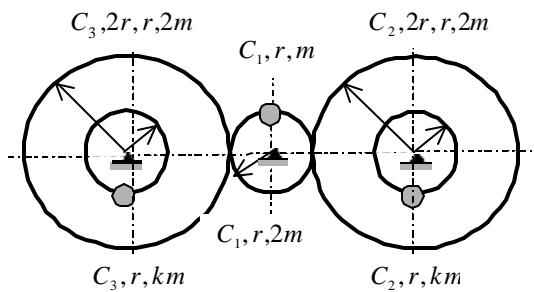
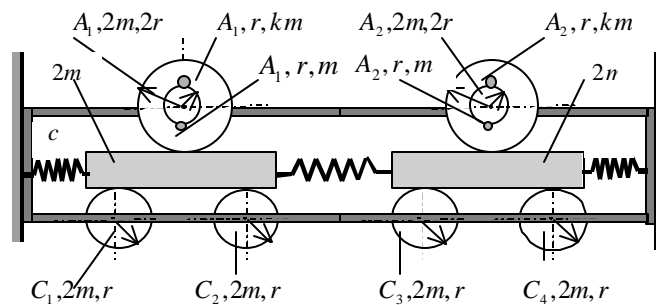


## PI SMENI DEO I SPI TA I Z PREDMETA ELASTODINAMI KA ELASTODINAMI KA

**PRVI ZADATAK:** Na slici br.1 prikazan je sistem, koji le i u vertikalnoj ravni, i koji se sastoji od tri te ka zup-anika, dva u obliku kru no-prstenastih homogenih diska, polupre-nika  $r$  i  $2r$ , masa po  $2m$ , koji mogu u zahvatu da se okre u oko osa kroz  $C_2$ , odnosno  $C_3$ , a nose na rastojawima  $r$  od osa obrtawu zavarene materijalne ta-ke masa po  $m_2 = km$  i zup-anika u obliku homogenog diska, polupre-nika  $r$ , mase  $2m$ , koji nosi materijalnu ta-ku mase  $m$  na rastojawu  $r$  od centra i koji mo e da se obr e oko ose kroz wegov centar masa  $C_1$ , i koji je u zahvatu sa prethodna dva zup-anika. Jedan od polo aja ravnote e sistema je prikazan na slici. Odredi ti sve mogu e polo aje ravnote e sistema, kao i sve mogu e stabilne polo aje ravnote e. Za slu-aj da parametar  $k \in N$  pripada skupu celih brojeva odredi ti sopstvene kru ne frekvencije malih oscilacija sistema oko polo aja stabilne ravnote e za najmanju vrednost tog parametra. Koja je najmawa vrednost parametra  $k \in N$  za koji je nazna-eni na slici br.1 polo aj ravnote e stabilan, a koja za drugi mogu i stabilan polo aj ravnote e, razli-iti od polo aja koji je prikazan na slici br. 1? Za oba slu-aja odredi sopstvene kru ne frekvencije malih oscilacija sistema.



Slika br. 1



Slika br. 2

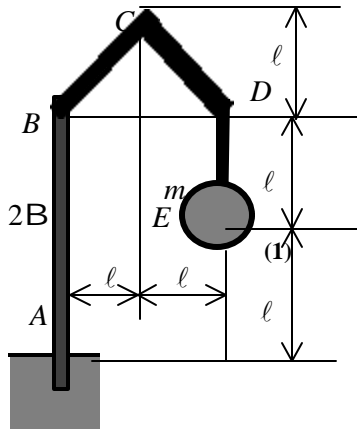
**DRUGI ZADATAK:** Na slici br. 2 prikazan je sistem koji le i u vertikalnoj ravni, i koji se sastoji od: nepokretnog ku i ta u kome su sme tena dva jednaka podsistema koji se pojedina-no sastoje: od translatornog dela mase  $2m$ , koji je vezan horizontalnom oprugom krutosti  $c$  za ku i te; od dva jednaka diska centara  $C_i, i = 1, 2$ , odnosno  $C_i, i = 3, 4$  jednaki h masa po  $2m$ , polupre-nika  $r$ , koji se kotrcaju bez klizawa po translatornoj masi, a zglobno su vezani za ku i te u centrima  $C_i, i = 1, 2$ , odnosno  $C_i, i = 3, 4$ , oko kojih mogu da se obr u; diska mase  $2m$ , polupre-nika  $2r$ , -iji je centar  $A_1$ , odnosno  $A_2$ , zglobno vezan za nepokretno ku i te i mo e da se kotrcqa po translatornoj masi prvoj odnosno drugoj; i dvema materijalnim ta-kama masa  $m$  i  $km$  na suprotnim ta-kama pre-nika, a na rastojawima od po  $r$  od centra  $A_1$ , odnosno  $A_2$ . Ta dva podsistema su vezana horizontalnom oprugom krutosti  $c$ . Odredi ti uslov stabilnosti, predstavljenog na slici br. 2 polo aja ravnote e, a zatim napi sati frekventnu jedna-inu i odredi ti kru ne frekvencije malih oscilacija sistema oko tog polo aja ravnote e.

