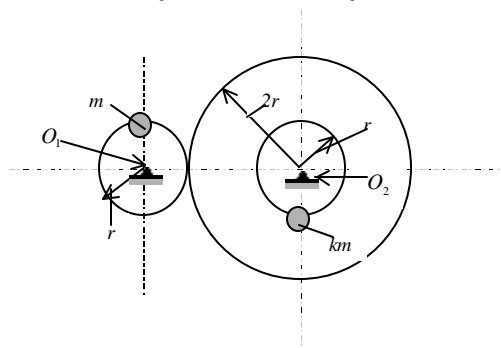
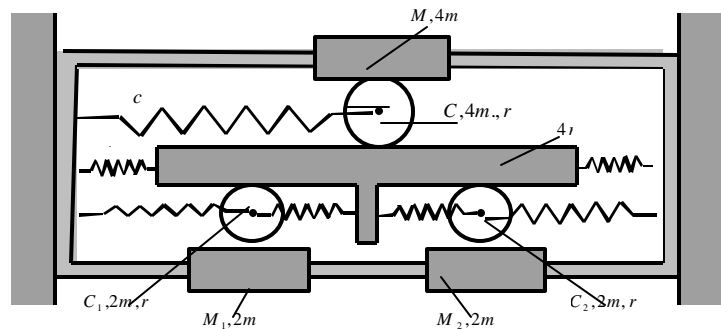


PI SMENI DEO I SPI TA I Z PREDMETA ELASTODINAMI KA ELASTODINAMI KA

PRVI ZADATAK: Na slici br.1 prikazan je sistem koji se sastoji od dva laka zup-ani ka zanemarqivi h masa, polupre-ni ka r i $2r$, koji mogu u zahvatu da se okreju oko osa kroz O_1 odnosno O_2 , a nose na rastojawima r od osa obrtawa zavarene materijalne ta-ke masa $m_1 = m$, odnosno $m_2 = km$. Jedan od polo`aja ravnote`e sistema je prikazan na slici. Odrediti sve mogu`e polo`aje ravnote`e sistema, kao i sve mogu`e stabilne polo`aje ravnoet`e. Za slu-aj da parametar $k \in \mathbb{N}$ pripada skupu celih brojeva odrediti sopstvene kru`ne frekvencije malih oscilacija sistema oko polo`aja stabilne ravnote`e a za najmanju vrednost tog parametra. Koja je najmawa vrednost parametra $k \in \mathbb{N}$ za koji je nazna-eni na slici br.1 polo`aj ravnote`e stabilan, a koja za drugi mogu`i stabilan polo`aj ravnote`e, razli-iti od polo`aja koji je prikazan na slici br. 1? Za oba slu-aja odredi si pstvene kru`ne frekvencije malih oscilacija sistema.



Slika br.1



Slika br.2

DRUGI ZADATAK: Na slici br.2 prikazan je sistem koji se sastoji od nepokretnog ku}i{ta u kome je sme{tena translatorni deo mase $4m$, vezan dvema jednakim oprugama krutosti po c za ku}i{te; dva jednaka diska centara $C_i, i=1,2$, jednaki h masa po $2m$, polupre-ni ka r , koji se kotrcqaju bez klizawa po jednakim kliza-ima $M_i, i=1,2$, masa po $2m$, koji klize po vijicama na ku}i{tu i translatornoj masi, a vezani su sa po dve jednake opruge krutosti po c za ku}i{te, kao i za translatorno pokretqivu masu; diska mase $4m$, polupre-ni ka r , -iji je centar C , i koji je vezan za ku}i{te oprugom krutosti c i mo`e da se kotrcqa po translatornoj masi i kliza-u M , mase $4m$, koji bez trewa klizi po vijicama u krutom nepokretnom ku}i{tu, kako je to prikazano na slici br. 2. Napisati izraze za kineti-ku i potencijalnu energiju sistema, kao i inercijsku i matricu elasti-nih, odnosno kvazi elasti-nih koeficijenata, ako se zna da sistem le`i u horizontalnoj ravni. Koristeji te izraze i matrice napisati frekventnu jedna-inu malih oscilacija sistema oko ravnote`nog polo`aja i odrediti jednu od sopstvenih kru`nih frekvencija sistema. Za slu-aj da se spre-i kretawe kliza-a M , mase $4m$, wegovi mu-vr{ }i vawem napisati frekventnu jedna-inu malih oscilacija sistema oko ravnote`nog polo`aja i odrediti sve sopstvene kru`ne frekvencije malih oscilacija sistema oko ravnote`nog polo`aja. Da li je neka od sopstvenih kru`nih frekvencija jednaka sa nekom od frekvencija malih oscilacija sistema za prvobitno definisani oscilatorni sistem i koja? (Uvedi oznaku: $u = \frac{m\omega^2}{2c}$).

TRE] I ZADATAK. Lak elasti-ni nosa- ABC , sa slike br. 3 sastavqen je od homogenog {tapa AB , raspona 2ℓ , savojne krutosti $2B$ i polukru`nog {tapa polupre-ni ka ℓ , savojne krutosti B i u preseku C nosa-nosi kruto zavarenu materijalnu ta-ku mase m koja mo`e oscilovati u ravni nosa-a. U preseku (3) na sredini raspona AB dejstvuje vertikalna sila $F(t) = F_0 \cos \Omega t$, gde je F_0 amplituda pri nudne sile, a Ω wena frekvencija.

