \quad \text{i} \quad v_3 C_1^{(3)} + (1 - 3v_3)C_2^{(3)} = 24h$$

Zajedni~ko za ova dva sistema nehomogenih algebarskih jedna~ina je determinanta sistema koja se svodi na polinome sa istim koeficijentima:

$$f(v_2 = 8pm\Omega_2^2) = \Delta(v) = \begin{vmatrix} 1 - v_2 & v_2 \\ v_2 & 1 - 3v_2 \end{vmatrix} = 1 - 4v_2 + 2v_2^2 \neq 0$$

$$f(v_3 = 8pm\Omega_3^2) = \Delta(v) = \begin{vmatrix} 1 - v_3 & v_3 \\ v_3 & 1 - 3v_3 \end{vmatrix} = 1 - 4v_3 + 2v_3^2 \neq 0$$

Determinanta sistema je svojstvena sistemu, dok su parametri spolja{njih sila, kru`na frekvencija i amplituda su uticaju koji se spolja unose u sistem i menjaju se nezavisno od svojstava sistema. Da bi prethodna dva sistema nehomogenih algebarskih jedna~ina imali re{anja razli~ita od trivijalnih i nultih potrebno jeda je determinanta sitema razli~ita od nule za vrednosti obe od frekvencija spolja{njih sila. Zato treba da je determinanta razli~ita od nule $\Delta(v_2) \neq 0$ i $\Delta(v_3) \neq 0$. U slu~aju da je determinanta za neku od vrednosti frekvencija spolja{nje sile jednaka nuli, onda to zna~i da se sistem nalazi u uslovima rezonantnog stanja i da su parametri sistema i spolja{njih uticaja takvi da nastupa rezonancija. U uslovima rezonancije, kada je sistem dugo vremena izlo`en dejstvu spolja{nje sile dolazi za uve}anja sa vremenom dejstva sile amplituda oscilovanja sistema i onda pretpostavke pod kojima je izveden sistem diferencijalnih jedna~ina vi{e ne va`i. da bi smo odredili rezonantne vrednosti frekvencija spolja{nje sile dovoljno je odrediti sopstvene kru`ne frekvencije sistema is uslova da je determinanta sistema jednaka nuli $\Delta(u = 8pm\omega^2) = 0$ ili staviti da je $\Delta(v_2) = 0$ ili $\Delta(v_2) = 0$ . Na osnovu toga sledi da su rezonantne vrednosti kru`ne frekvencije bilo koje od prinudnih sils jednake:

$$\Omega_{rez1/2}^2 = \omega_{1,2}^2 = \frac{1}{8pm}(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2})$$

Amplitude prinudnog oscilovanja materijalnih ta~aka su $C_1^{(2)}$ i $C_2^{(2)}$ i odre|ujemo ih pomo}u Kramer-ovog pravila re{avaju}i prvi, prethodni sistem nehomogenih algebarskih jedna~ina:

$$C_1^{(2)} = \frac{\Delta_{C_1^{(2)}}}{\Delta(v_2)} = \frac{h}{\Delta(v_2)} \begin{vmatrix} 7 & v_2 \\ -10 & 1 - 3v_2 \end{vmatrix} = \frac{h}{\Delta(v_2)}(7 - 11v_2)$$

$$C_2^{(2)} = \frac{\Delta_{C_2^{(2)}}}{\Delta(v_2)} = \frac{h}{\Delta(v_2)} \begin{vmatrix} 1 - v_2 & 7 \\ v_2 & -10 \end{vmatrix} = \frac{h}{\Delta(v_2)}(3v_2 - 10)$$

Odakle zaklju~ujemo da amplitude $C_1^{(2)}$ i $C_2^{(2)}$ mogu biti jednake nuli za:

$$C_1^{(2)} = 0 \quad \text{za} \quad v_{2a/1} = \frac{7}{11} \Rightarrow \Omega_{a/1}^2 = \frac{7}{88pm}$$

i

$$C_2^{(2)} = 0 \quad \text{za} \quad v_{2a/2} = \frac{10}{3} \Rightarrow \Omega_{a/2}^2 = \frac{10}{24pm} .$$