(Uvedi oznake:  $u = \frac{m\omega^2}{c} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{c}{m}$ ,  $k = \frac{mg}{cr}$ ). Odredi ti odnose amplituda oscilovawa, kao glavne i normalne koordinate sistema i preko njih izrazi ti kineti-ku i potencijalnu energiju sistema. Koja je najmawa, a koja najve a celobrojna vrednost  $k$  za koju je pri kazana konf i guracija ravnote e stabilna?

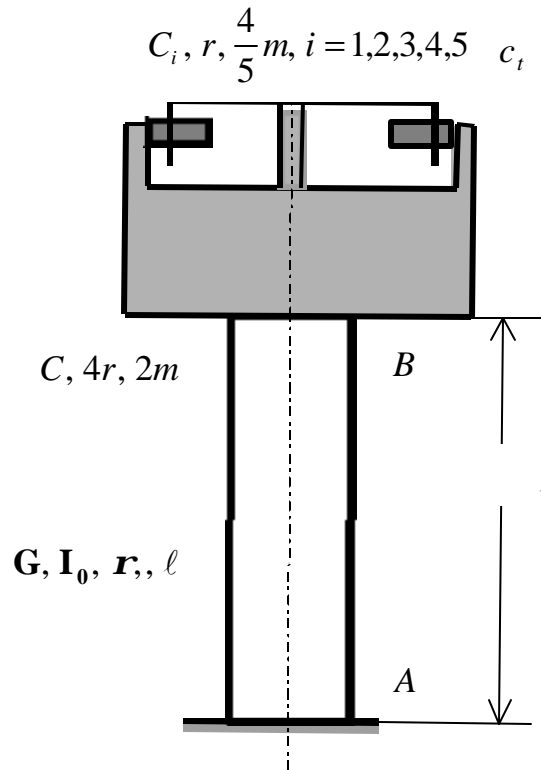
**TRE] I ZADATAK.** Lak nosa-  $ABCDE$ , sa slike br. 3 sastavljen je od homogenog elastinog { tapa  $AB$ , raspona  $2l$ , savojne krutosti  $2B$  i krutog ugaonika pravog ugla u  $C$ , jednaki h krakova  $l\sqrt{2}$ , kao i krutog

vertikalnog prepusta  $DE$ , raspona  $\ell$  i na slobodnom kraju u preseku  $E$ , nosi kruto zavarenu materijalnu tačku mase  $m$  koja može oscilovati u ravni nosa-a. Označavajući sa  $p = \frac{\ell^3}{3B}$ ,  $u = pmw^2$ , odrediti:

- a\* sistem diferencijalnih jednačina malih oscilacija materijalne tačke na lakom elastičnom nosu u ravni nosa-a;
- b\* sopstvene kružne frekvencije malih oscilacija sistema u ravni nosa-a
- c\* Rezonantne vrednosti frekvencije prirodnih oscilacija sistema pod dejstvom sprega  $M = M_0 \cos \Omega t$  u preseku (1) nosa-a. Da li sistem ima svojstva dinamike apsorpcije? Obrazložiti!