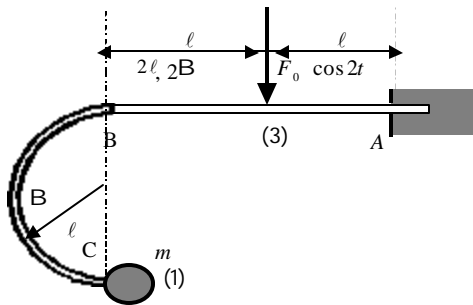
Ozna-avaju}i sa $p = \frac{\ell^3}{12B}$, $w_0^2 = \frac{1}{6pm(8+3p)}$, $u = pmw^2$, $v = pm\Omega^2$, $y = \frac{\Omega}{w_0}$ i $h = \frac{F_0}{m(8+p)}$ odredi ti :

a* si sistem di ferencijalnih jedna-ina malih pri nudnih oscilacija materijalne ta-ke na lakom elasti-nom nosa-u;

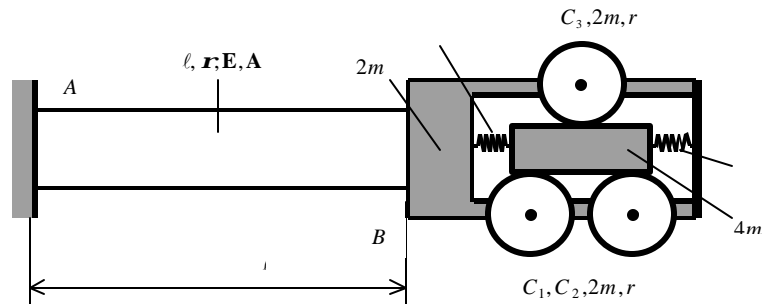
b* zakon oscilovanja materijalne ta-ke u ravni nosa-a, ako je u po-etnom trenutku materijalna ta-ka izvedena iz ravnote`nog polo`aja pod uglom od $\frac{p}{4}$ u odnosu na vertikalni pravac, a za $d_0 = \frac{h\sqrt{2}}{w_0^2}$ i pu{tena bez

po-etne brzine da osciluje.

c* Rezonantne vrednosti frekvencije pri nudne si le.



Sl i ka br. 3



Sl i ka br. 4

^ETVRTI ZADATAK: Napisati frekventnu jedna-inu uzdu`nih oscilacija konole **AB** raspona ℓ , gustine materijala r , aksijalne krutosti **EA**, koja na slobodnom kraju nosi sistem koji se sastoji od krutog suporta mase $2m$, unutar koga je translatorni element mase $4m$, koji je dvema jednakim oprugama krutosti c vezan za kruti suport, a posredstvom tri jednaka kruta homogema diska masa po $2m$, polupre-nika po r , koji se po wemu kotrcqaju bez klizawa, a mogu da se obr}u oko centara $C_i, i=1,2,3$ koji su vezani za suport. Time je tako|e ostvarena wena veza sa suportom, kao {to je to prikazano na slici br. 4. Odrediti pribli`ne vrednosti dve najni`e kru`ne frekvencije malih oscilacija sistema. Pod pretpostavkom da su odre|eni koreni frekventne jedna-ine napisati zakone pomerawa proi zvoqnih preseka i kraja **B** konzole, suporta i translatornog elementa u op{tem slu-aju.

(Uvedi oznake: $w_0^2 = \frac{2c}{m}$, $c_e = \frac{EA}{\ell}$, $x = l$, $w_0^2 = \frac{E}{r\ell^2}$, $\frac{w_0^2}{w_e^2} = k$, $m = \frac{w_0^2}{w_e^2}$, $\frac{c_e}{m} = w_e^2$).

Napomena: Pismeni deo ispi ta traje 4 sata. Dozvoljeno je kori{ }ewe samo {tampane li terature. Studenti koji imaju odl`en usmeni deo ispi ta du`ni su da to vidno ozna-e na kori cama pismenog zadatka, zajedno sa brojem poena, kao i sa ispi tni m rokom u kome su to pravo stekli.

Pismeni deo ispi ta je eliminatoran. Student ostvaruje pravo pravo na polagawe usmenog dela ispi ta i pozi tivnu ocenu pismenog dela ispi ta ako ostvari najmawe 22 poena od ukupno 40 poena (-etiri puta po deset) ili ako ta-no re{i najmawe dva cela zadatka. Studenti koji ostvare pravo "uslovno pozvan na usmeni deo ispi ta" kao kvalifikaciju za ostvarewe prava na usmeni deo ispi ta rade jedan teorijski zadatak bez kori{ }ewa li terature.

Rezultati pismenog dela ispi ta bi }e saop{teni u pismenom obliku na oglasnoj tabli fakulteta do 12-asova, jedan dan po odr`anom pismenom delu ispi ta, ako de`urni asistent ne saop{ti druga-ije. Studenti koji `ele da dobiju obija{wewa u vezi sa ocenom pismenog dela ispi ta ili da ponovo vi de svoj pismeni zadatak, potrebno je da se obrate predmetnom nastavniku, ili asistentu u vreme redovnih konsultacija sa studentima. Termini konsultacija predmetnog nastavnika sa studentima: ponedeljak 10-12 - i petak 10-12 - u kabinetu 221.

Termin za polagawe usmenog dela ispi ta po pravilu prvi ponedeljak posle pismenog dela ispi ta, a sa po-etkom u 8-asova, ako studenti ne izraze druga-iji zahtev u dogovoru sa nastavnikom. Na usmenom delu ispi ta nije dozvoljeno kori{ }ewe li terature niti pribel`aka. Na usmenom delu ispi ta prvo se pola`e deo Teorija elasti-nosti, pa zatim deo Teorija oscilacija. Uslov za polagawe ispi ta iz El astodina mi ke su polo`eni ispi ti iz Mehani ke III Otpornosti materijala.

Studenti koji nisu polo`ili pismeni deo ispi ta mogu koristiti redovne konsultacije sa predmetnim nastavnikom ili asistentom.