Analogno dobijamo i amplitude $C_1^{(3)}$ i $C_2^{(3)}$ prinudnog oscilovanja materijalnih ta~aka pod dejstvom prinudne sile $F_0 \cos\Omega_3 t$:

$$C_1^{(3)} = \frac{\Delta_{C_1^{(3)}}}{\Delta(v_3)} = \frac{h}{\Delta(v_3)}\begin{vmatrix} -8 & v_3 \\ 24 & 1-3v_3 \end{vmatrix} = \frac{-8h}{\Delta(v_3)}$$

$$C_2^{(3)} = \frac{\Delta_{C_2^{(3)}}}{\Delta(v_3)} = \frac{h}{\Delta(v_3)}\begin{vmatrix} 1-v_3 & -8 \\ v_3 & 24 \end{vmatrix} = \frac{h}{\Delta(v_3)}(24-16v_3)$$

Odakle zaklju~ujemo da amplituda $C_1^{(3)}$ ne mo`e biti jednaka nuli dok je $C_2^{(3)}$ jednaka nuli za:

$$C_2^{(3)} = 0 \quad \text{za} \quad v_{3a/2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Omega_{3a/2}^2 = \frac{3}{16pm}$$

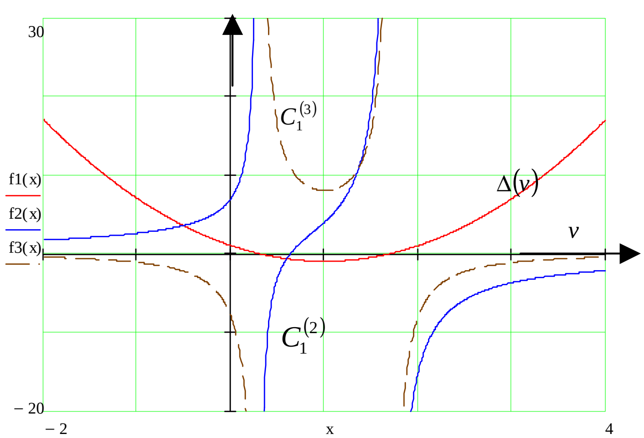
Kada sistem prinudno osciluje pod dejstvom prinudne sile u preseku (2) ugaonom frekvencijama $\Omega_{a/1}$ ili $\Omega_{a/2}$ tada se sistem pona{a kao dinami~ki apsorber u odnosu na prvu u preseku (1) ili u odnosu na drugu u preseku (3) materijalnu ta~ku, kada sistem prinudno osciluje pod dejstvom prinudne sile u preseku (3) ugaonom frekvencijom $\Omega_{3a/2}$ tada je on za materijalnu ta~ku mase m u preseku (3) pona{a kao dinami~ki apsorber .

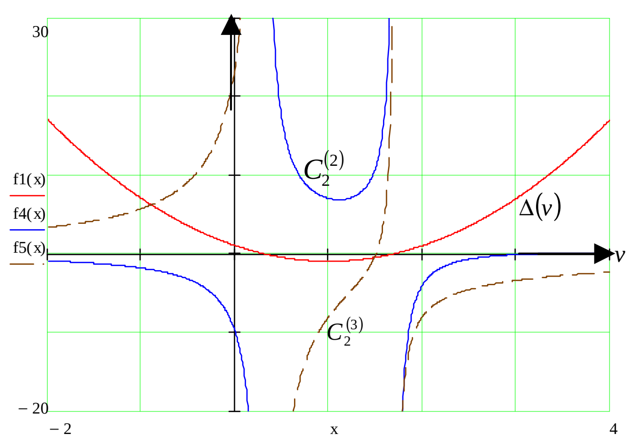
Zakone $y_1(t)$ i $y_2(t)$ prinudnih oscilacija materijalnih ta~aka na lakoj elasti~noj konzoli u presecima (1) i (3), u nerezonantnom slu~aju, mo`emo napisati u slede}em obliku:

$$C_2^{(2)} \; y_1(t) = \frac{pF_0(7-11v_2)}{2v_2^2-4v_2+1}\cos\Omega_2 t - \frac{8pF_0}{2v_3^2-4v_3+1}\cos\Omega_3 t$$

$$y_2(t) = \frac{pF_0(3v_2-10)}{2v_2^2-4v_2+1}\cos\Omega_2 t + \frac{8pF_0(3-2v_3)}{2v_3^2-4v_3+1}\cos\Omega_3 t$$

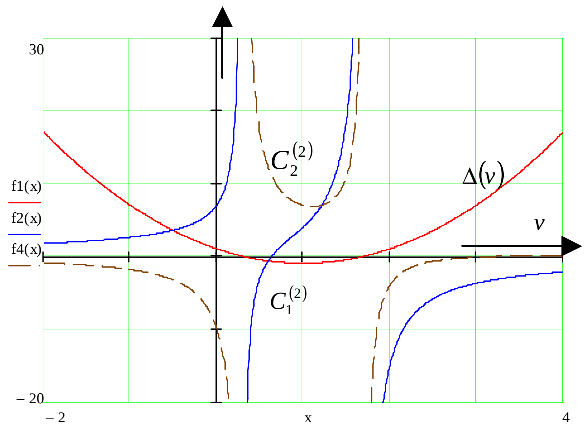
Na slede}im skicama prikazani su grafici promene determinante sistema $\Delta(v)$ i amplituda $C_1^{(2)}$ i $C_2^{(2)}$ prinudnog oscilovanja materijalnih ta~aka pod dejstvom prinudne sile $F_0 \cos\Omega_2 t$, kao i amplituda $C_1^{(3)}$ i $C_2^{(3)}$ prinudnog oscilovanja materijalnih ta~aka pod dejstvom prinudne sile $F_0 \cos\Omega_3 t$:

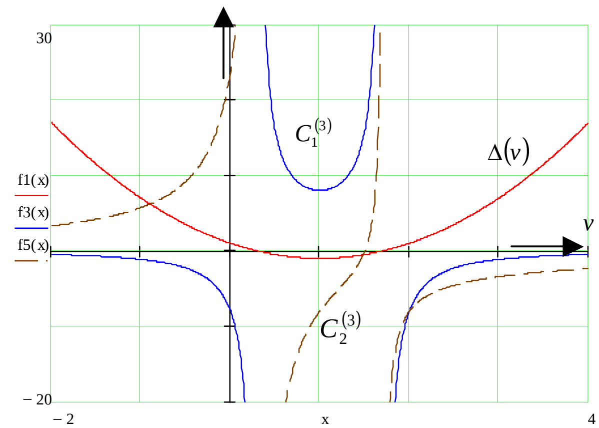




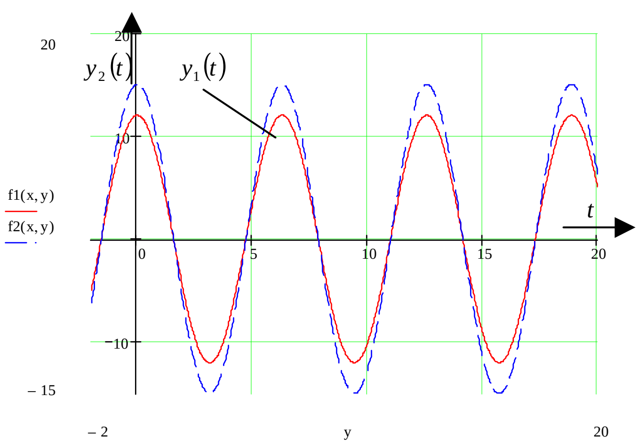
$f2(x) := \frac{(7-11x)}{(2\cdot x^2 - 4\cdot x + 1)}$ $\quad f4(x) := \frac{(3x-10)}{(2\cdot x^2 - 4\cdot x + 1)}$ $\quad f5(x) := \frac{8\cdot(3-2x)}{(2\cdot x^2 - 4\cdot x + 1)}$