Slika br. 3



Slika br 4 a i b

^ETVRTI ZADATAK: Napisati frekventnu jednačinu torzijskih oscilacija konzolnog vratila  $AB$  raspona  $\ell$ , gustine materijala  $r$ , torzijske krutosti  $GI_0$ , koje na slobodnom kraju nosi sistem koji se sastoji od krutog suporta zupaničarsunčevog u obliku homogenog diska mase  $2m$ , poluprečnika  $4r$ , koji može da se okreće oko ose kroz  $C$ , i pet jednakih zupaničarsatelita u obliku homogenih diskova sa centrima u  $C_i, i=1,2,3,4,5$  masa po  $\frac{4}{5}m$ , poluprečnika po  $r$ , koji su u zahvatu sa prethodnim, a centrima su vezani pomoću jednakostranične

petougaoone ploče zanemarljive mase, koja je spiralnom oprugom krutosti  $c_t$ , vezana za osu vratila sunčevog zupaničarsunčevog, a oko koje može da se okreće. Odrediti frekventnu jednačinu torzijskih oscilacija vratila u sprezi sa naznačenim sistemom. Odrediti približne vrednosti najnižih kružnih frekvencija malih oscilacija sistema

oko ravnotežnog položaja. (Uvedi oznake:  $w_0^2 = \frac{c_t}{6mr^2}$ ,  $c_{te} = \frac{GI_0}{l}$ ,  $x = l\ell$ ,  $\bar{w}_0^2 = \frac{G}{r\ell^2}$ ,  $\frac{w_0^2}{\bar{w}_0^2} = k$ ,  $m = \frac{\bar{w}_0^2}{w_e^2}$ ,

$\frac{c_{te}}{6mr^2} = w_e^2$ ). Zanemari ti uticaj počinjaj zemlje i teže.

Napomena: Pismeni deo ispita traje 4 sata. Dozvoljeno je korišćenje samo listova i terature. Studenti koji imaju odlučnu smenu ispita dužni su da to vidno označe na korišćenju zadatka, zajedno sa brojem poena, kao i sa imenom i prezimenom u komesaru to pravo stekli.

Pismeni deo ispita je elimi natoran. Student ostvaruje pravo pravo na polagave usmenog dela ispita i poži tvnu ocenu pismenog dela ispita ako ostvari najmanje 22 poena od ukupno 40 poena (eti ri puta po deset) i ili ako ta-no re( i najmanje dva cel a zadatka. Studenti koji ostvare pravo "uslovno pozvan na usmeni deo ispita" kao kvalifkaci ju za ostvarevanje prava na usmeni deo ispita rade jedan teorijski zadatak bez korišćenja terature.

Rezul tati pismenog dela ispita bi je saop( teni u pismenom obliku na oglasnoj tabli fakulteta do 12-asova, jedan dan po odr anom pismenom delu ispita, ako de urni asi stent ne saop( ti druga-ije. Studenti koji e le da dobi ju obija( wewa u vezi sa ocenom pismenog dela ispita i ili da ponovo vide svoj pismeni zadatak, potrebno je da se obrate predmetnom nastavniku, i li asi stentu u vreme redovnih konsultacija sa studentima. Termini konsultacija predmetnog nastavnika sa studentima: ponedeljak 10-12- i petak 10-12- u kabinetu 221.

Termini za polagave usmenog dela ispita po pravilu prvi ponedeljak posle pismenog dela ispita, a sa po-etkom u 8-asova, ako studenti ne izraze druga-iji zahtev u dogovoru sa nastavnikom. Na usmenom delu ispita nije dozvoljeno korišćenje listova i terature, ni ti pribel e-aka. Na usmenom delu ispita prvo se pol a e deo Teorija elastičnosti, pa zatim deo Teorija oscilacija. Uslov za polagave ispita iz Elastičnosti su pol o- eni i spi ti iz Mehani ke II i Otpornosti materijala.

Studenti koji nisu pol o- ili pismeni deo ispita mogu koristiti redovne konsultacije sa predmetnim nastavnikom i li asi stentom.