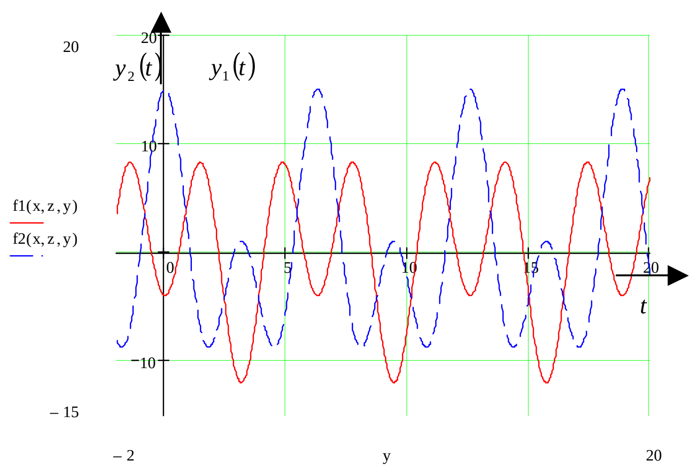
$f3(x) := \frac{-8}{(2\cdot x^2 - 4\cdot x + 1)}$ $\quad f1(x) := (2\cdot x^2 - 4\cdot x + 1)$





Napomena: Radi ilustracije zakona prinudnog oscilovanja materijalnih ta~aka na gredi sa prepustom ***({to se ne tra`i kao re{enje na pismenom delu ispita)*** u produ`etku su date grafi~ke prezentacije tih zakona prinudnog oscilovanja razli~ite vrednosti odnosa frekvencija prinudnih sila. Sa prilo`enih grafika se vidi velika raznolikost zakona rezultuju}eg oscilovanja $y_1(t)$ i $y_2(t)$ i jedne i druge materijalne ta~ke, kao i velika razlika u maksimalnim vrednostima elongacija za razli~ite slu~ajeve. Uve}eanje elangacija je izra`eno u oblastima pribli`avanja bar jedne frekvencije prinudnih sila rezonantnim vrednostima , odnosno vrednostima sopstvenih kru`nih frekvencija sopstvenih oscilacija sistema. Sa prilo`enih grafika se vidi da ta uve}enja bivaju od desetine do vi{e hiljada puta u rezonantnim oblastima frekvencija.



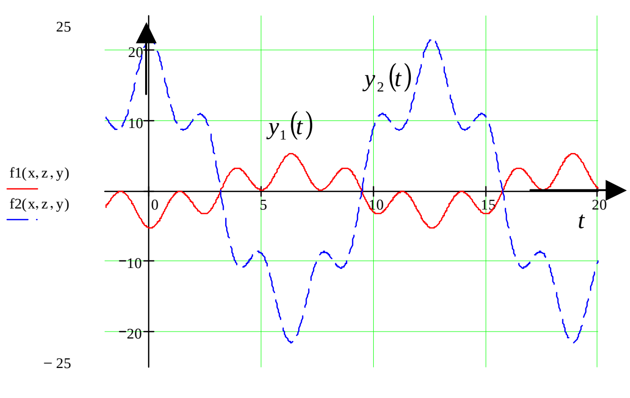


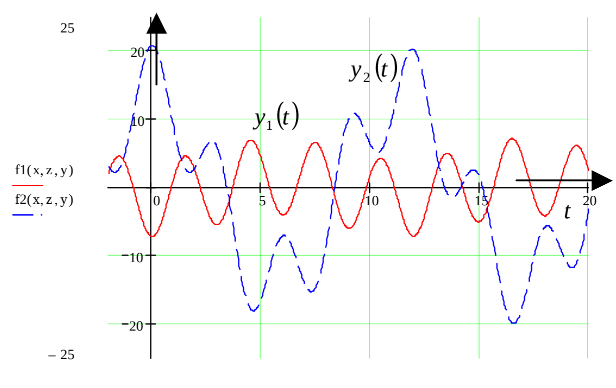
$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 2$$

$x := 1$

$$f1(x,y) := \frac{(7-11x)\cdot\cos(y)-8\cos(y)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)} \qquad f2(x,y) := \frac{(3x-10)\cdot\cos(y)-8\cdot(3-2\cdot x)\cos(y)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}$$



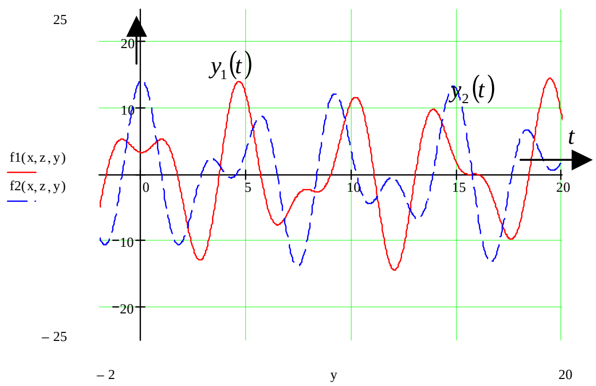


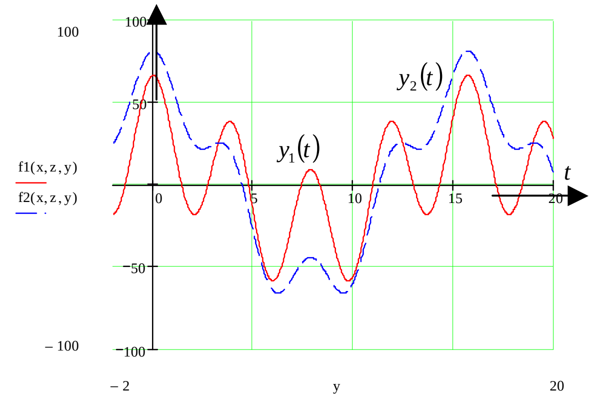
$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 0.5$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 2.5$$

$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 0.55$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y) - \left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 2.1$$



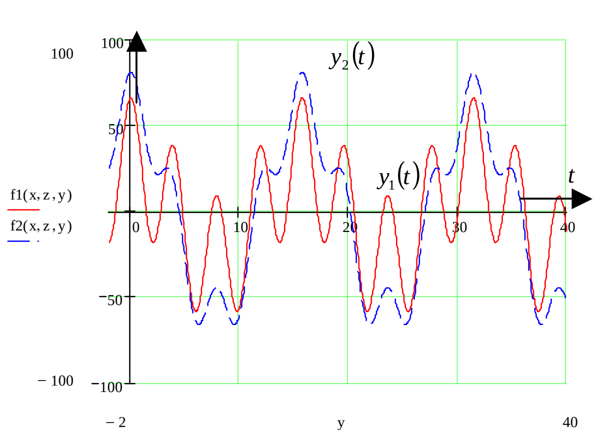


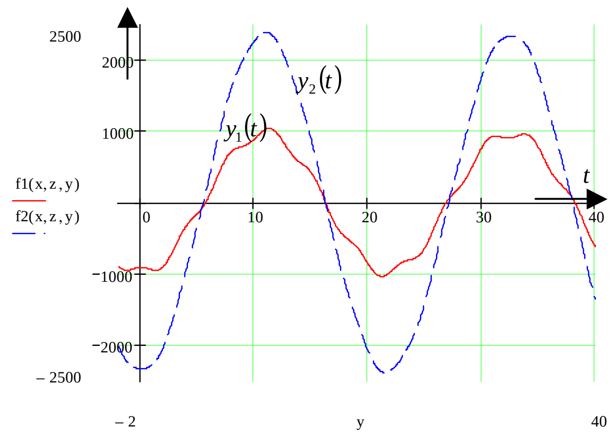
$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1.3$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 2.1$$

$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1.6$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 0.4$$



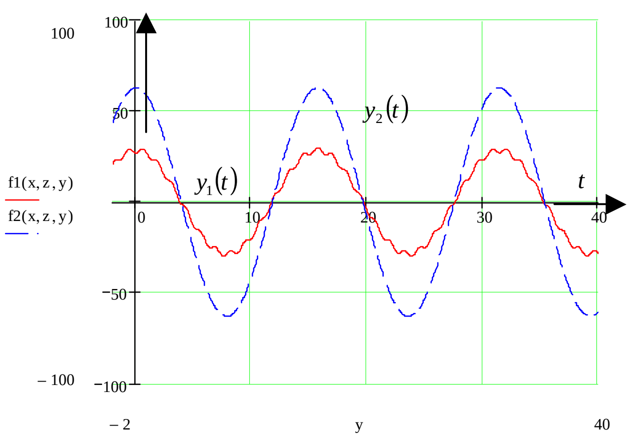


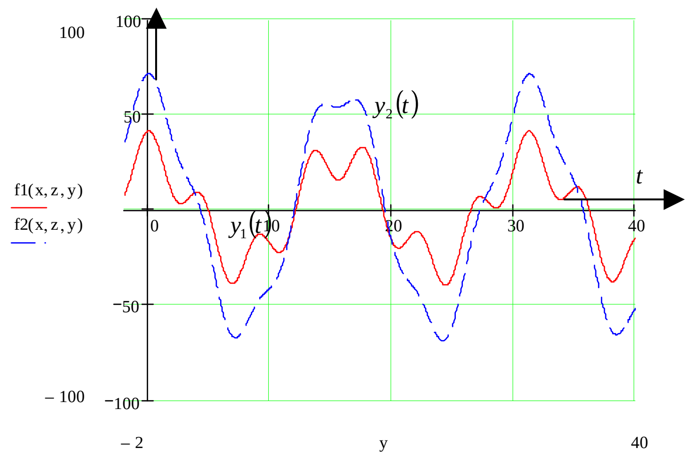
$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1.65$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 0.4$$

$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1.65$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 0.29$$



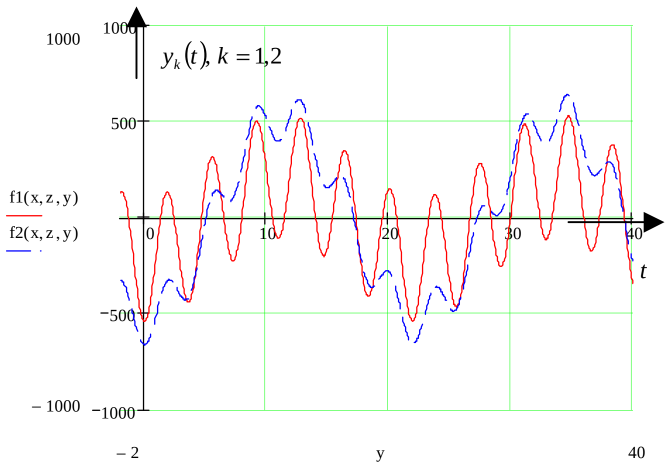


$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 5$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 0.4$$

$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad x := 1.41$$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right] \qquad z := 0.4$$

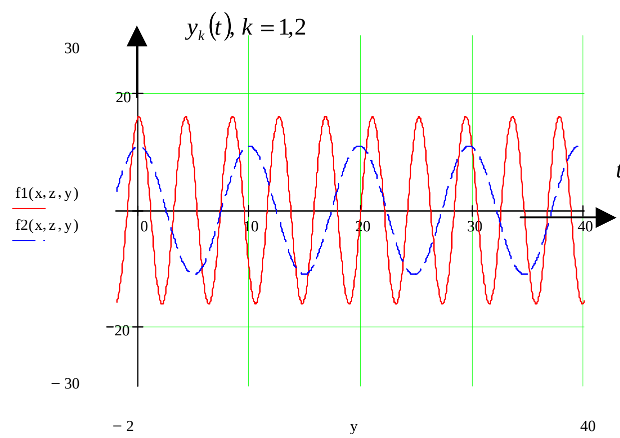


$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$x := 1.72$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$z := 0.28$

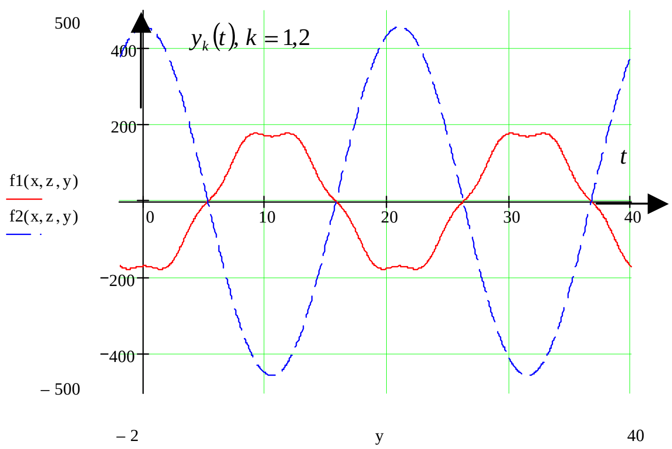


$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$x := \frac{7}{11}$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$z := 1.5$

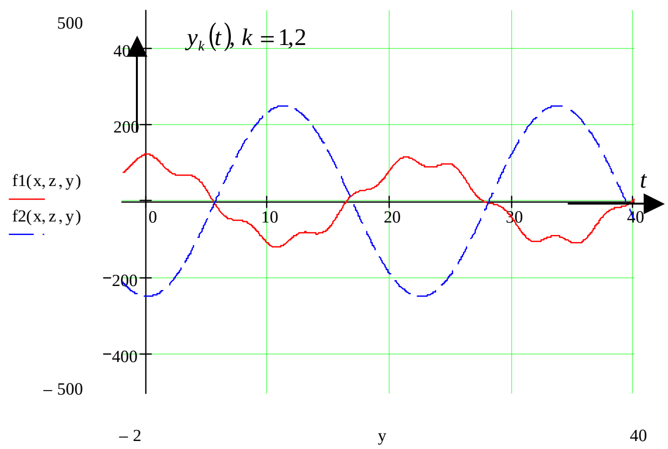


$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$x := \frac{3}{10}$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$z := 1.5$

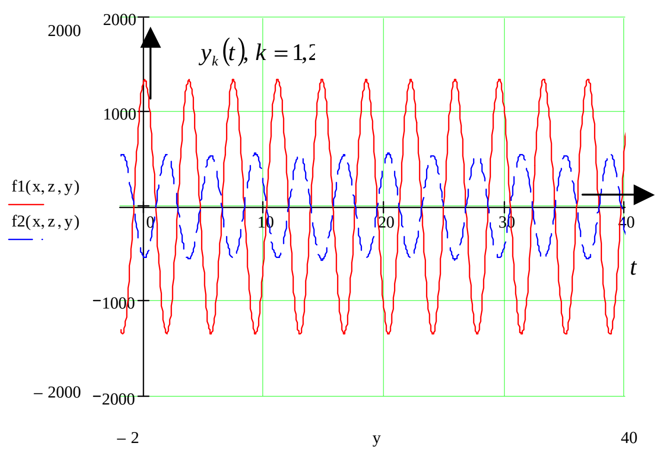


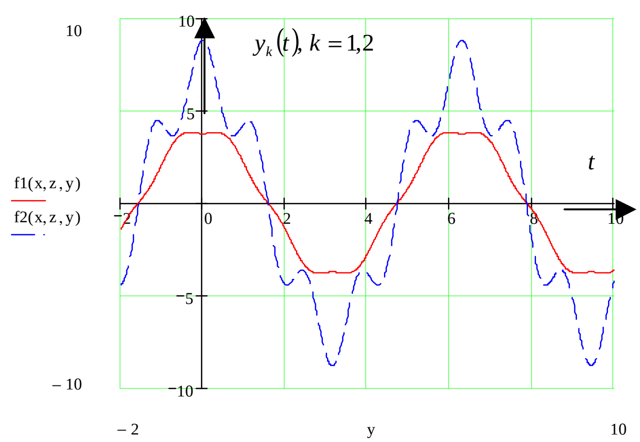
$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$x := 0.28$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$z := 1.5$





$$f1(x,z,y) := \left[\left[\frac{(7-11\cdot x)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

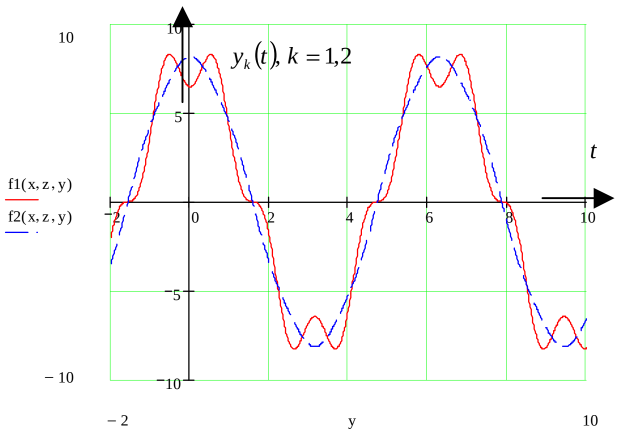
$x := \frac{7}{11}$

$$f2(x,z,y) := \left[\left[\frac{(3\cdot x-10)}{\left(2\cdot x^2-4\cdot x+1\right)}\right]\cdot\cos(x\cdot y)-\left[\frac{(8)\cdot(3-2\cdot z)}{\left(2\cdot z^2-4\cdot z+1\right)}\right]\cos(z\cdot y)\right]$$

$z := 1.705$

$x := 1$

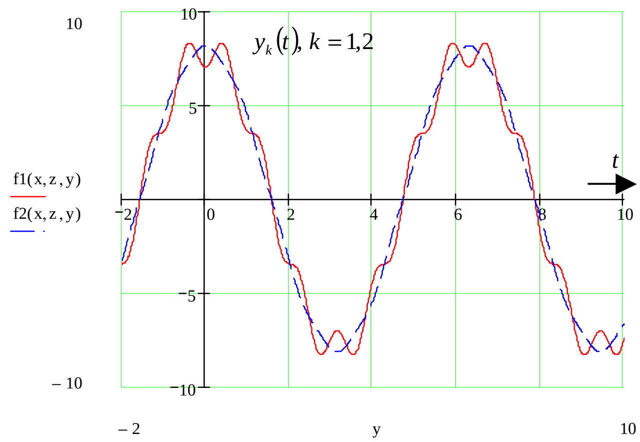
$z := 5$



$y_k(t),\ k = 1{,}2$
t
f1(x, z, y)
f2(x, z, y)
10
5
−5
−10
− 10
−2
0
2
4
6
8
10
− 2
y

x := 5

z := 1



$y_k(t),\ k = 1{,}2$
t
f1(x, z, y)
f2(x, z, y)
10
5
−5
−10
− 10
−2
0
2
4
6
8
10
− 2
y

x := 7

z := 1